



Escuela de
Ingeniería
Universidad
de Chile



FI33A ELECTROMAGNETISMO

Clase 24

Campos Variables en el Tiempo-IV

LUIS S. VARGAS

Area de Energía

Departamento de Ingeniería Eléctrica

Universidad de Chile



Escuela de
Ingeniería
Universidad
de Chile



INDICE

• Ondas Electromagnéticas

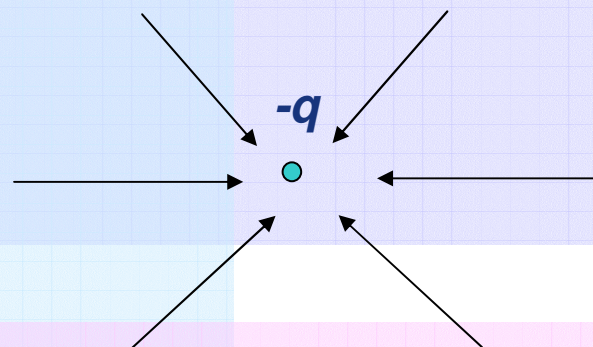
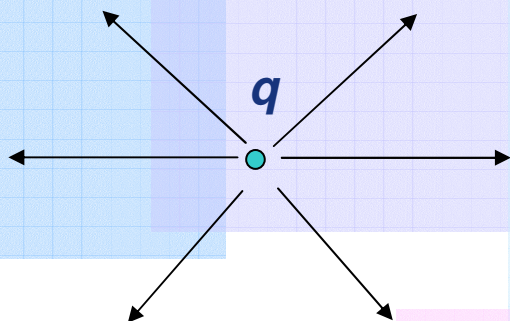


ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Primera ecuación de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad \vec{D} = \epsilon \vec{E}$$

Las líneas de campos eléctricos se generan en cargas eléctricas (nacen y mueren en)



$$\nabla V(\vec{r}) = -\vec{E}(\vec{r})$$

$$\nabla^2 V(\vec{r}) = -\frac{\rho(\vec{r})}{\epsilon_0}$$



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Segunda ecuación de Maxwell

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0 \quad \vec{B} = \mu \vec{H}$$

No hay cargas magnéticas (hasta ahora)

$$\nabla \cdot \vec{J} + \frac{\partial}{\partial t} \rho(\vec{r}) = 0$$

Ecuación de continuidad

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{\text{enlazada}}$$

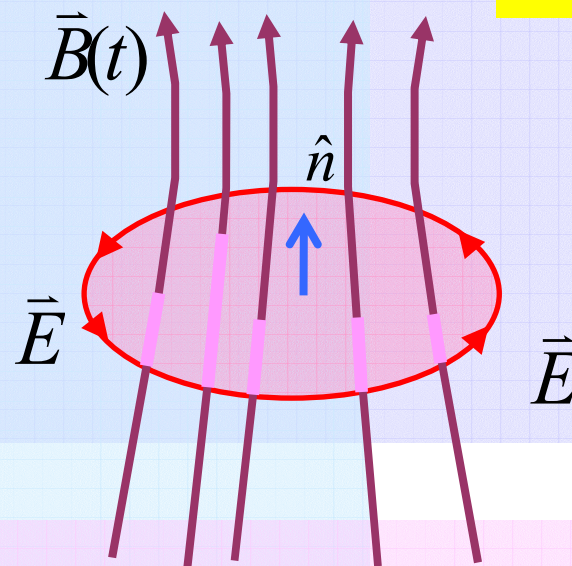
Ley Circuital de Ampere



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Tercera ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$



$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B})$$

Fuerza de Lorentz



Escuela de
Ingeniería
Universidad
de Chile



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

4 ta ecuación de Maxwell

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

Consideremos las ecuaciones
de Maxwell en el espacio vacío

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho$$

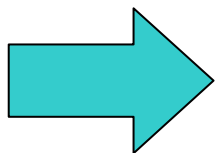
$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

Se cumple

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$



$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

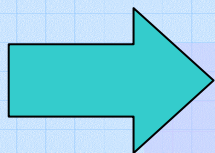
$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$



ONDAS ELECTROMAGNETICAS



$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Tomando el rotor

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\mu_0 \nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right)$$

identidad

$$\nabla \times (\nabla \times \vec{A}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{A}) - \nabla^2 \vec{A}$$

$$\Rightarrow \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = \nabla(\nabla \cdot \vec{E}) - \nabla^2 \vec{E}$$

$$\therefore \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{E}$$



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

$$\therefore \nabla \times (\nabla \times \vec{E}) = -\nabla^2 \vec{E}$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

Tomando el rotor

$$\nabla \times \left(\frac{\partial \vec{H}}{\partial t} \right) = \frac{\partial}{\partial t} (\nabla \times \vec{H})$$

$$\Rightarrow \nabla \times \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial t} \left(\epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} \right) = \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

luego

$$-\nabla^2 \vec{E} = -\mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

Es decir

$$\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\text{con } \gamma^2 = \mu_0 \epsilon_0 = c^2$$



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

$$\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

**Similarmente se
obtiene**

$$\nabla^2 \vec{H} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

con $\gamma^2 = \mu_0 \varepsilon_0 = c^2$

**Luego los campos son ondas viajeras a la
velocidad de la luz!!!**



ONDAS ELECTROMAGNETICAS

$$\nabla^2 \vec{E} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = 0$$

$$\nabla \cdot \vec{E} = 0$$

$$\nabla \times \vec{E} = -\mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t}$$

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

**Similarmente se
obtiene**

$$\nabla^2 \vec{H} - \gamma^2 \frac{\partial^2 \vec{H}}{\partial t^2} = 0$$

con $\gamma^2 = \mu_0 \varepsilon_0 = c^2$

**Luego los campos son ondas viajeras a la
velocidad de la luz!!!**

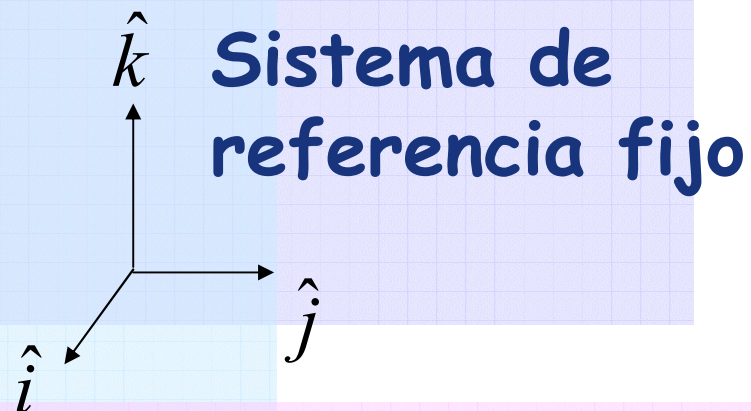


La Historia no Termina

Cilindro conductor

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$

$$\vec{u} = u_0 \hat{i}$$



$$\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{u} \times \vec{B}) = -qu_0 B_0 \hat{i}$$



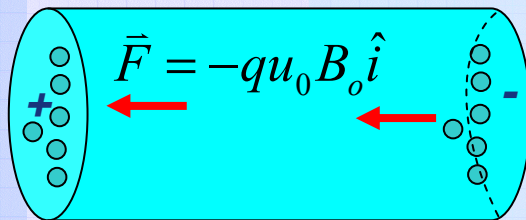
La Historia no Termina

Cilindro conductor

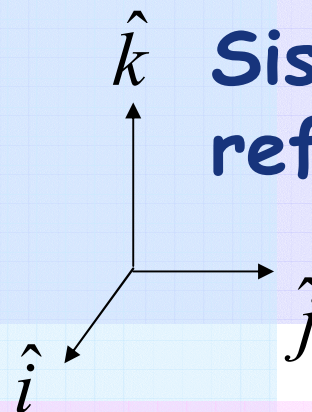
Fuerza sobre carga
libre de conductor

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$

$$\vec{u} = u_0 \hat{i}$$



Sistema de
referencia fijo





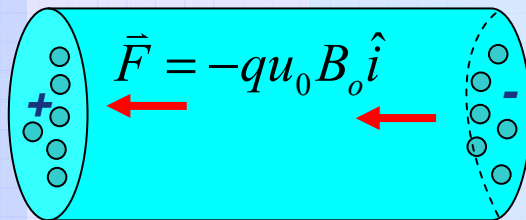
La Historia no Termina

Cilindro conductor

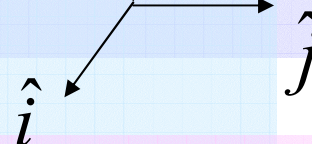
Fuerza sobre carga
libre de conductor

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$

$$\vec{u} = u_0 \hat{i}$$



\hat{k} Sistema de
referencia fijo





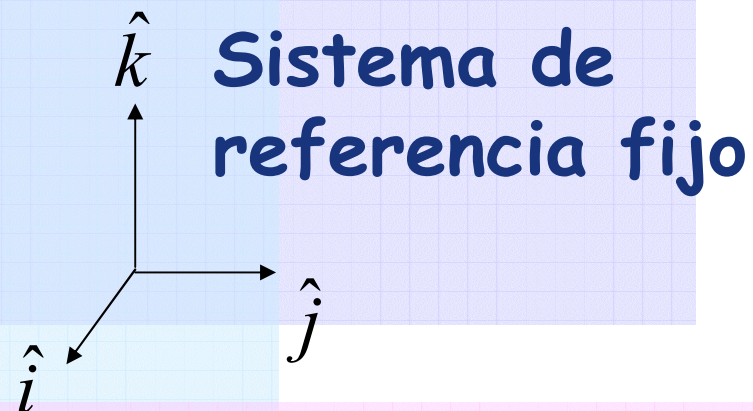
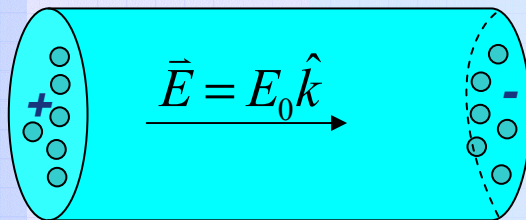
La Historia no Termina

Fuerza sobre carga libre de conductor

$$\vec{F} = q(E - u_0 B_0) \hat{i}$$

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$

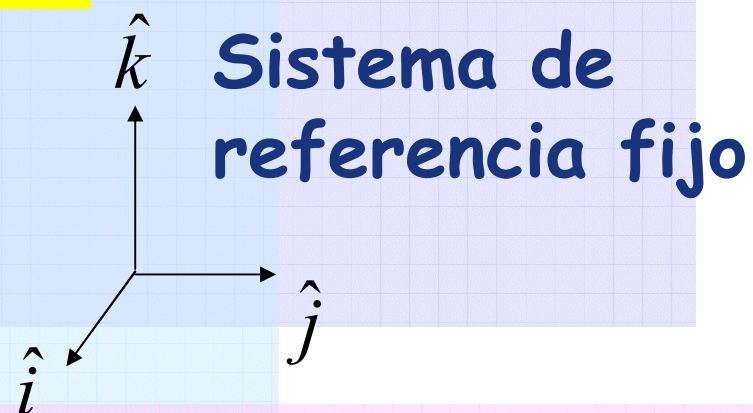
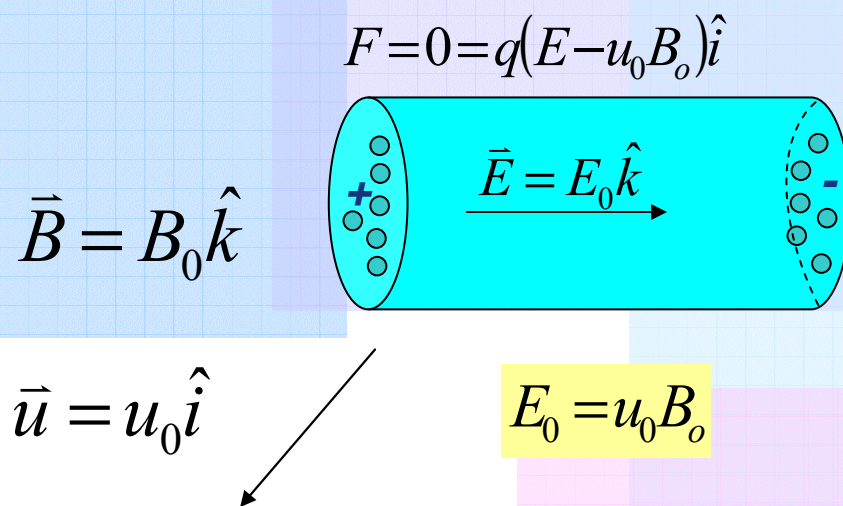
$$\vec{u} = u_0 \hat{i}$$





La Historia no Termina

**Situación de equilibrio:
No hay fuerza sobre las
cargas**

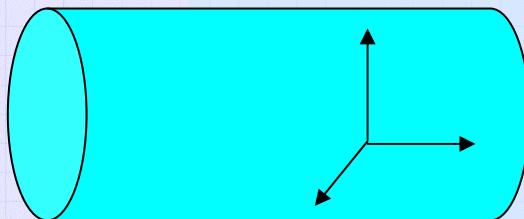




La Historia no Termina

Sistema de referencia solidario al cilindro

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$



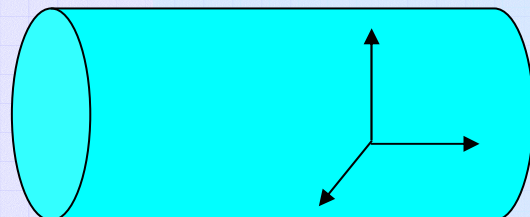
La velocidad del cilindro c/r sistema de referencia solidario es nula $\vec{u} = 0$



La Historia no Termina

Sistema de referencia solidario al cilindro

$$\vec{B} = B_0 \hat{k}$$



$$\vec{u} = 0$$

La fuerza neta es $\vec{F} = q(\vec{u} \times \vec{B}) = 0 \quad !!!!$

La física depende del sistema de referencia ?!