

Profesores: Igal Magendzo, David Rappoport
Prof. Auxiliar: Carlos Ramírez
Semestre: Otoño 2007

(1) **Pago a los factores en el modelo de Solow**

Recuerde que en el modelo de Solow el producto Y , viene dado por: $Y = F(K, L)$, donde se ignora incrementos de productividad; K y L denotan al capital y al trabajo; y la función de producción F exhibe retornos constantes a escala, es creciente en cada uno de sus argumentos, tiene retornos decrecientes en ellos y cumple con las condiciones de Inada. La razón capital trabajo se denota mediante $k = \frac{K}{L}$ y la forma intensiva de la función de producción viene dada por: $y = f(k)$, donde $f(k) = F(\frac{K}{L}, 1)$. La dinámica del capital queda caracterizada por:

$$\dot{k} = sf(k) - (n + \delta)k$$

donde s , n y δ denotan la tasa de ahorro, tasa de crecimiento de la población y la tasa de depreciación del capital, respectivamente. Las tres tasas son exógenas al modelo. En este modelo consideraremos una economía pobre (ie. con menos capital que en estado estacionario) y estudiaremos como evolucionan los precios de los factores camino al estado estacionario. Además en equilibrio se puede demostrar que: $r = f'(k)$ y $w = f(k) - kf'(k)$.

- (a) Muestre que la suma de los pagos a los factores es igual al producto, es decir $rK + wL = F(K, L)$

R: Sabemos que la función de producción tiene retornos constantes a escala, es decir:

$$F(\alpha K, \alpha L) = \alpha F(K, L)$$

derivando con respecto a α obtenemos que:

$$F_K K + F_L L = F(K, L)$$

y como $w = F_L$ y $r = F_K$, se tiene que:

$$rK + wL = F(K, L)$$

- (b) Determine si el pago al capital crece o cae camino al estado estacionario. Haga lo mismo para los salarios. Indicación: Para determinar la evolución de los pagos basta con escribir $\frac{\partial r}{\partial k}$ y $\frac{\partial w}{\partial k}$

R: Sabemos que el pago al capital está dado por $r = f'(k)$. Para determinar qué sucede con este pago cuando la economía se aproxima al estado estacionario, derivamos la expresión con respecto a k , obteniendo:

$$\frac{\partial r}{\partial k} = f''(k) < 0$$

es decir a medida que mantenemos fijo el stock de trabajo y aumentamos la cantidad de capital su rentabilidad cae, esto porque cada unidad extra de capital rinde menos. Para determinar qué sucede con el salario, derivamos la expresión del salario, obteniendo:

$$\frac{\partial w}{\partial k} = -kf''(k) > 0$$

- (c) Suponga una la función de producción es de tipo Cobb-Douglas. Determine la tasa de cambio del pago al capital $\gamma_r = \frac{\dot{r}}{r}$
 R: Si la función de producción es de tipo Cobb-douglas entonces $Y = F(K, L) = K^\alpha L^{1-\alpha}$. Expresando la función en términos per cápita se tiene que $y = k^\alpha$. Por lo tanto se tiene que:

$$\gamma_r = \frac{\dot{r}}{r} = \frac{f''(k)\dot{k}}{f'(k)} = (\alpha - 1)\frac{\dot{k}}{k}$$

- (d) Bajo el mismo contexto anterior, determine la tasa de cambio del salario $\gamma_w = \frac{\dot{w}}{w}$.
 R: Al igual que el caso anterior tenemos que:

$$\gamma_w = \frac{\dot{w}}{w} = \frac{-\alpha(\alpha - 1)k^{\alpha-1}\dot{k}}{(1 - \alpha)k^\alpha} = \alpha\frac{\dot{k}}{k}$$

- (e) Explique como evolucionan los pagos al capital y el trabajo hasta alcanzar el EE.
 R: En el caso del pago al capital se tiene que a medida que éste crece, se presenta cada vez menores retornos, por lo que la tasa de retorno de cada periodo debiese ser menor. En el caso del salario, la tasa de crecimiento de éste debiería ir cayendo en el tiempo.

(2) Comente

- (a) Al considerar el crecimiento económico se considera la evolución del PIB real, en términos per cápita y en dólares con el mismo poder de compra. ¿Por qué se consideran cifras per cápita?

Respuesta: El producto per cápita es una mejor aproximación del bienestar y la riqueza comparado con el producto nacional y además uno de los determinantes del crecimiento económico es el crecimiento de la población. Luego, en términos per cápita podemos comparar países con distinto nivel de población.

- (b) Bajo el modelo de Solow, suponga dos economías que poseen todo igual a excepción de la tasa de ahorro, ¿cuál de ellas crecerá más rápido?, ¿cuál tendrá un mayor ingreso per cápita?

Respuesta: Si las economías tienen distinto s , sólo podemos decir que la economía que se encuentra más lejos de su propio estado estacionario (en el caso que $g = 0$) crecerá más rápido (“convergencia condicional”).

- (c) ¿Qué señala la evidencia acerca de la relación entre crecimiento y reducción de la pobreza? Luego, que le diría a los economistas que sugieren que para aliviar la pobreza en el largo plazo hay que enfocarse en la redistribución del ingreso.

Respuesta: La evidencia señala que a medida que los países logran mejores niveles de producto, éstos disminuyen su nivel de pobreza. Además se sabe que se mejora los niveles de crecimiento a corto plazo dando más incentivos a la inversión o al trabajo, pero si se quiere atacar al largo plazo es necesario mejorar la eficiencia. Luego el tipo de medidas de corto plazo hacen relación a políticas que mejoren la inversión o la cantidad de trabajo, mientras que políticas centradas en el mejoramiento de la eficiencia (por ejemplo políticas educacionales) buscan mejorar la situación a largo plazo.

- (d) Una de las principales conclusiones del modelo Neoclásico es que en ausencia de progreso tecnológico aún puede existir crecimiento debido al aumento de población.

Respuesta: Falso, en ausencia de progreso tecnológico no hay crecimiento de largo plazo, en dicho modelo.

- (e) ¿Qué entendemos por convergencia condicional en el modelo de Solow? ¿Qué se observa respecto a la convergencia del ingreso per cápita en las regiones de Chile? ¿Qué elemento ausente en el modelo neo-clásico podría explicar lo observado en las regiones de Chile?

Respuesta: La convergencia condicional hace referencia a que países que se encuentren más alejados de su nivel de producto de largo plazo debiesen crecer más rápido. La evidencia en las regiones de Chile nos muestra que existe amplia heterogeneidad en los ingresos per cápita. Un elemento que pudiese estar ausente y ayudase a entender lo que ocurre con las regiones es la heterogeneidad en las oportunidades de negocios de cada una de las regiones.

- (f) La evidencia de contabilidad del crecimiento señala que lo más importante es la acumulación de capital y el progreso técnico para explicar el crecimiento mundial desde 1960. ¿Cómo es posible entonces que tantos economistas identifiquen la educación (o la acumulación de capital humano) como uno de los factores más importantes para el crecimiento económico en el mundo en general y en Chile en particular?

Respuesta: La evidencia muestra eso debido a que incentivos a la acumulación de capital generan crecimiento, pero a corto plazo. Las medidas enunciadas por los economistas tienen como objetivo el crecimiento a largo plazo, enfocándose en la PTF (productividad total de factores).