

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial

IN44A: Investigación Operativa
Profs: Pablo Rey, Rafael Epstein
Aux : C.Araya, J. Gacita, L. Reus, R. Wolf

Solución Clase Auxiliar 28 de marzo, 2007

Problema 1

1. Para desarrollar el problema necesitamos conocer ciertas probabilidades. Sean:

- T+ = Test indica pieza mala.
- T- = Test indica pieza buena.
- P = Parar de producir.
- NP = continuar la producción.
- A = Empresa tipo A.
- B = Empresa tipo B.

De esta forma se tiene que:

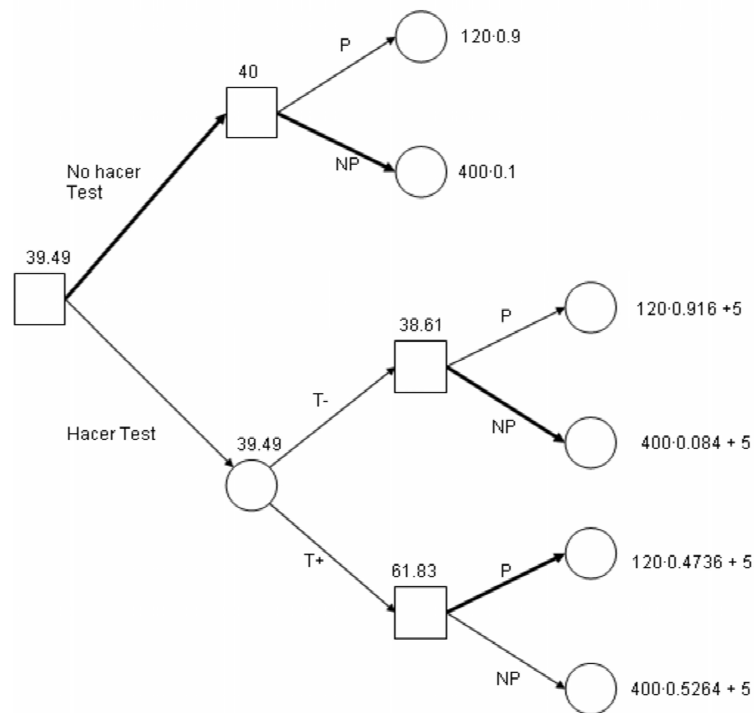
$$\begin{aligned}P[T+|A] &= 0,02 = 1 - P[T-|A] \\P[T+|B] &= 0,2 = 1 - P[T-|B] \\P[T+] &= P[T+|A] \cdot P[A] + P[T+|B] \cdot P[B] \\&= 0,02 \cdot 0,9 + 0,2 \cdot 0,1 \\&= 0,038 \\ \Rightarrow P[T-] &= 0,962\end{aligned}$$

Además:

$$P[A|T+] = \frac{P[T+|A]P[A]}{P[T+]} = \frac{0,018}{0,038} = 0,4736 = 1 - P[B|T+]$$

$$P[A|T-] = \frac{P[T-|A]P[A]}{P[T-]} = \frac{0,882}{0,962} = 0,916 = 1 - P[B|T-]$$

El árbol de decisión asociado se muestra en la figura.

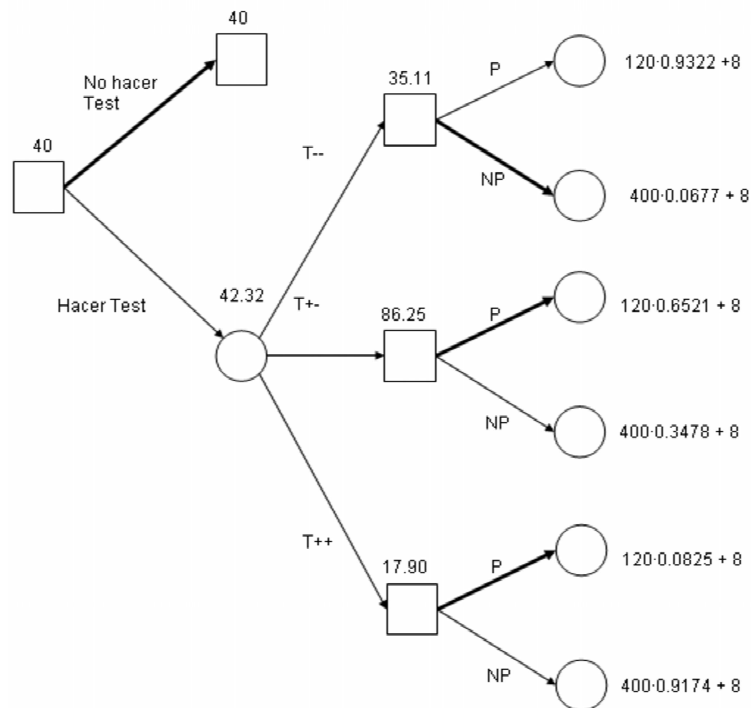


Noten que conviene realizar el test.

2. La idea es exactamente la misma, solamente que debemos calcular las siguientes probabilidades:

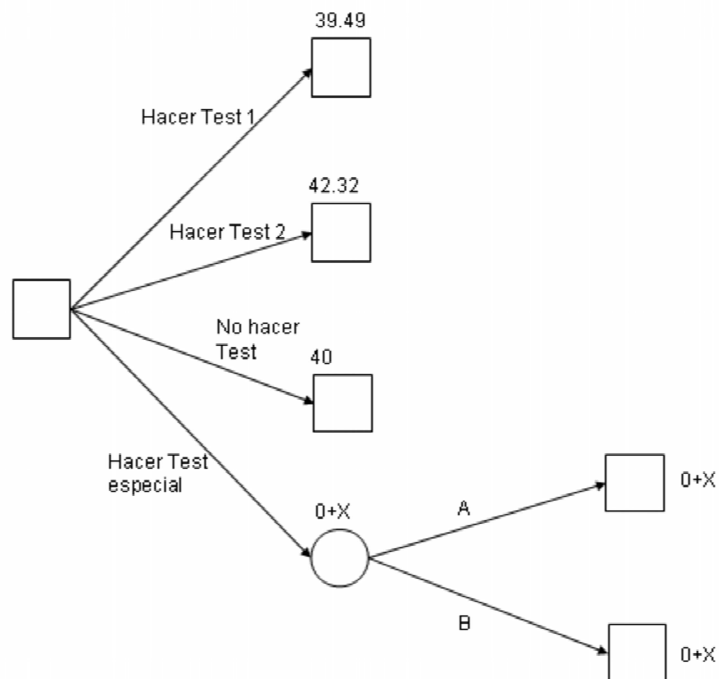
$$\begin{aligned}
 P[T++] &= 0,0004 \cdot 0,9 + 0,04 \cdot 0,1 = 0,00436 \\
 P[T--] &= 0,978 \cdot 0,9 + 0,64 \cdot 0,1 = 0,9442 \\
 P[T+-] &= 0,0541 \\
 P[A|T++] &= \frac{0,0004 \cdot 0,9}{0,00436} = 0,0825 == 1 - P[B|T++] \\
 P[A|T--] &= \frac{0,978 \cdot 0,9}{0,9442} = 0,9322 == 1 - P[B|T--] \\
 P[A|T+-] &= \frac{(2 \cdot 0,98 \cdot 0,02) \cdot 0,9}{0,0541} = 0,6521 = 1 - P[B|T+-]
 \end{aligned}$$

El árbol de decisión asociado se muestra en la figura.



Notar que esta vez no conviene realizar el test.

- Para ver cual es el valor de la información perfecta considere un test que clasifica correctamente a las empresas y cuyo valor es X . El árbol de decisión asociado se muestra en la figura.



Entonces el valor de este test especial será 39.49.

Problema 2

1. En este punto se deben incluir argumentos como: Existe un conjunto de decisiones interrelacionadas, si se modelan adecuadamente las etapas se tendrá que la decisión para una de ellas es independiente de decisiones pasadas y sólo dependerá de variables de estado, etc.

2. De acuerdo al procedimiento usual para definir un modelo de programación dinámica se tendrá:

- **Etapas:**

Cada uno de los barrios, $m : 1, \dots, M$.

- **Variables de estado:**

S_m , el número de botones restantes en la etapa m (sin asignar).

- **Variables de decisión:**

X_m , el número de botones asignados al barrio m .

- **Recurrencia de estados:**

$$S_{m+1} = S_m - X_m$$

- **Función de beneficios:**

$$V_m(S_m, X_m) = P(X_m) + V_{m+1}^*(S_m - X_m)$$

Donde:

$$V_m^*(S_m) = \max_{X_m \leq S_m} \{V_m(S_m, X_m)\}$$

- **Condiciones de borde:**

$$V_{M+1}^*(\%) = 0$$

$$S_1 = K$$

3. Al igual que en el punto anterior se tendrá que:

- **Etapas:**

Cada uno de los barrios, $m : 1, \dots, M$.

- **Variables de estado:**

S_m , el número de botones restantes en la etapa m (sin asignar).

- **Variables de decisión:**

X_m , el número de botones asignados al barrio m .

- **Recurrencia de estados:**

$$S_{m+1} = S_m - X_m$$

- **Función de beneficios:**

$$V_m(S_m, X_m) = P(X_m) - r_m \cdot \max\{0, X_m - U_m\} - t_m \cdot \max\{0, L_m - X_m\} + V_{m+1}^*(S_m - X_m)$$

Donde:

$$V_m^*(S_m) = \max_{X_m \leq S_m} \{V_m(S_m, X_m)\}$$

■ Condiciones de borde:

$$\begin{aligned} V_{M+1}^*(\%) &= 0 \\ S_1 &= K \end{aligned}$$

4. De acuerdo al punto anterior y a los datos provistos en el enunciado tendremos que:

Para **m=3**:

S_3	$x_3 = 0$	$x_3 = 1$	$x_3 = 2$	$x_3 = 3$	$x_3 = 4$	$x_3 = 5$	V_3^*	x_3^*
0	-40	-	-	-	-	-	-40	0
1	-40	30	-	-	-	-	30	1
2	-40	30	70	-	-	-	70	2
3	-40	30	70	80	-	-	80	3
4	-40	30	70	80	80	-	80	4
5	-40	30	70	80	80	90	90	5

Para **m=2**:

S_2	$x_2 = 0$	$x_2 = 1$	$x_2 = 2$	$x_2 = 3$	$x_2 = 4$	$x_2 = 5$	V_2^*	x_2^*
0	-70	-	-	-	-	-	-70	0
1	0	-35	-	-	-	-	0	0
2	40	35	5	-	-	-	40	0
3	50	75	75	35	-	-	75	1,2
4	50	85	115	105	55	-	115	2
5	60	85	135	145	125	80	145	3

Para **m=1**:

S_1	$x_1 = 0$	$x_1 = 1$	$x_1 = 2$	$x_1 = 3$	$x_1 = 4$	$x_1 = 5$	V_1^*	x_1^*
5	125	150	145	130	95	30	150	1

Entonces la estrategia es la siguiente:

- Barrio 1: 1 Botones
- Barrio 2: 2 Botones
- Barrio 3: 2 Botones

Esta estrategia consigue un total de 150 votos.

Dudas y/o errores:
 Christian Araya
 charaya@ing.uchile.cl