



CTP 1 20 de Marzo, 2007

Debido a las fuertes críticas realizadas al nuevo sistema de transporte público, *El Transantiago*, se le ha pedido a Ud. analizar los problemas encontrados tanto en los paraderos como en los viajes.

Problema 1 (Espera en Paraderos): En un paradero cualquiera pasan micros cada T [min]. Una persona esperando en el paradero tiene una probabilidad p de que la micro que llegue sea útil para llegar a su destino final, independientemente de cuantas micros hayan pasado antes y que tipo de recorrido hace. Supongamos que no hay problemas con la capacidad de las micros.

1. (0.3 ptos.) Si hay N pasajeros esperando en el paradero, ¿Cuál es la probabilidad de que k pasajeros se suban a la próxima micro?
2. (0.7 ptos.) Para cualquier instante de tiempo, el total de gente que espera en dicho paradero se puede modelar como una v.a. Poisson de parámetro λ . Dado lo anterior, ¿Cuál es la probabilidad de que k personas se suban en la próxima micro? ¿Cuál es la esperanza de personas que suben a dicho vehículo?
3. (1.5 ptos.) Obtenga la distribución de probabilidades para el número de micros esperadas por una persona que llega justo después de la salida de una de ellas. A partir de esto determine la esperanza del tiempo de espera en el paradero para esta misma persona.

Problema 2 (Tiempo de viajes): Para este problema analizaremos el trayecto de N personas que toman distintas micros y que parten de un paradero en el mismo instante. Los trayectos tienen la misma distancia. El tiempo de viaje de cada persona se distribuye como una v.a. exponencial de parámetro $\lambda_i \frac{1}{min}$ si se trata de la persona que tomó el i -ésimo trayecto. Por otro lado, se sabe que el tiempo de viaje de un automóvil que recorre alguno de los trayectos es una v.a. uniforme de parámetros $(0, b)$.

1. (1 pto.) ¿Con qué probabilidad la persona del viaje más corto demora más de 30 minutos en viajar? Se sabe que la micro en donde viaja dicha persona ha estado 20 minutos sin moverse del punto de partida del trayecto, producto de la congestión vehicular del momento. Calcule la probabilidad de que dicha micro no alcance a llegar al punto de destino de la persona en 30 minutos más.

Si el i -ésimo trayecto demora menos que lo que se demora un automóvil, se considera que El Transantiago es un éxito, por lo que la empresa encargada del sistema recibe un premio de B pesos. Por el contrario, si el mismo viaje anterior demora más que un tiempo R minutos ($b > R$), el sistema se considera un fracaso. En este caso la empresa debe pagar $-C$ pesos a la persona afectada.

2. (0.75 ptos.) Si el automóvil llega antes que los R minutos, ¿Cuál es la utilidad esperada por la empresa en el i -ésimo trayecto?
3. (0.75 ptos.) Si el automóvil llega después que los R minutos, ¿Cuál es la utilidad esperada por la empresa en el i -ésimo trayecto?
4. (1 pto.) Ocupando las 2 respuestas anteriores determine la utilidad esperada por la empresa en el i -ésimo trayecto.