Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN34A – Optimización

Profesores: Guillermo Durán
Richard Weber
Auxiliares: Leonardo López
Gonzalo Romero
Rodrigo Wolf

Auxiliar Extra Sección 2

22 de Marzo de 2007

Pregunta 1

La dirección de la escuela no ha estado indiferente a toda la parafernalia ocasionada por los *reality show*. Por lo mismo ha decidido implantar la modalidad de *eliminado por convivencia* y *eliminado por talento* al cuerpo docente. Para ello, ha decidido que el profesor que obtenga la peor evaluación en la encuesta docente (realizada mediante una votación para eliminar o no al profesor) y el profesor que tenga el curso con el mejor promedio serán eliminados de la escuela en cada semestre. Ante esta noticia, los profesores de optimización han decidido utilizar sus conocimientos para evitar sufrir una eliminación.

Dados los antecedentes históricos de este curso, se ha podido formular un modelo predictivo exacto para la nota que obtendrá cada alumno del curso en cada una de las J evaluaciones que se realizarán. Este modelo consiste en tomar la nota promedio de los cursos ya cursados por el alumno y agregarle un factor de corrección. La nota promedio ha sido obtenida de la base de datos de la escuela y corresponde a M_i, para el alumno i de los I inscritos este semestre. El factor de corrección es el producto entre el grado de dificultad que el profesor decide para cada evaluación y un ponderador que es particular para cada alumno. Este ponderador ha sido estimado en α_i para el alumno i, y el grado de dificultad será definido por los profesores entre los valores -10 y 10, donde -10 corresponde a una evaluación extremadamente difícil y 10 a una evaluación extremadamente fácil. Por otro lado, los profesores pueden realizar una bonificación a la nota final que obtuvo cada alumno.

La ponderación que tiene la evaluación j en el promedio final corresponde a β_j, y además, como política de los profesores puede haber a lo más 3 promedios 7.0 en el semestre. Además, de manera de no generar conflictos entre los alumnos que puedan dañar la imagen para los próximos semestres, los profesores han decidido que entre la bonificación máxima y mínima no debe existir una diferencia mayor a 2 puntos.

Se ha realizado un estudio del comportamiento de los alumnos de la escuela, y éste permitió determinar la siguiente función que entrega la probabilidad de que un alumno vote para que el profesor sea eliminado por convivencia al final de cada semestre:

$$P_i = 1 - \left[\frac{3 \cdot \text{Nota obtenida en el curso} + Pol_i - 3}{20}\right]$$

donde Pol_i indica si el alumno está pololeando o no, información que es conocida.

Por último, la probabilidad de ser eliminado por talento puede ser estimada a través de:

$$B = \frac{\text{Promedio obtenido por el curso} - 1}{6}$$

La idea de los profesores consiste en desarrollar un modelo de programación lineal continua que permita minimizar la probabilidad de ser eliminado, por convivencia o por talento, de la escuela, asumiendo que la probabilidad de ser eliminado por convivencia es la media de las probabilidades de que cada alumno del curso vote para que el profesor sea expulsado de la escuela.

Pregunta 2

Nuestro amigo, Don Giusseppe Mandinga ha decidido utilizar su conocimiento de modelación lineal para confeccionarse una pseudo asignación del tiempo que resta del año, el cual es TA.

Dentro de las actividades prioritarias en esta asignación se encuentran: asistir a los I Happy Hours que restan en el año, cada uno de los cuales tiene una duración máxima de TH_i, dedicarle tiempo a la conquista de su amor recién descubierto, y mantener su preocupación por evitar que sus alumnos despierten al lado oscuro. El resto de su tiempo lo dedica a sus actividades cotidianas.

Él tiene la posibilidad de cantar en cada uno de los Happy Hours, y como su afición por el canto es grande, ha decidido que a lo más en dos de los Happy Hours será él el único cantante, y por lo tanto, cantará toda la duración del Happy Hours en cuestión.

Para su conquista amorosa ha llevado a cabo una encuesta entre sus amigos y ha concluído que ninguno de ellos tiene idea alguna de como entender a las mujeres, pero de todas formas ha logrado rescatar la siguiente respuesta reiterativa de ellos: *para conquistarla debes hacer que cada cita dure más que el total de tiempo ya dedicado a las citas anteriores, con excepción de la última cita, la cual debe ser la de menor duración de todas.* Dada esta información, Giusseppe ha decidido que debe planificar el tiempo de duración de cada una de las J citas que espera tener con su enamorada.

Además, Giusseppe luchará por evitar que sus M alumnos se vayan al lado oscuro. Para ello, él estima que cada unidad de tiempo dedicada logra que CB alumnos no tomen este camino.

Por último, Giusseppe ha pensado mucho sobre la forma de priorizar entre una y otra actividad, y ha llegado a la conclusión de que todo lo puede transformar en unidad de gozo, [u.g]. Es así como ha definido que el lograr el amor le entregará BA [u.g] por cada unidad de diferencia entre el tiempo destinado a la última cita y el tiempo de la cita de menor duración de entre todas las restantes. El canto en los Happy Hours le otorga BC_i [u.g] por unidad de tiempo cantada en el Happy Hours i, y obtiene un beneficio de $BSLO$ por cada alumno que logra que no opte por el camino oscuro.

La idea de Giusseppe es construir un modelo de programación lineal continua que le permita maximizar sus unidades de gozo durante lo que resta de año.

Universidad de Chile
Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas
Departamento de Ingeniería Industrial
IN34A – Optimización

Profesores: Guillermo Durán
Richard Weber
Auxiliares: Leonardo López
Gonzalo Romero
Rodrigo Wolf

Pauta Auxiliar Extra Sección 2
22 de Marzo de 2007

Pregunta 1

1. Declaración de variables:

y_i	:	nota final del alumno i
x_{ij}	:	nota del alumno i en la evaluación j
δ_j	:	nivel de dificultad dado a la evaluación j
E_i	:	bonificación extra en nota dada al alumno i

2. Restricciones:

   a) Calculo de nota en cada evaluación:

$$x_{ij} = M_i + \delta_j \cdot \alpha_i \qquad \forall i = 1, ..., I; \forall j = 1, ..., J.$$

   b) Límites sobre el valor posible para el grado de dificultad:

$$\delta_j \geq -10 \qquad \forall j = 1, ..., J.$$

$$\delta_j \leq 10 \qquad \forall j = 1, ..., J.$$

   c) No poner a ningún alumno una nota inferior a 1.0:

$$x_{ij} \geq 1{,}0 \qquad \forall i = 1, ..., I; \forall j = 1, ..., J.$$

   d) Calcular la nota obtenida al final del curso por cada alumno:

$$y_i = \sum_{j=1}^{J} x_{ij} \cdot \beta_j + E_i \qquad \forall i = 1, ..., I.$$

   e) No poner a ningún alumno una nota superior a 7.0:

$$y_i \leq 7{,}0 \qquad \forall i = 1, ..., I.$$

   f) No colocar más de 3 notas 7.0 en el semestre:

$$\sum_{i \in S} y_i \leq (7{,}0 \cdot |S|) - 0{,}1 \qquad \text{con } |S| = 4 \text{ y } S \subseteq I.$$

   donde S son todos los subconjuntos de I formados por 4 elementos.

   g) Evitar que exista una diferencia mayor a 2 puntos entre la bonificación mínima y máxima:

$$E_i - E_k \leq 2 \qquad \forall\ i, k \in I.$$

$$E_k - E_i \leq 2 \qquad \forall\ i, k \in I.$$

h) Naturaleza de las variables:

$$\begin{array}{rcll} y_i & \geq & 0 & \forall\, i \in I \\ x_{ij} & \geq & 0 & \forall\, i \in I; \forall\, j \in J \\ E_i & \geq & 0 & \forall\, i \in I \\ \delta_j & \in & \mathbb{R} & \forall\, j \in J \end{array}$$

3. Función Objetivo

$$\min \left[B + \frac{\sum_{i=1}^{I} P_i}{I} \right] = \left[\frac{\left(\frac{\sum_{i=1}^{I} y_i}{I} - 1 \right)}{6} + \frac{\sum_{i=1}^{I} \left(1 - \left[\frac{3 \cdot y_i + Pol_i - 3}{20} \right] \right)}{I} \right]$$

Pregunta 2

- Variables:

TC_i : tiempo dedicado a cantar en el Happy Hours i.
TA_j : tiempo dedicado a la cita j.
TS : tiempo dedicado a salvar alumnos.
η : mínimo tiempo de entre las citas, con la excepción de la última.

- Restricciones:

1. No estar en un Happy Hours más del tiempo de duración de éste. **(0.5 punto)**

$$TC_i \leq TH_i \qquad \forall\, i \in \mathcal{I}.$$

2. Evitar que cante en más de dos Happy Hours toda la duración de estos. **(0.5 punto)**

$$TC_i + TC_q + TC_w < TH_i + TH_q + TH_w \qquad \forall\, i, q, w \in \mathcal{I}, \text{tal que } i \neq q \neq w.$$

3. No salvar a más alumnos que M. **(0.5 punto)**

$$CB \cdot TS \leq M$$

4. No destinar más tiempo que el TA restante del año. **(0.5 punto)**

$$\sum_{i \in \mathcal{I}} TC_i + \sum_{j \in \mathcal{J}} TA_j + TS \leq TA$$

5. Hacer que el tiempo de la cita j sea mayor que la suma del tiempo empleado en todas las citas antes de la j. **(1.0 punto)**

$$\sum_{m=1}^{j-1} TA_m \leq TA_j \qquad \forall\, j \in \mathcal{J}, \text{tal que } j \neq J.$$

6. Hacer que la última cita dure menos que todo el resto. **(0.5 punto)**

$$TA_J \leq TA_j \qquad \forall\, j \in \mathcal{J}, \text{tal que } j \neq J.$$

7. Encontrar el valor de η. **(1.0 punto)**

$$\eta \leq TA_j \qquad \forall\, j \in \mathcal{J}, \text{tal que } j \neq J.$$

8. Naturaleza de las variables. **(0.5 punto)**

$$TC_i \geq 0 \qquad \forall\, i \in \mathcal{I}.$$
$$TA_j \geq 0 \qquad \forall\, j \in \mathcal{J}.$$
$$TS, \eta \geq 0$$

- Función Objetivo. **(1.0 punto)**

$$\text{máx}\, GOZO = \left\{ \sum_{i \in \mathcal{I}} (BC_i \cdot TC_i) \right\} + \{BSLO \cdot (CB \cdot TS)\} + \{BA \cdot (\eta - TA_J)\}$$

Además, es posible responder al mismo problema sin necesidad de definir la variable η, esto debido a las condiciones del problema. Dada la restricción (5) es posible darse cuenta inmediatamente que la variable TA_1 será la de menor duración de entre todas las citas, con excepción de la última (J). Con esto, es posible reemplazar en las restricciones η por TA_1, con lo cual se obtiene una formulación diferente del problema, pero que entregará la misma solución.

Dudas y / o comentarios a:
Leonardo López
lelopez@ing.uchile.cl