ECONOMÍA II - IN41B

II. Comportamiento de los Agentes

1. Consumo

III. Modelo de dos Períodos

David Rappoport

Repaso

- Estamos estudiando los determinantes del C.
- (1^{er} enfoque) Función de C keynesiana:

$$C_t = \bar{C} + c(Y_t - T_t)$$

  - sencilla, buen ajuste en el l-p
  - no tiene fundamentos micro, no explica la evidencia de c-p, no incorpora la noción intertemporal (planificación).

Repaso

- Restricción presupuestaria: “Y = gasto”.
- RP secuencial:

$$A_{t+1} = Y_{l,\,t} + A_t(1+r) - C_t - T_t$$

- RP intertemporal:

$$\sum_{s=0}^{N} \frac{C_{t+s}}{(1+r)^s} = \sum_{s=0}^{N} \frac{Y_{l,\,t+s} - T_{t+s}}{(1+r)^s} + (1+r)A_t$$

III. Modelo de dos Períodos

1. El Modelo Básico.
2. Cambios en r.
3. Utilidad de Elasticidad Intertemporal de Sustitución (EIS) constante.
4. Restricciones de Liquidez.

III.1 El Modelo Básico

- Modelo más sencillo de decisiones de C en el que se pueden analizar temas dinámicos en macroeconomía.
- Supuestos:
  - los individuos viven 2 períodos.
  - Ingresos Y_1, Y_2 conocidos ($\nexists$ incertidumbre).
  - los individuos maximizan su utilidad $u(C_1, C_2)$. La cual es creciente ($u'(\cdot) > 0$) y cóncava ($u''(\cdot) < 0$). Además, las curvas de isoutilidad son convexas.
  - *forward looking*: el C óptimo se planifica a futuro.
  - El individuo nace (y muere) sin activos financieros ($A_0 = A_2 = 0$).
  - S ahorro (sin subíndice porque sólo hay posibilidad de ahorro entre $t = 1$ y $t = 2$).
  - $\nexists$ gobierno (impuestos).

III.1 El Modelo Básico

- Problema de decisión de consumo (óptimo):

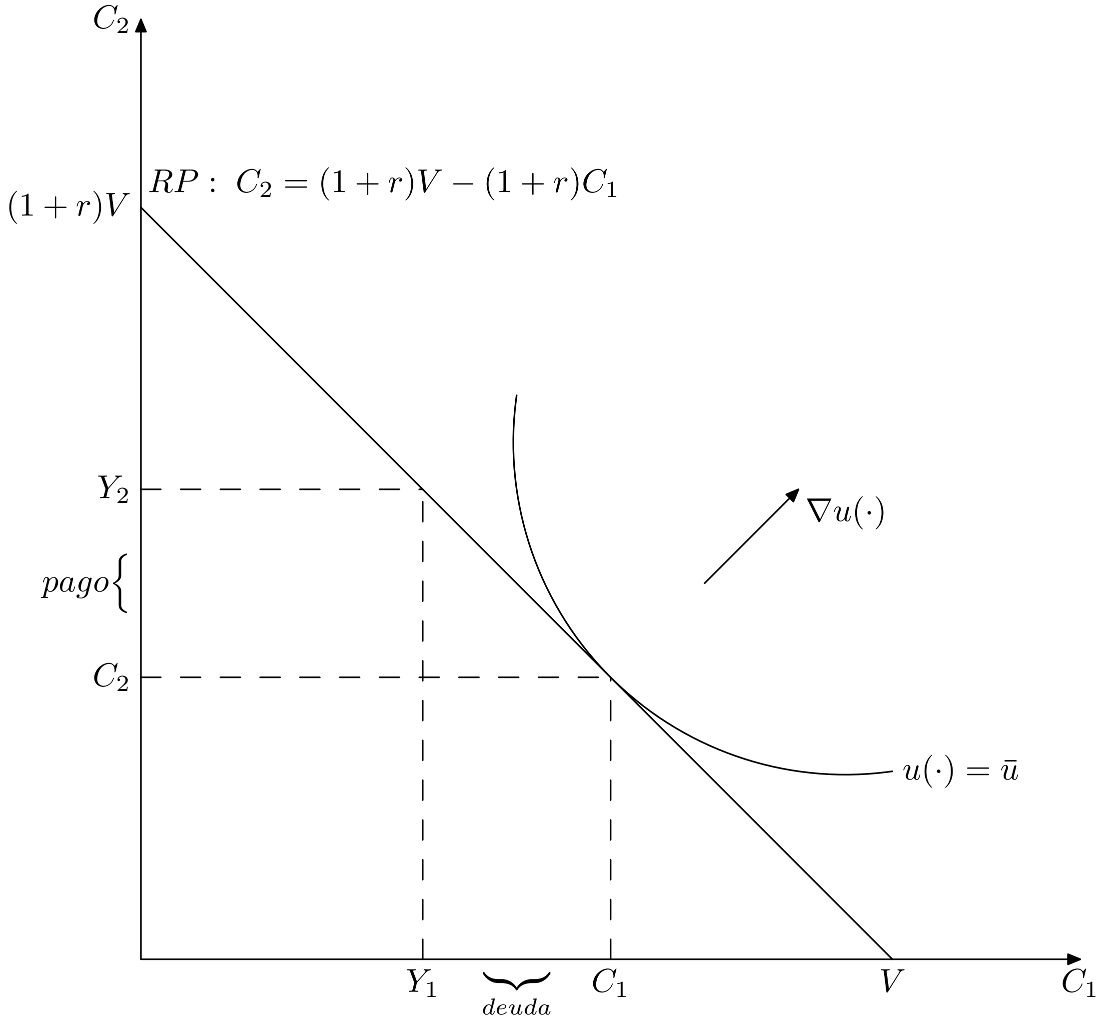
$$\max_{C_1, C_2} \quad u(C_1,\, C_2)$$
$$s.a. \quad \text{RP}$$

- Restricción presupuestaria:

$$\begin{aligned} t = 1 &\qquad Y_1 = C_1 + S \\ t = 2 &\qquad Y_2 + (1+r)S = C_2 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} = C_1 + \frac{C_2}{1+r}$$

III.1 El Modelo Básico



III.1 El Modelo Básico

- el C óptimo es tal que la tasa marginal de sustitución (TMS) entre períodos (la razón entre las utilidades marginales = a la pendiente de la isoutilidad) es = a la tasa marginal de transformación $(1 + r)$ de C presente por futuro (= a la pendiente de la RP).
- Del gráfico se observa que: “el C depende del VP(Y) en lugar del Y^d (o corriente)”.
- Este hecho no era capturado por la función de C keynesiana.

III.1 El Modelo Básico

- La concavidad de la función de utilidad implica que el individuo prefiere un perfil de C “plano” (idea básica central en la teoría intertemporal de C).
- Luego de experiencias de estabilización (*e.g.*, Chile 1992) el $C \uparrow$ relativamente más que el Y. Esto se podría “explicar” en este contexto si los agentes ven $\downarrow$ la incertidumbre sobre el rumbo de la política macroeconómica y una expectativa de mantener un g alto. Pues la incertidumbre “$\downarrow$” el VP del Y.
- De igual forma frente a períodos de crisis el $C \downarrow$ más que el Y, al disminuir el Y futuro esperado.

III.2 Cambios en r

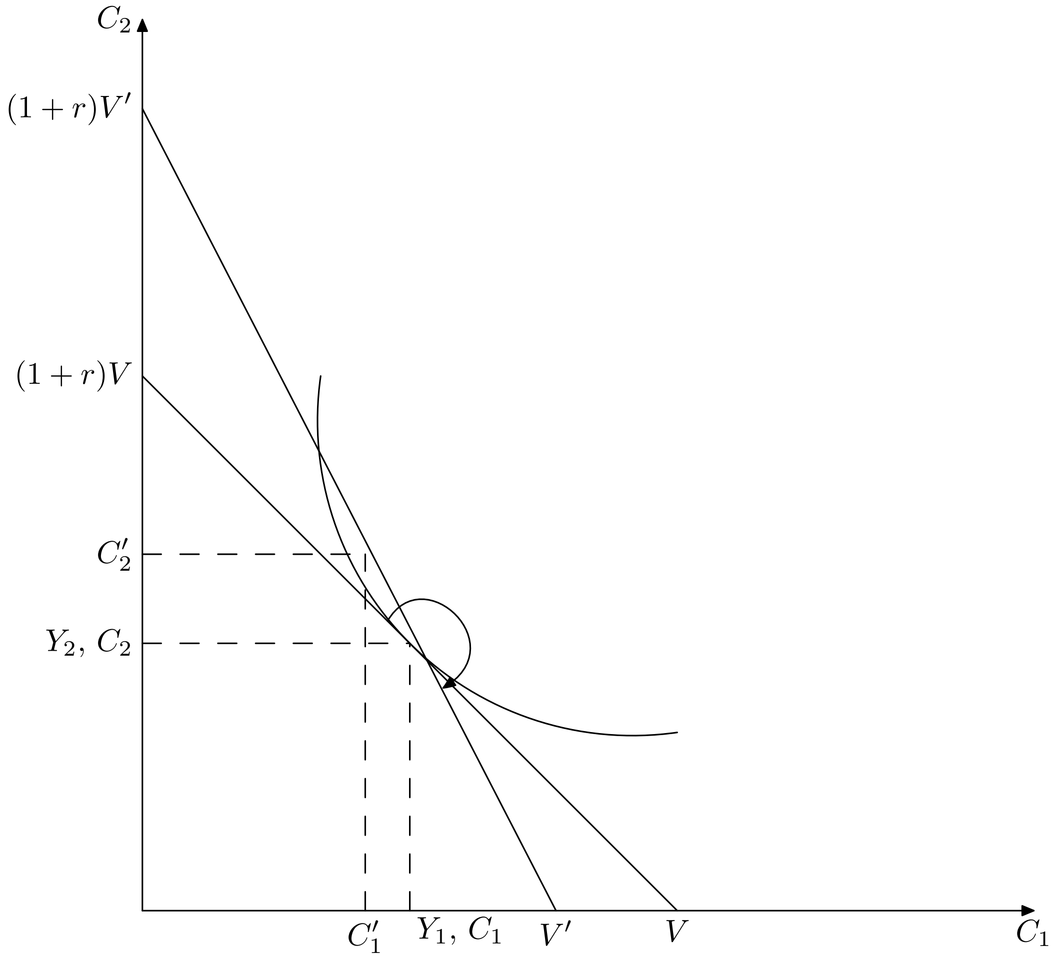
- La tasa de interés (r) representa el precio relativo del C presente (C_1) en términos del C futuro (C_2). Nota: estrictamente el precio relativo es $1 + r$.
- Alternativamente $\frac{1}{1+r}$ es el precio relativo del C_2 en términos del C_1.
- Si $\uparrow r$ aumenta el precio del consumo presente, por lo que, "aumentan los incentivos al ahorro". En este caso, C_1 es relativamente más caro que C_2 por lo que se posterga C, *i.e.* $\downarrow C_1 \ \uparrow C_2 \ \uparrow S$.
- El argumento anterior es la razón que está tras la afirmación popular que $\uparrow r \ \Rightarrow \uparrow S$. El problema de esta afirmación es que no considera el efecto ingreso.

III.2 Cambios en r

- Efecto sustitución: $\Delta r \Rightarrow \Delta$ precios relativos $\Rightarrow \Delta C_1, \Delta C_2$.
- Efecto ingreso: $\Delta r \Rightarrow \Delta$ VP(riqueza) el efecto es ambiguo y depende del signo de S.
  - Por un lado, un $\uparrow r$ disminuye el S necesario para mantener C_2 ctt.
  - Por otro lado, $\uparrow r$ disminuye el VP de los ingresos futuros (efecto riqueza).
- La evidencia empírica sugiere que el efecto de r sobre S sería más bien débil (Deaton 1992).

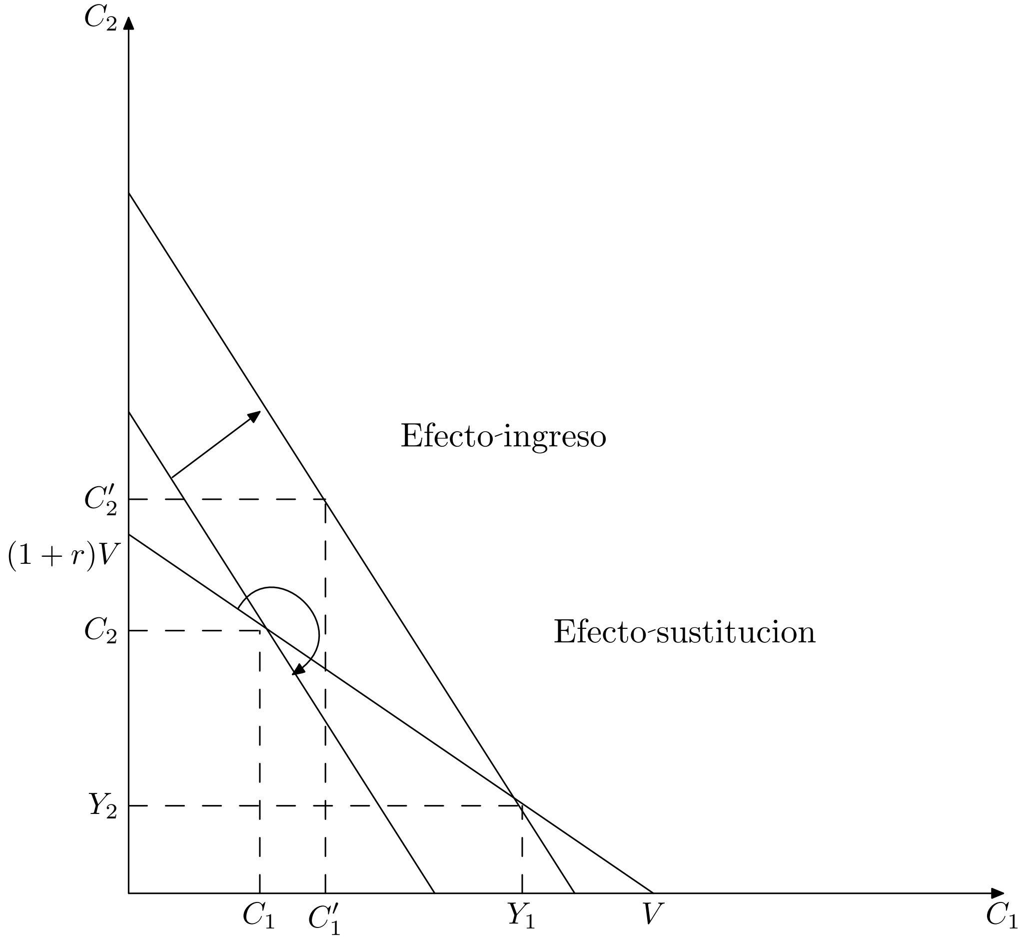
III.2 Cambios en r

Efecto sustitución $\uparrow r$:



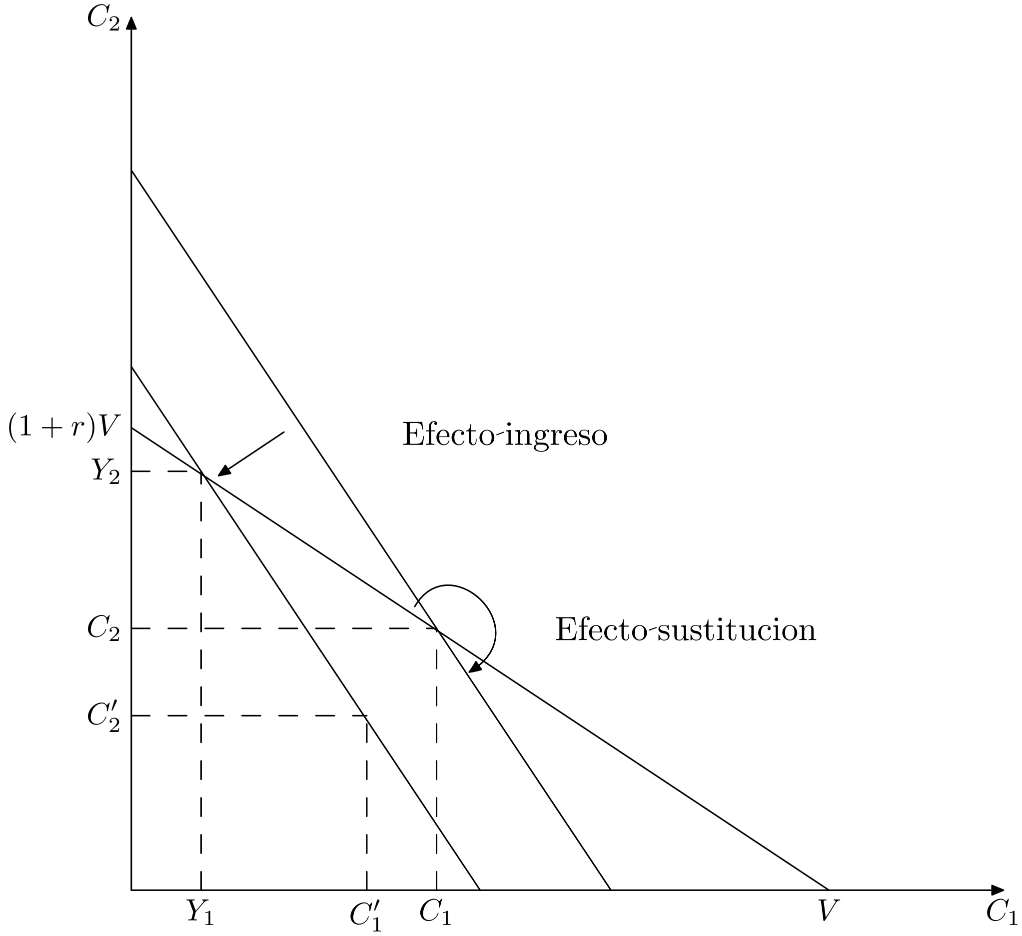
III.2 Cambios en r

Efecto ingreso positivo $S > 0, \uparrow r$:



III.2 Cambios en r

Efecto ingreso negativo $S < 0, \uparrow r$:



III.3 Función de EIS ctt.

- Supuestos adicionales:
  - el agente descuenta el futuro a tasa ρ.
  - la utilidad es separable en el t, *i.e.*, $u(C_1, C_2) = u(C_1) + \tilde{u}(C_2)$.
  - y de elasticidad intertemporal de sustitución (EIS) ctt o de aversión relativa al riesgo ctt (CRRA).
- Función de utilidad CRRA muy usada en macroecononmía para el estudio del C bajo incertidumbre donde se le llama CRRA. Para nosotros la característica importante es que exhibe EIS ctt.

III.3 Función de EIS ctt.

- El agente ahora decide su consumo (óptimo) resolviendo el siguiente problema:

$$\max_{(C_1, C_2)} u(C_1) + \frac{u(C_2)}{1+\rho} \qquad (1)$$

$$\text{s.a.} \quad RP$$

donde,

$$u(C) = \begin{cases} \frac{C^{1-\sigma}-1}{1-\sigma} & \text{si } \sigma \geq 0 \text{ y } \sigma \neq 1 \\ \log(C) & \text{si } \sigma = 1 \end{cases}$$

y $\dfrac{1}{\sigma}$ es la EIS.

III.3 Función de EIS ctt.

- Cuando $\sigma \to 0^+$, la EIS $\to \infty$, *i.e.* la función de utilidad se aproxima a una función de utilidad lineal en el C, luego $\nexists$ suavización de C intertemporal (solución esquina: se consume todo cuando es más barato).
- Cuando $\sigma \to \infty$, la EIS $\to 0$, *i.e.* la función de utilidad es de Leontief y el agente no reacciona a Δr sólo suaviza su C intertemporalmente.

III.3 Función de EIS ctt.

- El problema del agente se resuelve con técnicas de optimización restringida (lagrangeano).
- El supuesto de utilidad marginal positiva ($u' > 0$ o utilidad creciente) permite trabajar con la RP en igualdad.
- El lagrangeano del problema es:

$$L = \frac{C_1^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \frac{1}{1+\rho}\frac{C_2^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - C_1 - \frac{C_2}{1+r}\right)$$

III.3 Función de EIS ctt.

$$L = \frac{C_1^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \frac{1}{1+\rho}\frac{C_2^{1-\sigma} - 1}{1-\sigma} + \lambda\left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} - C_1 - \frac{C_2}{1+r}\right)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial L}{\partial C_1} &= C_1^{-\sigma} - \lambda = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1}{C_1^{\sigma}} \\
\frac{\partial L}{\partial C_2} &= \frac{1}{1+\rho} C_2^{-\sigma} - \frac{\lambda}{1+r} = 0 \Rightarrow \lambda = \frac{1+r}{1+\rho}\frac{1}{C_2^{\sigma}}
\end{aligned}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{C_1}{C_2}\right)^{\sigma} = \frac{1+\rho}{1+r} \qquad (2)$$

III.3 Función de EIS ctt.

- La EIS se define como el cambio porcentual en la razón C_2/C_1 cuando cambia el p relativo del C_1 en términos del C_2 $(1+r)$ cambia en 1 %. Esto es,

$$\mathrm{EIS} = \frac{\partial \log(C_2/C_1)}{\partial \log(1+r)} \tag{3}$$

tomando logaritmos en la condición de optimalidad (2):

$$\begin{aligned} \sigma \log(C_1/C_2) &= \log(1+\rho) - \log(1+r) \\ \Rightarrow -\frac{\partial \log(C_1/C_2)}{\partial \log(1+r)} &= \frac{1}{\sigma} = \mathrm{EIS} \end{aligned}$$

III.3 Función de EIS ctt.

- Para obtener las expresiones para $C_1, \text{ y } C_2$ reemplazamos la condición de optimalidad (2) en la RP (2 ecuaciones y 2 incógnitas)

$$
\begin{aligned}
Y_1 + \frac{Y_2}{1+r} &= C_1 + \frac{C_2}{1+r} \quad \text{donde} : C_2 = C_1 \left(\frac{1+r}{1+\rho}\right)^{\frac{1}{\sigma}} \\
&= C_1 \left[\frac{(1+\rho)^{\frac{1}{\sigma}} + (1+r)^{\frac{1}{\sigma}-1}}{(1+\rho)^{\frac{1}{\sigma}}}\right]
\end{aligned}
$$

$$
\Rightarrow C_1 = \left(Y_1 + \frac{Y_2}{1+r}\right)(1+\rho)^{\frac{1}{\sigma}} \left[(1+\rho)^{\frac{1}{\sigma}} + (1+r)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}\right]^{-1}
$$

III.3 Función de EIS ctt.

- Efectos de Δr sobre $S = Y_1 - C_1$:
  - Si $Y_2 = 0$:
    - $C_1 = Y_1 (1+\rho)^{\frac{1}{\sigma}} \left[(1+\rho)^{\frac{1}{\sigma}} + (1+r)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}} \right]^{-1}$
    - Si $\sigma < 1$ (EIS >1) $\uparrow r$ ($\uparrow (1+r)^{\frac{1-\sigma}{\sigma}}$) $\Rightarrow \downarrow C_1 \ \Rightarrow \uparrow S$ "cuando hay alta sustitubilidad postergo C, luego $\uparrow S$". El efecto sustitución domina al efecto Y.
    - Si $\sigma > 1$ (EIS <1) $\uparrow r \Rightarrow \uparrow C_1 \ \Rightarrow \downarrow S$. El efecto Y domina al efecto sustitución.

III.3 Función de EIS ctt.

- Efectos de Δr sobre $S = Y_1 - C_1$:
  - El efecto final de Δr sobre S depende de si el agente ahorraba o se endeudaba ($S > 0$ o $S < 0$). Analíticamente, $Y_2 \neq 0$. Cuando $\exists\ Y$'s en el futuro Δr generan $\downarrow$ VP(riqueza humana): efecto riqueza. El efecto riqueza va en la dirección del efecto sustitución, *i.e.*, $\uparrow r$, $\downarrow C_1$ y $\uparrow S$.

III.3 Función de EIS ctt.

- Nótese que a diferencia de la función de C keynesiana el Y corriente no es lo que determina el C, sino que el VP de los Y's.
- Cuando $\nexists$ restricciones de liquidez (ni incertidumbre) da lo mismo cuando se reciben los Y's para las decisiones (planificación) de C.