

Mecánica Clásica

6 de abril de 2007

1. Tarea 3

1.1. Curva rotatoria

La curva $y = f(x) = b(x/a)^\lambda$ es rotada al rededor del eje y con frecuencia ω . Una masa se puede mover sin fricción a través de la curva, como en la figura 1. Encuentre la frecuencia de pequeñas oscilaciones cerca del punto de equilibrio. ¿Bajo que condiciones estas oscilaciones existen?

1.2. Una masa en una rueda

Una masa m esta pegada en un punto dado al pie de una rueda de radio R . La rueda no tiene masa, excepto por la masa M localizada en su centro, como en la figura 2. Encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo α a través del cual la rueda rota. Para el caso en donde la rueda permanece en pequeñas oscilaciones, encuentre la frecuencia.

1.3. Péndulo doble

Considere un péndulo doble, hecho de dos masas m_1 y m_2 , y dos varillas de longitudes l_1 y l_2 . Encuentre las ecuaciones de movimiento. Para pequeñas

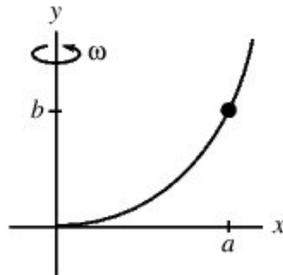


Figura 1:

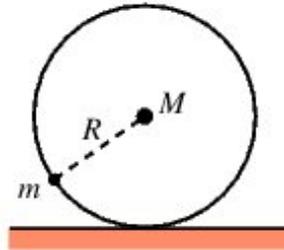


Figura 2:

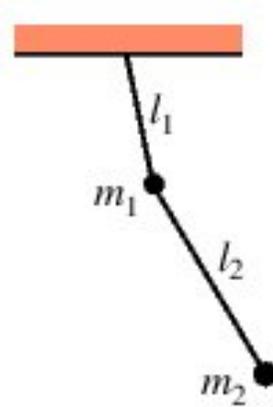


Figura 3:

oscilaciones, encuentre los modos normales y sus frecuencias para el caso especial de $l_1 = l_2$ (y vea los límites $m_1 \ll m_2$ y $m_1 \gg m_2$). Y para el caso en que $m_1 = m_2$ (ahora vea los límites $l_1 \ll l_2$ y $l_1 \gg l_2$).

1.4. Péndulo con soporte libre

Un péndulo de masa m y longitud l está sostenido por un soporte de masa M que es libre de moverse horizontalmente por un riel como en la figura 3. Encuentre las ecuaciones de movimiento. Para pequeñas oscilaciones, encuentre los modos normales de vibración y sus frecuencias.

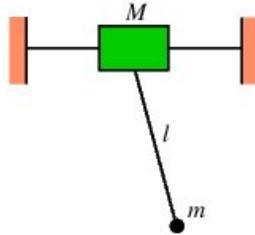


Figura 4:

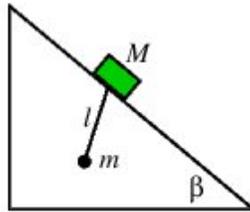


Figura 5:

1.5. Péndulo soportado en un plano inclinado

Una masa M se desliza sobre un plano inclinado de un ángulo β . Un péndulo de longitud l y masa m , es acoplado a M (ver figura 4). Encuentre las ecuaciones de movimiento, y también los modos normales para pequeñas oscilaciones.

1.6. Péndulo de varillas

Una masa M está pegada en un vértice donde una varilla de longitud l sin masa es conectada a otra varilla muy larga, también sin masa como en la figura 5. Una masa m es libre para moverse sin roce a través de la varilla larga. La varilla de longitud l es unida a un soporte, y el sistema es libre de rotar en el plano de las varillas, al rededor del soporte. Sea θ el ángulo de rotación del sistema, y sea x la distancia entre las masas. Encuentre las ecuaciones de movimiento. Encuentre los modos normales cuando θ y x son muy pequeños.

1.7. Movimiento en un cono

Una partícula se mueve en un cono sin fricción. El cono está como en la figura 6, y tiene un ángulo de inclinación α . Encuentre las ecuaciones de movimiento. Si se deja a la partícula moviéndose en un círculo de radio r_0 . ¿Cuál es la frecuencia

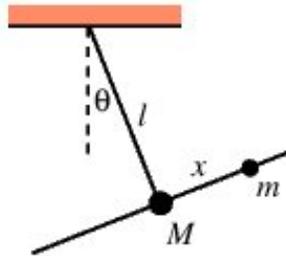


Figura 6:

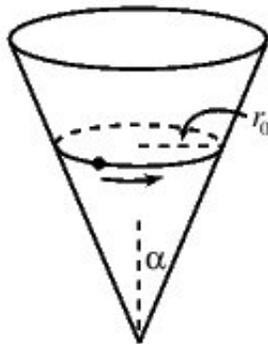


Figura 7:

ω de este movimiento circular?. Si la partícula es ligeramente perturbada de este movimiento, ¿Cual es la frecuencia Ω de oscilaciones al rededor del radio r_0 ?.
 ¿Bajo que condiciones $\omega = \Omega$?

1.8. Índice de refracción

Asuma que la velocidad de la luz en una plancha de material es proporcional al ancho de la base de la plancha. Muestre que la luz se mueve en arcos circulares en este material(figura 7). Asuma que la luz toma el camino más corto entre dos puntos.

1.9. Existencia de la superficie mínima

Considere la superfie mínima engendrada por una curva de revolución. Considere el caso especial donde los dos extremos de la superficie son anillos con el mismo radio c . Si $2a \equiv a_1 - a_2$, es la distancia entre los aros. ¿Cual es el mayor

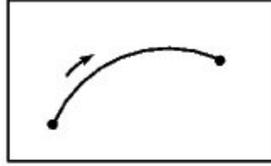


Figura 8:

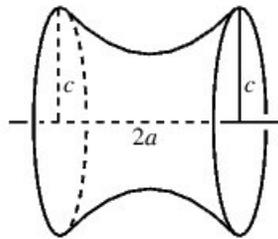


Figura 9:

valor de a/c para que la superficie mínima exista?.