

Sistemas Dinámicos

Control 2

Profs: Felipe Barra y René Rojas

Tiempo: 3 horas

Problema 1: Oscilaciones Pequeñas

Encuentre la frecuencia de oscilación de una partícula de masa m que se mueve sobre un aro circular de radio r y está atado a un resorte, de constante elástica k , largo natural l_0 y cuyo otro extremo está fijo en un punto a una distancia l del aro.

- a) Para el caso $l > l_0$, encuentre la frecuencia de oscilación del sistema.
- b) Para $l < l_0$, encuentre los puntos de equilibrio indicando su estabilidad.
- c) Encuentre las frecuencias de oscilación en torno a los puntos de equilibrio estables para el caso $l < l_0$.

Problema 2 : Ecuaciones de Euler

Un plato circular delgado de densidad uniforme, con masa m y radio r , tiene su centro unido al extremo de una barra fija, bajo la influencia del campo gravitatorio de intensidad g . Inicialmente se hace girar el plato con velocidad angular $\vec{\Omega}$, la cual se descompone en la base de ejes principales como $\vec{\Omega} = (\Omega_1, \Omega_2, \Omega_3)$.

Calcule la frecuencia con que la velocidad angular del sólido precesa alrededor del eje solidario \hat{e}_3 (es decir la velocidad angular con la que rota la proyección al plano perpendicular al eje \hat{e}_3 del vector velocidad angular en la base de los ejes principales).

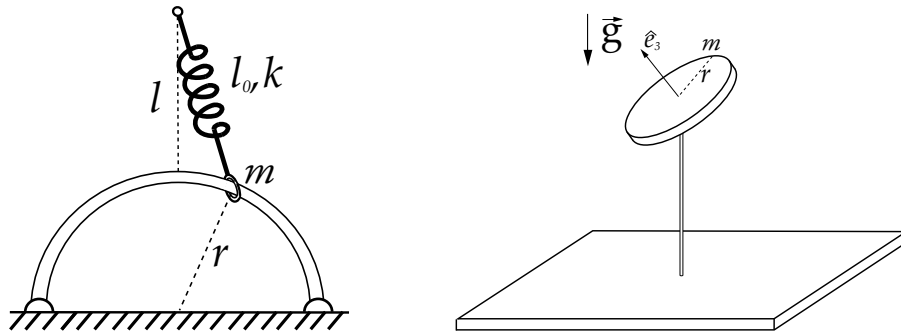


Figure 1: problemas 1 y 2 respectivamente

Problema 3 : Oscilaciones Pequeñas

Un bloque uniforme de masa m , largo a y altura b es sostenido por dos resortes, uno en cada extremo (como muestra la figura). Las constantes elásticas de los resortes son k_1 y k_2 .

- a) Encuentre el momento de inercia del bloque y escriba el Lagrangeano.
- b) Encuentre las frecuencias del sistema.
- c) Encuentre los modos normales de oscilación del sistema.
- d) Obtenga las coordenadas normales
- e) Para el caso particular $k_1 = k_2$ explique los modos normales de oscilación.

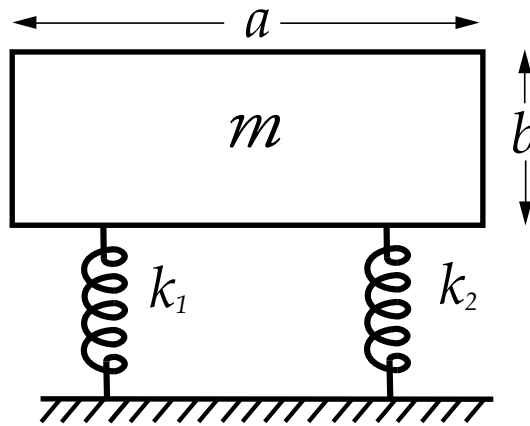


Figure 2: problema 3