Mecánica Clásica

29 de marzo de 2007

1. Tarea 2

1.1. ¿Punto mínimo o de inflexión?

Sea S la acción, entonces en la siguiente ecuación:

$$\Delta S \equiv S_\zeta - S_0 = \frac{1}{2}\int_{t_1}^{t_2} (m\dot{\zeta}^2 - k\zeta^2)dt,$$

dejando por conveniencia $t_1 = 0$ y $t_2 = T$, y, dejando $\zeta(t)$ como la función triangular de la forma:

$$\zeta(t) = \begin{cases} \epsilon t/T & 0 \leq t \leq T/2, \\ \epsilon(1 - t/T) & T/2 \leq t \leq T, \end{cases}$$

¿bajo que condición es negativo ΔS?.

1.2. Plano Inclinado

Una masa m se deslisa sobre un plano inclinado sin fricción, con un ángulo θ de inclinación. Muestre que la fueza normal del plano es $mgcos(\theta)$.

1.3. Partícula sobre una esfera

Una partícula de masa m está situada en la parte superior de una esfera (sin fricción) de masa M. La esfera puede deslisarse por el piso que no tiene roce. Se le dá una patada infinitesimal a la partícula. Sea θ el ángulo que forma la posición de la partícula con la vertical, encuentre la ecuación de movimiento para θ. También encuentre la fuerza de constricción en términos de θ y $\dot{\theta}$.

1.4. Una masa conectada a una varilla

Una varilla es pivoteada en el origen y gira en un plano horizontal con rapidez ángular ω. Una masa m se deslisa sin fricción a través de la varilla. Sea r la posición radial de la masa, encuentre la cantidad conservada:

$$E = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i}\dot{q}_i\right) - L$$

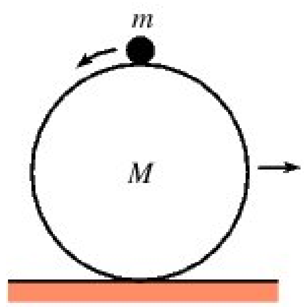

Figura 1:

¿Por que esta cantidad no es la energía de la masa?, explique.

1.5. Máquina de Atwood 1

Considera la máquina de Atwood mostrada en la figura . Las masas son :$4m, 3m$ y m. Sea x e y las respectivas alturas de las masas de la izquierda y la derecha(ambas relativas a la posición inicial). Encuentre el momentum conservado.

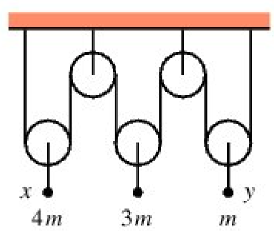

Figura 2:

1.6. Máquina de Atwood 2

Considera la máquina de Atwood mostrada en la figura . Las masas son :$5m, 4m$ y $2m$. Sea x e y las respectivas alturas de las masas de la izquierda y la derecha(ambas relativas a la posición inicial). Encuentre el momentum conservado.

1.7. Polea con péndulo

Una masa M está pegada a un aro de Radio R (sin masa), que puede rotar al rededor de un eje que pasa por el centro del aro. La masa M está atada a una

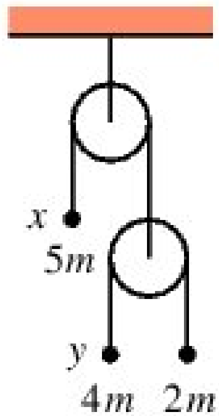

Figura 3:

cuerda que envuelve en parte al aro, en el otro extremo de la cuerda se encuentra una masa m, que previamente pasa por una polea ideal. Encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo θ, que forman la masa M en el aro, y la vertical. ¿Cual es la frecuencia para pequeñas oscilaciones? (asuma que $M > m$.)

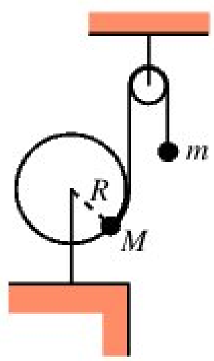

Figura 4:

1.8. Dos poleas,tres masas

Una masa M es sujeta en el punto del medio de una cuerda, en las puntas se encuetran masas ms. La cuerda es puesta sobre dos poleas, de masa y tamaño despreciables y se encuetran separadas por una distancia $2l$. Asuma que la masa

M solo se puede mover en la dirección vertical que se encuentra en el medio de las poleas. Sea θ el ángulo que la cuerda forma con la horizontal en la masa M. Encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo θ. Encuentre la frecuencia para pequeñas oscilaciones alrededor delpunto de equilibrio (asumiendo que $M < 2m$.

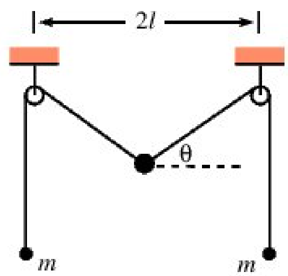

Figura 5:

1.9. Masa en un aro rodante

Una masa puntual puede deslizarse sin roce a través de un aro de radio R. El aro rota con una velocidad angular constante ω al rededor de un diametro vertical. Encuentre la ecuación de movimiento para la posición de la masa. ¿Cuales son las posiciones de equilibrio?. ¿Cual es la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno al equilibrio estable?.

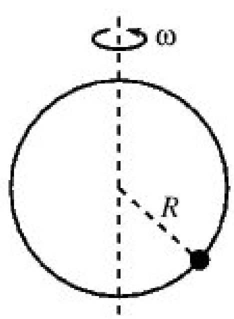

Figura 6:

1.10. Masa en un aro rodante, rodante

Una masa puntual puede deslizarse sin roce a través de un aro de radio r. El plano del aro es horizontal, y el centro del aro se mueve en un circulo(también horizontal) de radio R, con velocidad ángular constante ω, sobro un punto dado. Encuentre la ecuación de movimiento para la posición de la masa. Encuentre la la ecuación de movimiento para la posición de la masa. Encuentre la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno al equilibrio estable.

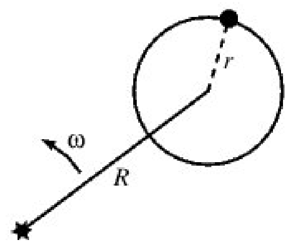

Figura 7: