

Auxiliar - Martes 5 de Junio

FI21A - Mecánica
 Prof. Patricio Aceituno
 Semestre Otoño 2007
 por Kim Hauser

P1.

Una circunferencia de radio ρ_o , en un plano vertical, gira en torno a un eje fijo con velocidad angular ω . El centro de la circunferencia describe, en su giro, una circunferencia de radio R . El plano de la circunferencia se mantiene siempre perpendicular al vector \vec{R} de la figura. Una partícula de masa m puede deslizarse sin roce por la circunferencia de radio ρ_o .

El problema es describir la ecuación de movimiento para esta partícula y sus propiedades. Para hacerlo puede escoger el sistema de referencia S' que desee.

- (a) Defina claramente el sistema S' escogido y calcule las fuerzas centrífuga, de Coriolis y transversal que actúan sobre la partícula.
- (b) Obtenga la ecuación de movimiento completa y de ella obtenga una ecuación -sin coeficientes desconocidos- para el ángulo ϕ de la forma:

$$\ddot{\phi} = f(\phi) \tag{1}$$

- (c) Discuta bajo qué condiciones la posición $\phi = 0$ es estable/inestable y, en los casos en que $\phi = 0$ sea estable, obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a ese ángulo.

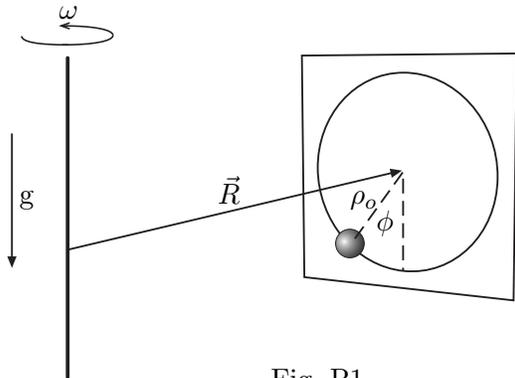


Fig. P1

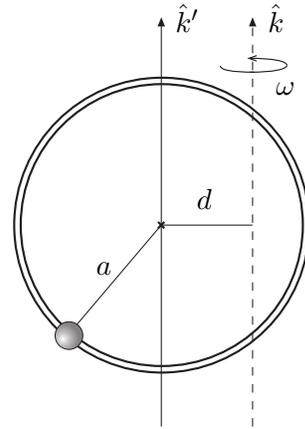


Fig. P2

P2. (P2 Control N° 3 - profesor Nicolás Mujica - otoño 2006)

Un anillo puntual de masa m puede deslizarse sin roce sobre un aro de radio a de masa despreciable. Este aro gira con velocidad angular $\vec{\omega} = \omega \hat{k}$ en torno a un eje que se encuentra a una distancia d del eje contenido en el plano del aro que pasa por su centro (estos ejes tienen asociadas direcciones \hat{k} y \hat{k}' respectivamente, como se muestra en la figura).

- (a) Encuentre la ecuación que describe el movimiento de la masa como también las ecuaciones que determinan las reacciones del aro sobre la masa.
- (b) Determine los puntos de equilibrio de la masa con respecto al sistema móvil.
- (c) Para aquellos puntos de equilibrio estable, determine la frecuencia de pequeñas oscilaciones.

P3. (P3 Control N°3 - profesor Patricio Cordero - otoño 2005)

Una partícula P de masa m se mueve sin roce por el borde exterior de un cilindro de radio R y eje vertical. El cilindro y la partícula están sobre una plataforma horizontal que rota con velocidad angular constante $\vec{\Omega} = \Omega \hat{k}$ ($\Omega > 0$) en torno a un punto fijo O ubicado a una distancia $2R$ del centro del cilindro (punto O'). Si se designa ϕ al ángulo $OO'P$, la partícula inicia su movimiento en la posición $\phi = 0$, con una velocidad angular inicial positiva, pero muy pequeña. Se pide:

- Encontrar una expresión para la velocidad angular $\dot{\phi}$ (para cualquier instante previo a la separación).
- Determinar una ecuación para el ángulo ϕ_s en que la partícula se separa del cilindro.

Ec. de Mov. en un sistema no inercial:

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\ddot{\vec{R}} - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}' - m\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}'$$

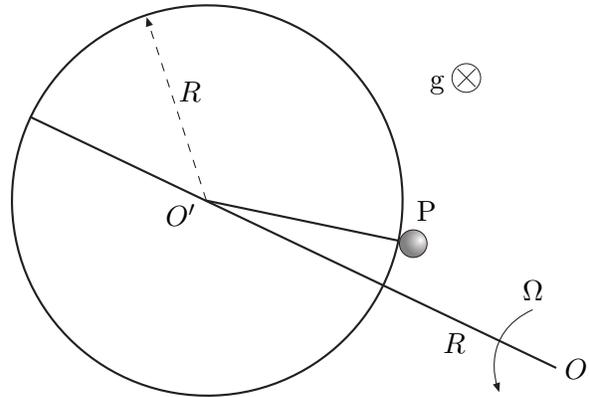


Fig. P3