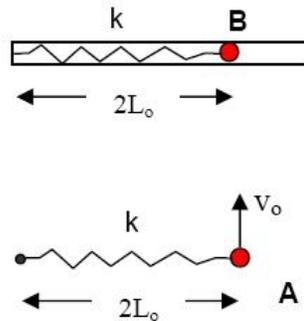


Clase Auxiliar FI21A-3
Aux. # 8 - Gabriel Cuevas
08/05/2007

1. **Problema 1.** (P1 C2 2003-1 P. Aceituno.)

Considere una partícula A de masa m , atada a un resorte de largo natural L_o y constante elástica k , que se está moviendo en una órbita circular de radio $2L_o$, sobre una superficie horizontal con la cual no tiene roce. Considere otra partícula B, también de masa m , que también se mueve describiendo un círculo de radio $2L_o$ en un plano horizontal, atada a un resorte de iguales características que el anteriormente descrito, pero colocada en el interior de un tubo que gira en un plano horizontal con velocidad angular ω_o **constante**.

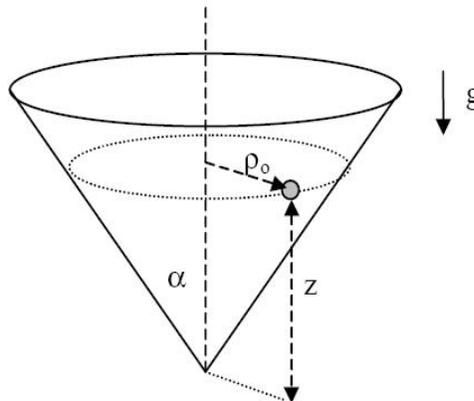
- a) Calcule la rapidez v_o de la partícula A y la velocidad angular ω_o del tubo donde se encuentra la partícula B.
- b) Compare el periodo de pequeñas oscilaciones de la distancia de las partículas a los respectivos puntos de fijación de los resortes, cuando se perturban ligeramente ambas partículas en dirección radial.



2. **Problema 2.** (E11 guía P. Aceituno.)

Una partícula de masa m desliza con roce despreciable sobre la superficie interior de un cono invertido como se indica en la figura. La generatriz del cono forma un ángulo α con la dirección vertical.

- a) Escriba las ecuaciones de movimiento de la partícula con respecto a un sistema fijo.
- b) Determine la distancia radial ρ_o en la cual la partícula se mantiene en un movimiento circular horizontal con rapidez v_o .
- c) Perturbe ligeramente el movimiento anterior en la dirección de la generatriz del cono y determine el periodo de pequeñas oscilaciones que se generan, ya sea en la altura z sobre el vértice del cono o en la distancia ρ al eje del mismo.



3. **Problema 3.** (P1 Ex 2002-1)

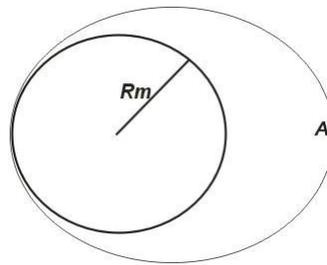
La órbita de una partícula es una circunferencia, con el centro de fuerza ubicado en un punto sobre la órbita. ¿Cuál es la ley de fuerzas?.

4. **Problema 4.** (P3 Ex 2003-1)

Una nave espacial de masa m se acerca a Marte (masa M) en trayectoria parabólica, bajo la acción de la gravedad marciana. Cuando -a distancia r_A - alcanza el punto A de mínima distancia al planeta, usa sus cohetes para frenar tangencialmente a la trayectoria disminuyendo su velocidad. La frenada es instantánea de modo que queda en el mismo punto A pero en una trayectoria elíptica, tal que aterriza (¿amartiza?) en Marte (radio R_m) tangencialmente en la forma que indica la figura.

- Obtenga la rapidez \tilde{v}_A en A antes de frenar.
- La pérdida de energía debida al freno.
- Determine la rapidez con la que llega a la superficie de Marte.

Los datos son: masa y radio de Marte, (M, R_m) , la distancia r_A y la masa m de la nave. Se desprecia los efectos de la atmósfera marciana.

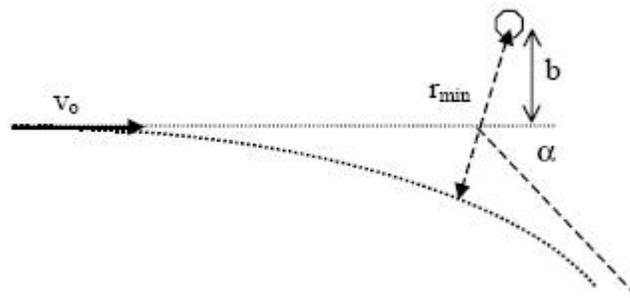


5. **Problema 5.** (D8 guía P. Aceituno.)

Se lanza una partícula de masa m con una con una rapidez inicial v_o en una dirección tal que, de mantenerse el movimiento en línea recta, pasaría a una distancia b del origen de un campo de fuerza de repulsión ($c > 0$), definido como:

$$f(\rho) = \frac{cm}{\rho^2}$$

- Calcule la distancia ρ_{min} entre el centro del campo de fuerzas y la trayectoria de la masa.
- Sugiera una metodología para calcular el ángulo de dispersión α

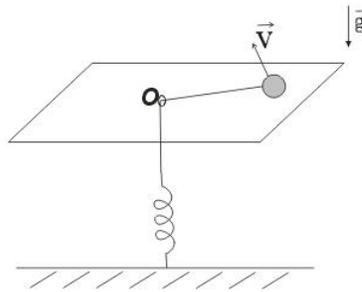


6. **Problema 6.** (P1 Ex 2004-1 P. Aceituno.)

Considere una partícula de masa m que desliza sin roce, sobre una superficie horizontal, atada a una cuerda. Esta pasa por un agujero O y se une a un resorte de constante elástica k , colocado verticalmente debajo del agujero. Si el resorte se encontrara en su largo natural estando la cuerda extendida, la partícula se encontraría justo en O . En un cierto instante, la partícula se se impulsa con velocidad v_o perpendicular a la cuerda, desde una distancia ρ_o del agujero.

Determine:

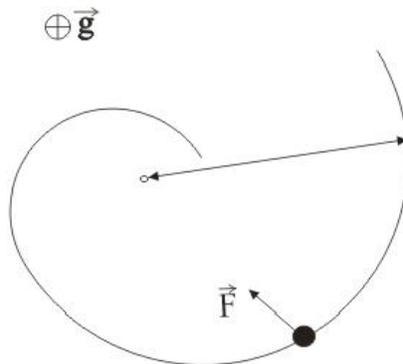
- Ecuación de movimiento de la partícula.
- Relación entre v_o y ρ_o para que la órbita sea circular.
- Si la órbita circular es perturbada ligeramente en dirección radial, determine el periodo de pequeñas oscilaciones radiales.
- Determine si la órbita resultante es cerrada para el caso **c)**



7. **Problema 7.** (P2 C2 2004-1 P. Aceituno.)

Un bloque se mueve con roce despreciable a lo largo de un riel colocado sobre una superficie horizontal y cuya forma está dada por la ecuación $\rho(\theta) = \rho_o \exp(a\theta)$, con respecto a un punto O en la superficie. El bloque se suelta desde el reposo, a una distancia ρ_1 del punto O , poniéndose en movimiento bajo la acción de una fuerza de atracción $\vec{F} = -k\vec{\rho}$ ejercida desde ese punto por un elástico ($k = \text{constante}$).

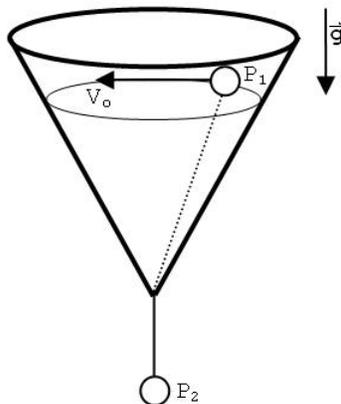
- Determine la rapidez de la partícula, cuando su distancia al origen O ha disminuido a la mitad ($\rho = \rho_1/2$).
- Determine la componente horizontal de la fuerza que el riel ejerce sobre el bloque en ese instante.



8. **Problema 8.** (P3 C3 2004-1 P. Aceituno.)

Una partícula P_1 de masa m se mueve sobre la superficie interior de un cono con un ángulo de apertura α . Unida a la partícula por una cuerda de largo L , se encuentra otra partícula P_2 de masa m , la cual cuelga desde un orificio en el vértice del cono.

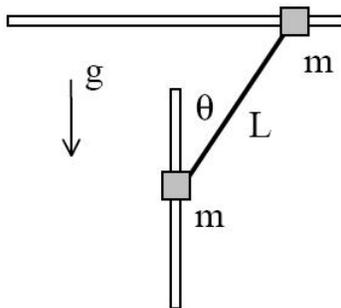
- Si la partícula P_1 se mueve en una trayectoria circular con rapidez v_o , determine cuál es el radio del círculo definido por la trayectoria.
- Determine el periodo de las pequeñas oscilaciones verticales que experimenta la partícula P_2 , si en un cierto instante se le da un pequeño impulso en dirección vertical.



9. **Problema 9.** (E6 guía P. Aceituno.)

Considere dos anillos de masa m cada uno, que deslizan sin roce a lo largo de una barra vertical y de otra horizontal, como se indica en la figura. Ambos están unidos por una cuerda ideal de largo L .

- Demuestre que la suma de los trabajos de las fuerzas de tensión que la cuerda ejerce sobre ambos anillos es nula.
- Usando el principio de conservación de la energía, encuentre la ecuación de movimiento para el ángulo θ de la figura.
- Encuentre el ángulo θ de equilibrio y el periodo de pequeñas oscilaciones del sistema en torno del punto de equilibrio estable.



10. **Problema 10.** (P3 C3 2005-1 P. Aceituno.)

Considere un satélite terrestre que se mueve en una trayectoria elíptica, en la cual su menor distancia al centro de la Tierra es R (posición A). En el momento cuando el satélite está pasando por el punto más alejado de su órbita (posición B) se encienden los motores de modo de aumentar bruscamente su rapidez hasta llevarla a la que tenía en la posición A. Si como resultado de esa acción el satélite queda en una órbita parabólica, determine la distancia del satélite al centro de la Tierra cuando se encuentra en la posición B, y el aumento de energía cinética que fue necesario entregarle mediante el encendido de los motores, para colocarlo en órbita parabólica.

11. **Problema 11.** (Ejercicio 5 2005-1 P. Aceituno.)

Considere una partícula que se mueve en una trayectoria circular de radio ρ_o bajo la acción de una fuerza central $F = -k\rho$.

- a) Con apoyo de un diagrama esquemático del potencial efectivo asociado a este campo de fuerza, comente si esta órbita circular es estable o no.

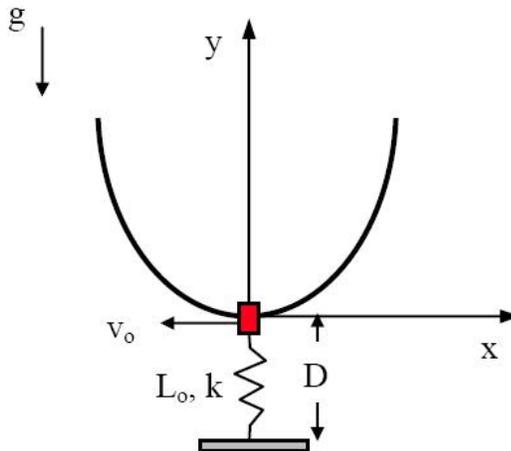
En un cierto instante se aplica un freno instantáneo a la partícula, de modo que en el movimiento resultante la menor distancia que alcanza al centro de atracción es igual a $\rho_o/2$.

- b) Determine en cuanto fue necesario disminuir la rapidez inicial de la partícula como resultado de la acción de frenado. Específicamente, determine el cociente entre la rapidez de la partícula inmediatamente antes de aplicado el freno, y la rapidez inmediatamente después.

12. **Problema 12.** (Ejercicio 8 2005-2.)

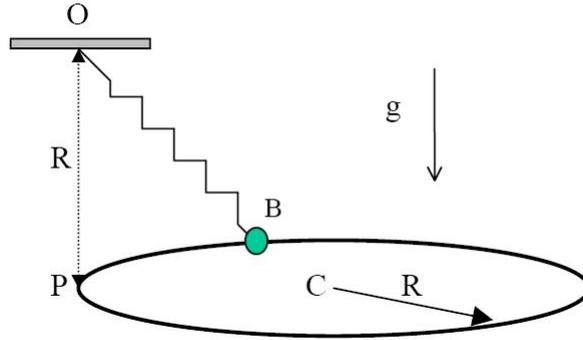
Considere un alambre que describe una curva parabólica del tipo $y = cx^2$ en un plano vertical. Un anillo de masa m se desliza con roce despreciable por el alambre, unido a un resorte de largo L_o y constante elástica k . El otro extremo del resorte se encuentra atado a un punto fijo localizado a una distancia D del punto $(0,0)$ del sistema de coordenadas (x,y) como se indica en la figura. Asuma que $c = \frac{1}{L_o}$ y que $D = 2L_o$.

- a) Determine la energía mecánica de la partícula en función de x , \dot{x} y de los parámetros del sistema.
- b) Si el anillo se encuentra inicialmente en el punto más bajo de la parábola, determine la velocidad v_o con que se le debe impulsar para que alcance una altura D sobre la posición inicial.



13. **Problema 13.** (E2 guía P. Aceituno.)

Un anillo (B) de masa m desliza con roce despreciable a lo largo de un aro circular rígido de radio R , colocado en posición horizontal. El anillo está unido al extremo de un resorte ideal de constante elástica k y largo natural $L_o = 3R$. El otro extremo del resorte está fijo en un punto O , ubicado verticalmente sobre el punto P del aro y a una distancia R de éste. Encuentre los puntos de equilibrio estable del sistema, y los períodos de las pequeñas oscilaciones alrededor de éstos.



14. **Problema 14.** (P3 C2 2006-2 P. Cordero N. Mujica.)

Considere una bolita de masa m ensartada en una barra de manera que puede deslizar sin roce por ella. La masa está atada mediante un resorte, de constante elástica k y largo natural L_o , a un extremo de la barra, y esta última, a su vez, gira con respecto a su extremo con velocidad angular ω_o constante. En $t = 0$ la bolita se suelta con el resorte comprimido en $\frac{L_o}{2}$.

- ¿Qué relación deben cumplir m , k y ω_o para que la bolita realice un movimiento armónico simple?
- Determine la compresión del resorte como función del tiempo.

