ECUACIONES DE MOVIMIENTO

- Forma vectorial: $\vec{V}$ = velocidad relativa al observador: $\vec{V} = u\,\hat{i} + v\,\hat{j} + w\,\hat{k}$

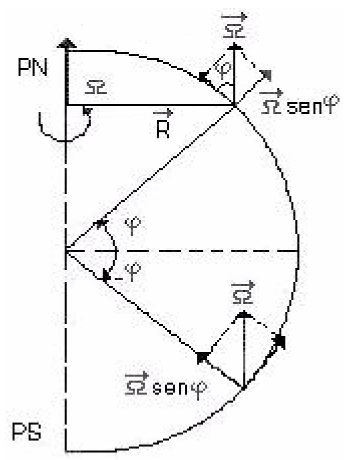
- *Segunda Ley de Newton*: $\dfrac{d\vec{V}}{dt} = -\dfrac{1}{\rho}\nabla p - 2\vec{\Omega}\times\vec{V} + \vec{g} + \vec{F}$ (recordar $\dfrac{d\vec{V}a}{dt} = \dfrac{d\vec{V}}{dt} + 2\vec{\Omega}\times\vec{V} - \Omega^2\vec{R}$)

donde $\nabla p = \dfrac{\partial p}{\partial x}\hat{i} + \dfrac{\partial p}{\partial y}\hat{j} + \dfrac{\partial p}{\partial z}\hat{k}$ = Gradiente de presión tridimensional; ρ = densidad; Va = velocidad absoluta;

$\vec{g} = -g\hat{k}$ = *gravedad "efectiva"*; $\vec{\Omega}$ = *velocidad angular de rotación terrestre* (una vuelta por día sideral);

$\vec{C} = -2\vec{\Omega}\times\vec{V}$ = aceleración de Coriolis; $\vec{F}$ = *aceleración de fricción;* φ = *latitud geográfica*

- *Sistema de coordenadas locales Eje x* de W a E; *Eje y* de S a N; *Eje z* vertical hacia cenit.
  Rotación local en plano **horizontal** $\rightarrow \Omega\ \mathrm{sen}\,\varphi$; Rotación local en plano **vertical** $\rightarrow \Omega\ \cos\varphi$



Ecuaciones de movimiento en coordenadas cartesianas:

$$\text{(a)}\quad \frac{du}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial x} + \underbrace{2\Omega\ \mathrm{sen}\,\varphi\, v}_{} - \underbrace{2\Omega\cos\varphi\, w}_{} + F_x$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad\qquad(1)\qquad\qquad(2)$$

$$\text{(b)}\quad \frac{dv}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial y} - 2\Omega\ \mathrm{sen}\,\varphi\, u + F_y$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad(3)$$

$$\text{(c)}\quad \frac{dw}{dt} = -\frac{1}{\rho}\frac{\partial p}{\partial z} - g + 2\Omega\cos\varphi\, u + F_z$$

$$\qquad\qquad\qquad\qquad(4)\qquad\qquad(5)$$

Parámetro de Coriolis = $f = 2\Omega\ \mathrm{sen}\,\varphi$

- *Aproximación para movimientos atmosféricos de gran escala (planetaria y sinóptica)*: Escala temporal de 10^5 a 10^6 segundos. Escala espacial de 10^3 a $4 \cdot 10^4$ km. Orden de magnitud de velocidades: u y v $\approx$ 10 m/s w $\approx$ 1 cm/s. Resultado: (1) es despreciable frente a las aceleraciones restantes en ecuación (a). Igual sucede con (4) en (c). Desde unos 1000 m. sobre la superficie hacia arriba (capa límite planetaria): $F_x = F_y = F_z \approx 0$.

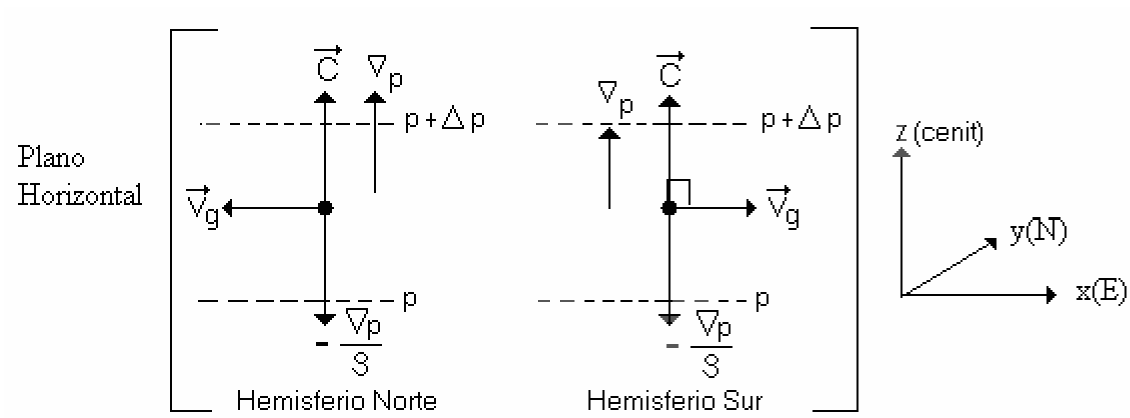
- *Movimientos cuasi-balanceados*: (no hay fuerza neta $\rightarrow \dfrac{du}{dt} = \dfrac{dv}{dt} = \dfrac{dw}{dt} \approx 0$)

Resultado de todas las aproximaciones para gran escala: Balance **geostrófico** (ecuaciones (a) y (b)) y equilibrio hidrostático (ecuación (c))

$$\frac{1}{\rho}\nabla_2 p = f\,\vec{V}_g \times \hat{k}\,; \qquad \vec{V}_g = \textbf{viento geostrófico} = \hat{k}\times\frac{1}{\rho f}\nabla_2 p$$

ECUACIONES DE MOVIMIENTO (Continuación)

El viento geostrófico es una buena aproximación del viento real en sistemas de gran escala sobre los 1000 m. de altura. La ventaja principal es que permite representar el campo vectorial de velocidades a partir de un campo escalar de presiones. En el océano las corrientes geostróficas se derivan de perfiles verticales (-z) de temperatura y salinidad (densidad) considerando una superficie de referencia (e.g. 500 dbar ~ 5000 m de profundidad) en que o



se conoce la velocidad o ésta se considera nula.

Ecuación de continuidad de masa: El movimiento vertical (w) no se puede predecir mediante la segunda ley de Newton. Hay que inferirlo del flujo horizontal. $\rho^{-1}\, d\rho/dt + du/dx + dv/dy + dw/dz = 0 = \rho^{-1}\, d\rho/dt + \mathrm{div}\,(\mathbf{V})$.
Si la densidad no varía siguiendo el movimiento (e.g. ~ océano) entonces
$du/dx + dv/dy + dw/dz = 0$

1. Suponga una superficie del mar inclinada (p_{atm} = cte) de norte a sur con ángulo $\theta = 1$ grado respecto de la horizontal. Obtenga una expresión para la **corriente geostrófica** (velocidad y dirección) a la latitud de 30 S suponiendo densidad constante = 1 Ton/m^3 y que el gradiente horizontal de presión se anula a 1000 m de profundidad.
   Nota: En el **océano** las corrientes se nombran según la dirección **hacia donde** fluyen. En la **atmósfera** los vientos se nombran según la dirección **desde donde** fluyen.
2. Suponga una corriente geostrófica hacia el este cuya velocidad crece linealmente con la profundidad a partir de la superficie del mar. Dibuje esquemáticamente las superficies de igual presión (planos inclinados isobáricos) y las de igual densidad (planos inclinados isopícnicos). Interprete esos resultados si la corriente se encuentra a unos 45 grados de latitud.
3. A partir de las ecuaciones de movimiento horizontal balanceado (viento de gradiente) para una trayectoria recta a latitud constante, plantee la ecuación para el **movimiento inercial** resultante de una anulación instantánea del gradiente horizontal de presión. Discuta el resultado.