Clase Auxiliar N° 3

IN 41B 02 - Otoño 2007

Profesores: A. García - F. Pino

Auxiliar: J. Vásquez

10 de Abril de 2007

1. **Inversión y tasa de interés**

   Suponga que el stock deseado de capital viene dado por:

$$K^* = \frac{vY}{R}. \tag{1}$$

   Donde v es constante y R denota el costo de arrendar capital.[1]

   a) Suponga que el producto de la economía está fijo en Y^*. Determine si un incremento permanente en la tasa de interés tendrá un efecto transitorio o permanente sobre la inversión. Considere tanto el caso en que no hay costos de ajuste (capital efectivo igual a capital deseado) como el caso en que

$$I_t = \lambda(K^*_{t+1} - K_t),$$

   con $0 < \lambda < 1$.

   b) La ecuación de inversión Keynesiana supone que $I = I(r)$, con $I'(r) < 0$. ¿Es este supuesto consistente con el resultado de la parte (a)?

   c) Suponga ahora que el producto crece cada período en una cantidad fija, de modo que $\Delta Y = g$. Suponiendo que no hay costos de ajuste, ¿cambia su respuesta a la parte (b)?

2. (C1 98/1) **Inversión.** Considere una empresa (o conjunto de empresas) que está considerando invertir en una serie de proyectos. La empresa tiene una gran cantidad de proyectos indizados por j, con j=1, 2, 3, ... (hay muchos proyectos y nunca se llegará al final así que no se preocupe).

   Cada proyecto dura un período y contempla una inversión de K unidades de un bien de capital. Las K unidades del bien de capital cuestan al momento de planificación P_0, y se pueden vender al final del proyecto a un precio conocido de antemano e igual a P_1 (todo está medido en UF's para ignorar la inflación). La tasa de interés real es igual a r por período. Cada proyecto genera un retorno de V_j, donde los V_j están ordenados de modo que $V_1 > V_2 > V_3 > ....$ Para ser más explícito suponga que $V_j = v/j$. Responda:

   a) ¿Cuánto es la inversión total si se realizan los j proyectos más rentables (tome j como dado para responder esto)?

   b) Dados los parámetros anteriores, y suponiendo que $P_0 > P_1/(1+r)$, determine el valor de j (ignore problemas de que el valor es un entero y puede suponer una variable continua) del último proyecto que conviene realizar. ¿Cuánto es la inversión en este caso?

   c) Discuta que ocurre si $P_0 < P_1/(1 + r)$. Le parece razonable. De argumentos económicos.

[1] Por lo visto en clases, un caso particular en que se cumple (1) es cuando la función de producción de la firma es Cobb-Douglas y el precio (real) del bien que vende la firma permanece constante.

3. **Inversión e incertidumbre**

En clases dijimos que parece razonable suponer que mientras mayor es la incertidumbre menor será la inversión. El problema que sigue muestra que esto no necesariamente es cierto.

Suponemos que la incertidumbre que enfrenta la firma tiene su origen en que al momento de elegir su stock de capital no conoce el salario que pagará a sus trabajadores. En cambio, al momento de contratar los trabajadores, sí conoce el salario. La firma maximiza el valor esperado de sus utilidades. Sus utilidades, como función del capital (K), trabajo (L) y salario (w) vienen dadas por:

$$\pi(w, K, L) = 2K^{\gamma/2}L^{1/2} - wL - K,$$

donde $0 < \gamma < 1$ y hemos supuesto que el precio del capital es uno. Además suponemos que el salario w puede tomar dos valores, igualmente probables, los cuales son $w_0(1+\alpha)$ y $w_0(1-\alpha)$, donde $0 < \alpha < 1$ captura el grado de incertidumbre (mientras mayor es α, más incierto es el salario que deberá pagar la firma). Nótese también que el salario *esperado* es igual a w_0, es decir, no depende de α.

Muestre que el capital deseado por la firma es una función *creciente* del parámetro α.

1. *a*) Sabemos que cuando el capital es igual al capital deseado la inversión viene dada por:

$$I_t = K^*_{t+1} - K^*_t \tag{2}$$

donde $K_i = \frac{vY^*}{R}$. Por lo tanto si la tasa de interés aumenta de forma permanente, es decir para siempre, entonces el nivel de capital se cae y como el capital de la firma es igual al capital deseado, la empresa ajusta su capital de una vez. Siendo la inversión negativa, es decir la firma se deshace de una vez de del capital que no le sirve. En este caso el efecto de la tasa de interés sobre la inversión será transitorio, pues la inversión cambia una sola vez.

Sin embargo si la empresa enfrenta costos de ajuste, entonces la inversión de la firma es:

$$I_t = \lambda(K^*_{t+1} - K_t) \tag{3}$$

en donde λ representa la fracción del desajuste que la firma se ajusta cada período. Supongamos que al inicio el nivel de capital de la firma se encontraba en su nivel deseado, por lo tanto un aumento en la tasa de interés disminuye K^*_{t+1}, es decir el nivel deseado de capital de la firma. Como la firma se ajusta sólo una fracción λ en cada período, el aumento en la tasa de interés produce un efecto permanente en la inversión, pues ahora tenemos que se realiza inversión en cada período, siendo esta siempre negativa. Pero cada período el nivel de inversión es menor, pues el desajuste de la firma es cada vez menor.

b) Con la función keynesiana, la inversión cae, pues ahora la tasa de interés es mayor. Pero después del aumento de la tasa de interés la inversión permanece en un mismo nivel hasta que vuelva a cambiar nuevamente la tasa de interés. Este resultado no es consistente con los de la parte anterior, excepto cuando los costos de ajuste son cero, es decir $\lambda = 1$.

c) No, la respuesta sigue siendo la misma, pues la teoría keynesiana no realiza ningún supuesto de como evoluciona la inversión cuando crece el nivel deseado de capital. Porque la teoría supone que el capital de la firma es igual al capital deseado y la único que puede producir una brecha entre ambos es la tasa de interés.

2. *a*) Si j esta dado, la inversión total de los j proyectos más rentables es jK. Ya que cada proyecto contempla una inversión de K unidades de un bien de capital. Si responde jP_0K o jP_0 también esta bueno, aunque en estricto rigor la inversión es la variación del stock de capital.

b) La condición sobre el último proyecto en el cual invierte el individuo es tal que el valor presente del proyecto es igual a cero. Esto nos lleva a:

$$\frac{\frac{v}{j} + P_1 K}{1+r} - P_0 K = 0$$

donde el primer término es el valor presente del ingreso que el individuo recibirá cuando finalize el proyecto y el segundo término es la inversión del proyecto al inicio del período. Despejando j obtenemos:

$$j = \frac{v}{(P_0 - \frac{P_1}{1+r})} \frac{1}{K(1+r)} > 0$$

Por lo tanto la inversión total es jK. La razón por la cual no se considera la sumatoria de todos los proyectos para calcular j es porque de esa forma podría haber subsidio entre proyectos, lo que no sucede en este caso.

c) Si $P_0 < P_1/(1+r)$ entonces lo óptimo para la empresa es demandar todo el capital al inicio del período, invertirlo y venderlo al final del período. Esto significa que la inversión sería ∞, al igual que la demanda. Lo cual no parece razonable, lo que sucederá en este caso es que si la demanda por el capital es ∞ entonces subirá el precio del capital P_0 hasta el punto en que $P_0 > P_1/(1+r)$, en cuyo caso volvemos a la situación anterior. Es importante corregir el hecho que el individuo se dé cuenta que esta situación no es razonable y que por lo tanto la respuesta del mercado a ella es que suba el precio del capital, P_0.

3. Sabemos, por el enunciado, que la firma cuando elige la cantidad de trabajadores conoce el salario, pero cuando elige la cantidad de capital no sabe el salario exacto pero si su valor esperado. Por lo tanto tenemos que dividir el problema en dos, primero la firma elige la cantidad de trabajo, conociendo el salario y después elige la cantidad de capital.

   Es decir la firma resuelve:

$$\max_{\{L\}} \pi(w,K,L) = 2K^{\gamma/2}L^{1/2} - wL - K$$

   cuando el salario es alto ($w_0(1+\alpha)$) y cuando el salario es bajo ($w_0(1-\alpha)$). Formalmente:

$$\max_{\{L\}} \pi(w,K,L) = 2K^{\gamma/2}L^{1/2} - w_0(1+\alpha)L - K$$

   De la condición de primer orden y después de un poco de algebra llegamos a:

$$L_{Bajo} = \frac{K^\gamma}{w_0^2(1+\alpha)^2}$$

   lo hemos llamado L_{Bajo} porque el salario es alto y por lo tanto cuando el salario es alto la demanda por trabajo es baja. De mismo modo cuando el salario es bajo, $w_0(1-\alpha)$, entonces la demanda por trabajo es:

$$L_{Alto} = \frac{K^\gamma}{w_0^2(1-\alpha)^2}$$

   El último paso es determinar la cantidad de capital que elige la firma. Tal como lo dice el enunciado la firma maximiza el ingreso esperado, sin embargo sabiendo en cada escenario cuanto trabajo contrata, es decir para determinar la cantidad de capital resolvemos:

$$\begin{aligned}\max_{\{K\}} \pi(w,K,L) &= \frac{1}{2}\left[2K^{\gamma/2}\frac{K^{\gamma/2}}{w_0(1+\alpha)} - w_0(1+\alpha)\frac{K^\gamma}{w_0^2(1+\alpha)^2} - K\right] \\ &+ \frac{1}{2}\left[2K^{\gamma/2}\frac{K^{\gamma/2}}{w_0(1-\alpha)} - w_0(1-\alpha)\frac{K^\gamma}{w_0^2(1-\alpha)^2} - K\right]\end{aligned}$$

   Simplificando un poco antes de derivar llegamos a:

$$\max_{\{K\}} \pi(w,K,L) = \frac{1}{2}\left[\frac{K^\gamma}{w_0(1+\alpha)} - K\right] + \frac{1}{2}\left[\frac{K^\gamma}{w_0(1-\alpha)} - K\right]$$

   De la condición de primer orden obtenemos:

$$K = \left[\frac{\gamma}{w_0(1-\alpha^2)}\right]^{\frac{1}{1-\gamma}}$$

   Derivando la última expresión con respecto a α obtenemos que el capital aumenta cuando aumenta la incertidumbre del salario, es decir α.