



CLASE AUXILIAR 2 ECONOMÍA II

PROFESORES: IGAL MAGENDZO
DAVID RAPPOPORT
AUXILIAR: CARLOS RAMÍREZ

P1) Considere un individuo que vive por dos períodos y maximiza la siguiente función de utilidad de consumo:

$$\log(C_1) + \frac{1}{1+\rho} \log(C_2)$$

donde C_i es el consumo el período i ($i = 1, 2$). ρ es su tasa subjetiva (personal) de descuento. El individuo recibe flujos de ingreso Y_1 e Y_2 en los períodos 1 y 2, respectivamente.

Denote la tasas de interés de mercado por r y suponga, para simplificar, que esta tasa es igual a la tasa subjetiva de descuento en todo momento.

- a) Escriba la restricción presupuestaria intertemporal del individuo y encuentre las expresiones para el consumo y el ahorro individual, S , en ambos períodos, como función de los flujos de ingreso y la tasa de interés. ¿Qué pasa con el ahorro cuando $Y_1 = Y_2$? ¿Por qué?

El problema es el siguiente:

$$\text{Max } U(c_1, c_2) = \log(c_1) + \frac{1}{1+\rho} \log(c_2)$$

s.a.

$$Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} = c_1 + \frac{c_2}{1+r}$$

Nota: La Restricción presupuestaria viene de:

Período 1: $C_1 + S = Y_1$

Período 2: $C_2 = S(1+r) + Y_2$

Dividiendo la expresión del período 2 por $(1+r)$ y sumándolas se obtiene la Restricción presupuestaria intertemporal.

Se construye el lagrangeano

$$L = \log(c_1) + \frac{1}{1+\rho} \log(c_2) + \lambda \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - c_1 - \frac{c_2}{1+r} \right)$$

A partir del lagrangeano derivamos las C.P.O. para c_1 y c_2 :

$$\begin{aligned} c_1: \quad \frac{1}{c_1} - \lambda &= 0 \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{1}{c_1} \\ c_2: \quad \frac{1}{1+\rho} * \frac{1}{c_2} - \frac{\lambda}{1+r} &= 0 \quad \longrightarrow \quad \lambda = \frac{1+r}{1+\rho} * \frac{1}{c_2} \end{aligned}$$

Como $r = \rho$, e igualando los λ se obtiene $c_1 = c_2$

Reemplazando en la R.P. se tiene que:

$$c_1 = c_2 = \frac{(1+r)Y_1 + Y_2}{r+2}$$

Para el ahorro se tiene:

$$S_1 = Y_1 - c_1 = \frac{Y_1 - Y_2}{r+2}$$

$$S_2 = 0$$

si $Y_1 = Y_2 = Y$ se tiene:

$$c_1 = c_2 = Y$$

$$S_1 = S_2 = 0$$

Como el individuo vive 2 períodos y en ambos períodos recibe el mismo ingreso, lo óptimo es que se consuma todo el ingreso del período y no ahorre nada.

Estudiemos ahora el impacto de cambios en la tasa de interés sobre el ahorro, analizando los casos extremos.

i. ¿Cuál es el signo del impacto de un aumento en la tasa de interés sobre el ahorro (sube o baja), cuando todo el ingreso se recibe en el primer período, es decir $Y_2=0$? Explique su resultado.

Si $Y_2 = 0$ y $Y_1 = 2Y$ se tiene que:

$$c_1 = c_2 = \frac{(1+r)2Y}{r+2}$$

$$S_1 = 2Y - c_1 = \frac{2Y}{r+2}$$

Si r aumenta entonces el ahorro disminuye, ya que

$$\frac{\partial S_1}{\partial r} = -\frac{2Y}{(r+2)^2} < 0$$

Dado que el individuo recibe todo el ingreso en el primer período, debe ahorrar para suavizar consumo, y consumir lo mismo en el período 1 y 2. Luego, si sube la tasa de interés (que es igual a la tasa de descuento subjetiva), el individuo puede ahorrar

menos y obtener en el siguiente período los ingresos suficientes para consumir lo deseado.

- ii. Cuál es el signo del impacto de un aumento en la tasa de interés sobre el ahorro (sube o baja), cuando todo el ingreso se recibe en el segundo período, es decir $Y_1=0$? Explique su resultado.

Si $Y_1 = 0$ y $Y_2 = 2Y$ se tiene que:

$$c_1 = c_2 = \frac{2Y}{r+2}$$

$$S_1 = 0 - c_1 = -\frac{2Y}{r+2}$$

Si r aumenta entonces el ahorro aumenta, ya que

$$\frac{\partial S_1}{\partial r} = \frac{2Y}{(r+2)^2} > 0$$

En este caso, el individuo recibe todo el ingreso en el segundo período, por lo que debe endeudarse para suavizar consumo, y consumir lo mismo en el período 1 y 2. Por lo tanto, si sube la tasa de interés, el individuo va a tener que ahorrar más y así poder pagar lo prestado y consumir lo deseado en ambos períodos.