



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN34A - Optimización

Profs: Guillermo Durán
Richard Weber
Aux: Leonardo López
Gonzalo Romero
Rodrigo Wolf

CTP 1

28 de Marzo de 2007

El famoso empresario Pineira está decidido a seguir haciéndose millonario invirtiendo en la Bolsa de Valores a través de la compra y venta de acciones.

El mercado cuenta con un conjunto de I acciones que pueden ser compradas y vendidas sólo a través de alguna de las J Corredoras de Bolsa. Pineira cuenta con información privilegiada, lo que le ha permitido estimar con exactitud la valoración que hoy hace el mercado de cada acción para un horizonte de T días. El precio presente unitario de la acción i en el día t está dado por P_{it} .

Para comprar o vender acciones con una Corredora es necesario contratarla. El contrato con la Corredora j tiene un costo fijo de CF_j y permite realizar transacciones con ella durante los próximos T_j días. En el contrato, la Corredora j exige comprar o vender durante el periodo un mínimo de $MinT_j$ acciones y un máximo de $MaxT_j$ acciones. El corredor j cobra una comisión cc_{jt} por cada acción comprada y cv_{jt} por cada acción vendida durante el periodo t .

En el mercado no existen infinitas acciones disponibles. En cada periodo t , el empresario sabe que a lo más podrá comprar O_{it} acciones i y a lo más podrá vender D_{it} acciones i . Un cercano asesor del empresario le ha recomendado que ningún día realice transacciones (de compras o de ventas) que involucren movimientos monetarios superiores a L [U.M.], de lo contrario llamará la atención de los medios de comunicación y provocará bajas en su popularidad. Por otro lado, como es amigo de varios de los propietarios de las Corredoras de Bolsa y está interesado en no afectar tales relaciones, ha decidido contratar como mínimo a cinco Corredoras.

El empresario le ha informado que hoy posee α_i acciones i . Además, existe un conjunto $D \subseteq I$ de empresas de las cuales él participa en sus directorios, por lo que requiere que al final de cada día nunca tenga menos que $MinD_i$ acciones i , $\forall i \in D$. También, le informa que hay una empresa "regalona" de la que desea siempre tener más acciones (acción n°10), por lo que se ha propuesto que al final de cada día debe tener más o igual número de acciones que día anterior.

El empresario le ha solicitado que plantee un modelo de programación lineal mixto que le permita decidir la estrategia que maximice sus utilidades por transacciones realizadas en el horizonte de T días y su patrimonio accionario al día T .

Nota: Considere que el patrimonio accionario está dado por el valor monetario de las acciones de las que es propietario.



Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN34A - Optimización

Profs: Guillermo Durán
Richard Weber
Aux: Leonardo López
Gonzalo Romero
Rodrigo Wolf

Pauta CTP 1

28 de Marzo de 2007

Variables de decisión (1 punto)

x_{ijt} : Número de acciones i que se compran a través de la Corredora j el día t .

y_{ijt} : Número de acciones i que se venden a través de la Corredora j el día t .

w_j : 1 si se contrata a la Corredora j , 0 si no.

I_{it} : Número de acciones i de las que el empresario es propietario al final del día t .

Nota: La variable I_{it} es una variable de estado que depende de x_{ijt} y de y_{ijt} . Es análoga a la variable de inventario en los problemas de producción.

Restricciones

1. Naturaleza de las variables (0.3 puntos):

$$x_{ijt}, y_{ijt}, I_{it} \geq 0 \quad \forall i \in I, \forall j \in J, \forall t \in T \quad (1)$$

$$w_j \in \{0, 1\} \quad \forall j \in J \quad (2)$$

2. Mínimo de transacciones por Corredora según contrato (0.5 puntos):

$$\sum_{i,t} (x_{ijt} + y_{ijt}) \geq \text{Min}T_j \cdot w_j \quad \forall j \in J \quad (3)$$

3. Máximo de transacciones por Corredora según contrato (0.5 puntos):

$$\sum_{i,t} (x_{ijt} + y_{ijt}) \leq \text{Max}T_j \cdot w_j \quad \forall j \in J \quad (4)$$

Nota : Si en las dos restricciones anteriores no se hubiese incluido el w_j al lado derecho, sería necesario considerar restricciones que hagan nulas las compras y ventas de acciones a través de la Corredora j cuando $w_j = 0$. Por ejemplo:

$$\sum_{i,t} x_{ijt} \leq M \cdot w_j \quad \forall j \in J \quad (5)$$

$$\sum_{i,t} y_{ijt} \leq M \cdot w_j \quad \forall j \in J \quad (6)$$

Donde M es suficientemente grande. Por ejemplo, $\text{Max}T_j$ podría ser un valor para M .

Si el w_j sólo está en la restricción 3, está incorrecto. Pues cuando $w_j = 0$, $\sum_{i,t} (x_{ijt} + y_{ijt}) \leq 0$, lo que se contradice con la restricción 2.

4. No comprar más acciones que la oferta disponible por acción para cada periodo (0.3 puntos):

$$\sum_j x_{ijt} \leq O_{it} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (7)$$

5. No vender más acciones que la demanda disponible por acción para cada periodo (0.3 puntos):

$$\sum_j y_{ijt} \leq D_{it} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (8)$$

6. No realizar transacciones que involucren movimientos monetarios superiores a L (0.3 puntos):

$$\sum_{i,j} (P_{it} \cdot x_{ij} + P_{it} \cdot y_{ijt}) \leq L \quad \forall t \in T \quad (9)$$

7. Contratar como mínimo a cinco Corredoras (0.3 puntos):

$$\sum_j w_j \geq 5 \quad (10)$$

8. Ecuación de inventario de acciones (0.3 puntos):

$$I_{it} = I_{it-1} + \sum_j x_{ijt} - \sum_j y_{ijt} \quad \forall i \in I, \forall t \in T \quad (11)$$

9. Inventario inicial de acciones (0.3 puntos):

$$I_{i0} = \alpha_i \quad \forall i \in I \quad (12)$$

10. Número mínimo de acciones al final de cada día, para las empresas en las que participa del directorio (0.3 puntos):

$$I_{it} \geq MinD_i \quad \forall i \in D, \forall t \in T \quad (13)$$

11. Número de acciones en empresa "regalona" (0.3 puntos):

$$I_{10,t} \geq I_{10,t-1} \quad \forall t \in T \quad (14)$$

Función Objetivo (1.3 puntos)

$$\text{máx} \quad Z = \sum_i P_{iT} \cdot I_{iT} + \sum_{i,j,t} (P_{it} \cdot y_{ijt} - P_{it} \cdot x_{ijt}) - \sum_{i,j,t} (cc_{jt} \cdot x_{ijt} + cv_{jt} \cdot y_{ijt}) - \sum_j CF_j \cdot w_j \quad (15)$$

Nota: Del enunciado no se puede deducir alguna restricción sobre el presupuesto que tiene el empresario para invertir. En caso de haber interpretado que el único capital disponible para invertir son las acciones iniciales, habría sido necesario considerar, además, la variable de decisión:

M_t : Dinero disponible para invertir al final del día t .

y las restricciones:

1. Ecuación de inventario del dinero:

$$M_t = M_{t-1} + \sum_{i,j} (P_{it} \cdot y_{ijt} - P_{it} \cdot x_{ijt}) - \sum_{i,j} (cc_{jt} \cdot x_{ijt} + cv_{jt} \cdot y_{ijt}) \quad \forall t \in T \quad (16)$$

2. Dinero inicial:

$$M_0 = 0 \quad (17)$$

3. Comprar acciones sólo si hay dinero disponible al inicio del periodo de la compra:

$$\sum_{i,j} [(P_{it} + cc_{jt}) \cdot x_{ijt}] \leq M_{t-1} \quad \forall t \in T \quad (18)$$

La función objetivo no cambia, pero podría escribirse equivalentemente como:

$$\text{máx} \quad Z = \sum_i P_{iT} \cdot I_{iT} + M_T - \sum_j CF_j \cdot w_j \quad (19)$$

Es importante notar que con este supuesto no es posible controlar el presupuesto destinado a la contratación de las Corredoras, ya que no es válido considerar que proviene del dinero disponible en $t = 0$ pues éste es nulo y la única forma de poder obtener dinero es a través de la venta de acciones, para lo cual es necesario contar con al menos una Corredora contratada.

Dudas y/o consultas
Leonardo López H.
lelopez@ing.uchile.cl