

Auxiliar - Miércoles 11 de Abril

FI21A - Mecánica

Prof. Patricio Aceituno

Semestre Otoño 2007

por Kim Hauser

Los dibujos de cada problema de estas clases auxiliares serán hechos en la pizarra en cada clase.

P1.

Hay un hilo enrollado alrededor de un cilindro de radio R . En la punta del hilo hay un cuerpo de masa m que se suelta, cuando $\phi = 0$, con velocidad inicial $\vec{v}(t = 0) = -v_o \hat{\rho}$, **perpendicular al hilo**, lo que determina que el hilo se comienza a enrollar. La distancia inicial entre el cuerpo y el punto B de tangencia del hilo con el cilindro es L_o .

Nota: Las coordenadas cilíndricas en este problema persiguen al punto de tangencia B , y es conveniente escribir el vector posición como: $\vec{r} = R\hat{\rho} + L(t)\hat{\phi}$.

- (a) Determine la ecuación de movimiento para la distancia $L(t)$ correspondiente a la longitud de hilo que queda por enrollar en el tiempo t (distancia entre los puntos B y la posición de la masa).
- (b) Obtenga la velocidad angular $\dot{\phi}$ en función de ϕ .
- (c) Suponiendo que el hilo se corta si la tensión sobrepasa el valor T_{max} , obtenga el valor de ϕ en el momento del corte.

P2. Roce estático, dinámico y viscoso lineal.

(El problema siguiente está en 2D) Considere un sistema compuesto por un resorte y una masa que ese encuentran en el suelo horizontal (coeficientes de roce estático y dinámico μ_e y μ_d), a una distancia l_o del borde de una piscina muy profunda. Un extremo del resorte está fijo a una estaca que se encuentra a una distancia l_o del borde. Al otro extremo se le fija una pared vertical móvil de masa despreciable. El resorte es de largo natural también l_o (i.e, sin compresión ni estiramiento, el extremo con la pared vertical queda justo en el borde de la piscina) y constante elástica k . El sistema se prepara de modo que la partícula puntual de masa m se coloca junto a esta pared, en posición de compresión máxima, es decir, en $x = -l_o$ si ponemos el origen del sistema de referencia en el borde de la piscina, con x creciente hacia la misma. La partícula se suelta del reposo ($\dot{x} = 0$). Se pide:

- (a) ¿Cuál es la condición que asegura que la masa m se moverá desde $x = -l_o$?
- (b) Encuentre el valor máximo de μ_d que permita a la masa llegar al borde de la piscina ($x = 0$) con velocidad no nula. Entregue el valor de esta velocidad no nula.
- (c) Considere que la masa entra a la piscina inmediatamente cuando $x > 0$. Una vez que entra, la masa experimenta una fuerza de roce viscoso lineal, de constante γ . Suponga además que no hay fuerza de empuje (la masa es puntual). Determine entonces el alcance máximo que alcanzará la masa y su velocidad límite.

P3.

Una partícula de masa m está ubicada sobre la superficie de una esfera de radio R , en presencia de gravedad. En el instante inicial, se lanza la partícula con una velocidad horizontal $\vec{v}_o = v_o \hat{\phi}$, tangente a la superficie, y con un ángulo $\theta(t=0) = \frac{\pi}{3}$.

- (a) Encuentre la velocidad y aceleración de la partícula en función de θ .
- (b) Determine el valor del ángulo θ^* en que la partícula se despega de la superficie.

Aceleración en coordenadas Cilíndricas

$$\vec{a} = (\ddot{\rho} - \rho\dot{\theta}^2)\hat{\rho} + (2\dot{\rho}\dot{\theta} + \rho\ddot{\theta})\hat{\theta} + \ddot{z}\hat{k}$$

Coordenadas Esféricas.

Velocidad:

$$\vec{v} = \dot{r}\hat{r} + r\dot{\theta}\hat{\theta} + r\dot{\phi}\sin\theta\hat{\phi}$$

Aceleración:

$$\vec{a} = (\ddot{r} - r\dot{\theta}^2 - r\dot{\phi}^2\sin^2\theta)\hat{r} + (r\ddot{\theta} + 2\dot{r}\dot{\theta} - r\dot{\phi}^2\sin\theta\cos\theta)\hat{\theta} + \frac{1}{r\sin\theta}\frac{d}{dt}(r^2\dot{\phi}\sin^2\theta)\hat{\phi}$$