

# Auxiliar - Martes 29 de Mayo

FI21A - Mecánica  
Prof. Patricio Aceituno  
Semestre Otoño 2007  
por Kim Hauser

## P1.

Una circunferencia de radio  $\rho_o$ , en un plano vertical, gira en torno a un eje fijo con velocidad angular  $\omega$ . El centro de la circunferencia describe, en su giro, una circunferencia de radio  $R$ . El plano de la circunferencia se mantiene siempre perpendicular al vector  $\vec{R}$  de la figura. Una partícula de masa  $m$  puede deslizarse sin roce por la circunferencia de radio  $\rho_o$ .

El problema es describir la ecuación de movimiento para esta partícula y sus propiedades. Para hacerlo puede escoger el sistema de referencia  $S'$  que desee.

- Defina claramente el sistema  $S'$  escogido y calcule las fuerzas centrífuga, de Coriolis y transversal que actúan sobre la partícula.
- Obtenga la ecuación de movimiento completa y de ella obtenga una ecuación -sin coeficientes desconocidos- para el ángulo  $\phi$  de la forma:

$$\ddot{\phi} = f(\phi) \quad (1)$$

- Discuta bajo qué condiciones la posición  $\phi = 0$  es estable/inestable y, en los casos en que  $\phi = 0$  sea estable, obtenga la frecuencia de pequeñas oscilaciones en torno a ese ángulo.

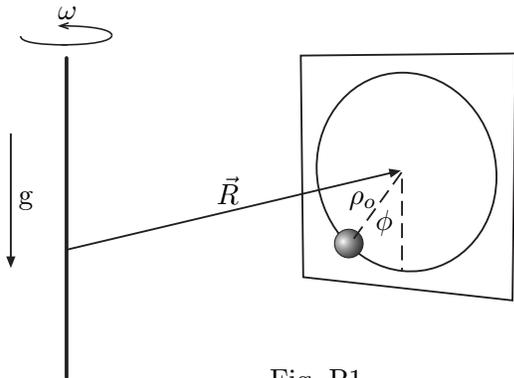


Fig. P1

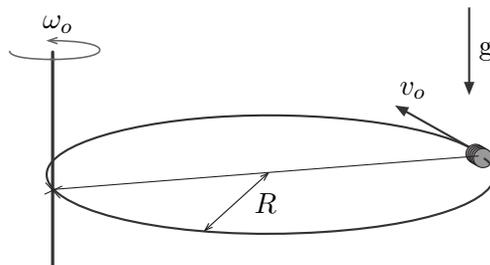


Fig. P2

## P2. (P2 Control N° 3 - profesor Patricio Aceituno - otoño 2004)

Un aro de radio  $R$  se hace girar con velocidad angular constante  $\omega_o$  en un plano horizontal alrededor de un eje vertical que pasa por un punto del aro. Un anillo de masa  $m$  puede deslizarse sin roce a lo largo del aro. Estando el anillo en una posición diametralmente opuesta al eje de rotación, se le da una velocidad  $v_o$  relativa al aro, en la misma dirección de giro.

- Determine el valor mínimo de la rapidez  $v_o$  para que el anillo llegue hasta el eje.

**P3. (P3 Ex. Recuperativo - profesor Nicolás Mujica - otoño 2006)**

Un anillo de masa  $m$  se encuentra inserto en un aro circular vertical de radio  $R$ . El aro se encuentra soldado a una barra horizontal  $OP$  de largo  $R$  que lo hace girar con velocidad angular constante  $\vec{\Omega}_o$  respecto a un eje vertical que pasa por  $O$ . Un resorte ideal de constante elástica  $k$  y largo natural nulo liga, a través del aro, al anillo con el punto  $P$ . Se pide:

- (a) Determinar la magnitud de la velocidad angular  $\Omega_o$  si el anillo permanece en reposo relativo al aro cuando se encuentra ubicado en el punto  $A$  (el punto más alto del aro).

**Ec. de Mov. en un sistema no inercial:**

$$m\vec{a}' = \vec{F} - m\ddot{\vec{R}} - m\vec{\Omega} \times (\vec{\Omega} \times \vec{r}') - 2m\vec{\Omega} \times \vec{v}' - m\dot{\vec{\Omega}} \times \vec{r}'$$

- (b) Determinar la rapidez relativa al aro mínima que el anillo debe tener en el punto  $A$  para que, en su movimiento, alcance a llegar al punto  $B$  (punto opuesto a  $P$ ).
- (c) Para la condición de (b), determinar la(s) fuerza(s) que el aro ejerce sobre el anillo en los puntos  $A$  y  $B$ .

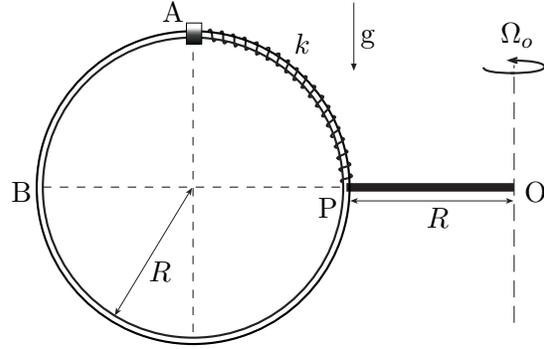


Fig. P3