Tarea 7, parte a

24 de junio de 2007

Profesor: Romualdo Tabensky
Auxiliar: Cristian González

1. Analice las pequeñas oscilaciones del oscilador anarmónico, cuya función de Hamilton esta dada por

$$H = \frac{p^2}{2} + \frac{\omega^2 x^2}{2} + \alpha x^3 + \beta x p^2, \tag{1}$$

donde $\alpha x \ll \omega^2$, $\beta x \ll 1$. En una transformación canónica caracterizada-por la función generatriz $\Phi = xP + ax^2P + bP^3$, elija los parámetros a y b de fora tal que la nueva función de Hamilton tenga una precisión a primer orden, que no tenga términos anarmónicos. Encuentre $x(t)$

2. Demuestre que la transformación gradiente de los potenciales de un campo electromagnético para las coordenadas y momenta de las partículas cargadas y encuentre la función generatriz correspondiente

3. Una partícula de masa m que se mueve en una dimensión q en un campo de energía potencial $V(q)$ y es retardado por una fuerza $-2m\alpha\dot{q}$ proporcional a su velocidad.

   - Muestre que la ecuación de movimiento puede ser obtenida desde el Lagrangiano
   $$L = exp(2\alpha t)\left[\frac{1}{2}m\dot{q}^2 - V(q)\right],$$
   y el Hamiltoniano es
   $$H = \frac{p^2 exp(-\alpha t)}{2m} + V(q)exp(2\alpha t),$$
   donde $p = m\dot{q}exp(2\alpha t)$ es el momento conjugado para q
   - Para la función generatriz:
   $$F_2(q, P, t) = exp(\alpha t)qP,$$

encuentre el Hamiltoniano transformado $K(Q,P,t)$, para un potencial oscilante

$$V(q) = \frac{1}{2}m\omega^2 q^2,$$

muestre que el Hamiltoniano transformado resulta una constante de moviemiento

$$K = \frac{P^2}{2m} + \frac{1}{2}m\omega^2 Q + \alpha QP$$

- Obtenga la solución $q(t)$, para el oscilador desde la constante de movimiento en el item anterior, y para el caso en que $\alpha < \omega$

4. La transformación de ecuaciones entre dos conjuntos de coordenadas son:

$$Q = Ln(1 + \sqrt{q}Cos(p))$$

$$P = 2(1 + \sqrt{q}Cos(p)\sqrt{q}Sin(p)$$

- Muestre directamente desde esas ecuaciones de transformación que Q, P, son variables canónicas si p y q lo son.
- Muestre que la función que genera esta transformación entre dos conjuntos de variables canónicas es:

$$F_3 = -[exp(Q) - 1]^2 Tan(p)$$