Universidad de Chile
Facultad de Cs. Físicas y Matemáticas
Dpto. Ingeniería Civil Industrial
Optimización

Profesores: Guillermo Durán
Richard Weber
Auxiliares: Blas Duarte
Sebastián Guzmán
Marianela Pereira

Control N°1 PAUTA
Miércoles 1 de Septiembre de 2004

Pregunta 1

Parte a

a. **(0,5 pto.)** Suponga que tiene un algoritmo exponencial para resolver en forma exacta un problema de decisión Q. ¿Puede afirmar que el problema Q no pertenece a la clase de problemas P (problemas polinomiales)? Justifique la respuesta.

R. No. Porque podría existir otro algoritmo para resolver Q que sea polinomial.

b. **(0,5 pto.)** Sea un problema Q perteneciente a la clase de problemas NP. ¿Puede afirmar que no existe un algoritmo polinomial que resuelva en forma exacta el problema Q? Justifique la respuesta.

R. No. Todos los problemas de P están en NP. Por lo tanto el problema Q podría ser cualquiera de los de P.

c. **(1,0 pto.)** Sea un problema Q perteneciente a la clase de problemas NP-completos. ¿Puede afirmar que no existe un algoritmo polinomial que resuelva en forma exacta el problema Q? Justifique la respuesta.

R. No. Es un problema abierto saber si existe algún algoritmo polinomial para cualquier problema de NP-completo.

Parte b

a. **(1,0 pto.)** Describa una iteración del Método del Gradiente y dé una justificación gráfica y/o conceptual de su funcionamiento.

- **Las iteraciones del algoritmo se pueden resumir en**

$$x^{k+1} = x^k - l_k \nabla f(x_k)\text{, donde } l_k = \underset{l}{Min}\ f(x^k - l_k \nabla f(x^k)).$$

Explicar que nos vamos moviendo en la dirección del gradiente de la función, que es la de máximo descenso. Pueden hacer el dibujo que el punto se va moviendo perpendicular a las curvas de nivel de la función.

b. **(1,0 pto.)** Describa una iteración del Método de Newton y dé una justificación gráfica y/o conceptual de su funcionamiento.

- **Las iteraciones del algoritmo se pueden resumir en**

$$x^{k+1} = x^k - \left[H_{f(x^k)}\right]^{-1} \nabla f(x_k)$$

Explicar que nos movemos en la dirección de $-\left[H_{f(x^k)}\right]^{-1} \cdot \nabla f(x^k)$ **–, que es de descenso cuando el hessiano es definido positivo (y eso pasa si la f es convexa).**

También vale si explican que se aproxima la función por Taylor de orden 2 y en cada paso minimizan la aproximación (hicimos el dibujo en clase).

c. Sea (P) el siguiente problema de optimización

$$\begin{aligned} \min \quad & f(x) \\ s.a. \quad & g_i \leq 0 \qquad\qquad i = 1, \ldots\ldots, m \\ & f, g_i \in C^1 \end{aligned}$$

1. **(1,0 pto.)** ¿Puede existir x* punto factible de (P) que verifique las condiciones de KKT y no sea mínimo local?

   R. **Si, por ejemplo si la f o las g no son convexas (condiciones pedidas en la condición suficiente de optimalidad).**

2. **(1,0 pto.)** ¿Puede existir y* mínimo local de (P) que no verifique las condiciones de KKT?

   R. **Si, si el punto no es regular (condición pedida en la condición necesaria de optimalidad, se vio en clase donde esto pasaba).**