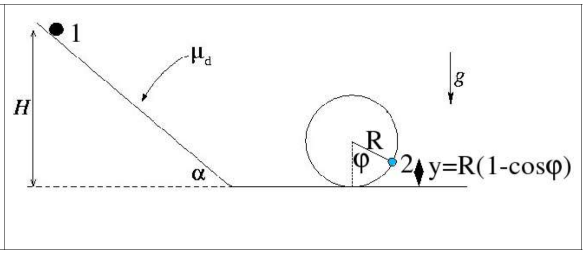
Problema 1

La energía E de la partícula es la suma de la cinética y la potencial, $E=mv^2/2+mgy$.
En las posiciones 1 y 2 estos valores son:
$E_1=mgh$ y $E_2=mv^2/2+mgR(1-\cos\varphi)$



La diferencia entre las energías es la que se disipó por roce, cuyo valor es |W|

$|W|=\text{Fuerza}\times\text{Camino}$ donde $\text{Fuerza}=\mu_d mg\cos\alpha$ y $\text{Camino}= h/\text{sen}\alpha$

$|W|=\mu_d mg\cos\alpha \times h/\text{sen}\alpha = \mu_d mgh\cot\alpha$

Luego $E_1=E_2+|W|$

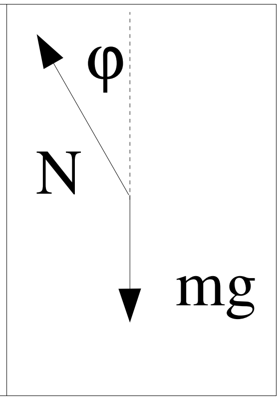
o $mgh=mv^2/2+mgR(1-\cos\varphi)+\mu_d mgh\cot\alpha$

de donde se despeja $v^2=2gh(1-\mu_d\cot\alpha)-2gR(1-\cos\varphi)$

Luego se hace el diagrama de cuerpo libre para la partícula
La componente radial de la fuerza es $N-mg\cos\varphi$ dirigida hacia el centro y es igual a la aceleración radial (hacia el centro):

$$N-mg\cos\varphi =mv^2/R=2mgh(1-\mu_d\cot\alpha)/R-2mg(1-\cos\varphi)$$

La condición para que la partícula no se despegue es que no se anule nunca la normal. La condición crítica es que ésta se anule en su valor mínimo, que se alcanza si $\varphi=\pi$. Entonces:



$$0+mg=2mgh(1-\mu_d\cot\alpha)/R-2mg\times 2$$

o $2h(1-\mu_d\cot\alpha)/R=5$

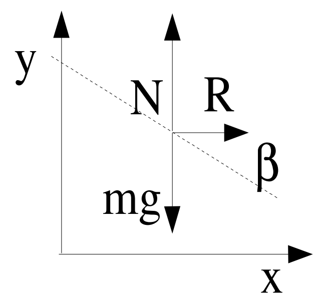
o $h=(5/2)R/(1-\mu_d\cot\alpha)$

Energía inicial	1 punto
Energía final	1 punto
Trabajo realizado por (o contra) el roce	1 punto
Conservación de energía	1 punto
Determinación de la normal	1 punto
Establecer la condición crítica	1 punto

Problema 2

Puesto que la persona y el trineo son solidarios, el sistema equivale a una partícula deslizándose por un plano inclinado. Luego, "a la Galileo", su aceleración en módulo es $a=g\mathrm{sen}\beta$. N y R son las reacciones normal y tangencial (la que es igual al roce estático), que dan cuenta de todas las fuerzas que el trineo ejerce sobre la persona.

El diagrama de cuerpo libre para la persona permite establecer las ecuaciones dinámicas:



$$\Sigma F_x=ma_x=ma\cos\beta$$

$$\Sigma F_y=ma_y=-ma\mathrm{sen}\beta$$

Luego

$$R=m\,g\mathrm{sen}\beta\,\cos\beta$$

$$N-mg=-m\,g\mathrm{sen}\beta\,\mathrm{sen}\beta$$

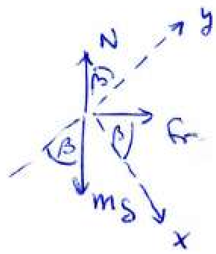
o $$N=mg-mg\mathrm{sen}^2\beta=mg(1-\mathrm{sen}^2\beta)$$

Puntaje

Determinar la aceleración del trineo + persona	2 puntos
Diagrama de cuerpo libre	1,5 punto
Ecuaciones dinámicas	1,5 punto
Determinar R y N	1 punto

Problema 2 solución alternativa

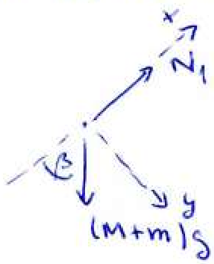
DCL (persona)



$\hat{x})\quad f_r \cos\beta + mg\,\text{sen}\,\beta - N\,\text{sen}\,\beta = ma$

$\hat{y})\quad N\cos\beta + f_r\,\text{sen}\,\beta - mg\cos\beta = 0$

DCL (persona + trineo)



$\hat{x})\quad (M+m)g\,\text{sen}\,\beta = (M+m)a_1$

$\hat{y})\quad N_1 - (M+m)g\cos\beta = 0$

$a = a_1$ (persona no se mueve c/r al trineo)

$\Rightarrow \quad \boxed{a = g\,\text{sen}\,\beta}$ aceleración del conjunto

$$\Rightarrow \qquad f_r \cos\beta + \cancel{mg \operatorname{sen}}\beta - N \operatorname{sen}\beta = \cancel{mg \operatorname{sen}}\beta$$

$$f_r \cos\beta - N \operatorname{sen}\beta = 0 \qquad (1)$$

Además

$$N \cos\beta + f_r \operatorname{sen}\beta = mg\cos\beta \qquad (2)$$

roce estático : $f_r \leq \mu N$

$(1) \rightarrow$ $$f_r = N \tan\beta$$

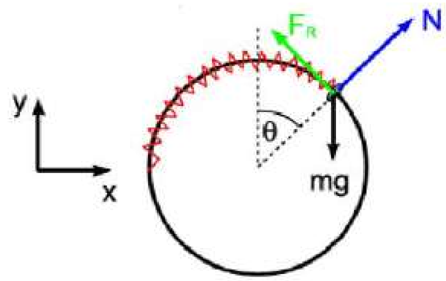
$(2) \rightarrow$ $$f_r = \frac{mg}{\tan\beta} - \frac{N}{\tan\beta} = N \tan\beta$$

$$mg - N = N \tan^2\beta$$

$$N(1 + \tan^2\beta) = mg$$

$$\boxed{N = mg\cos^2\alpha}$$

Problema 3



$\hat{x})\quad N\operatorname{sen}\theta - F_R\cos\theta = -m a_o \quad (1)$

$\hat{y})\quad N\cos\theta + F_R\operatorname{sen}\theta = mg \quad (2)$

De (1) se tiene

$$N = F_R\frac{\cos\theta}{\operatorname{sen}\theta} - \frac{m a_o}{\operatorname{sen}\theta}$$

y de (2)

$$N = \frac{mg}{\cos\theta} - \frac{F_R\operatorname{sen}\theta}{\cos\theta}$$

entonces

$$\frac{F_R}{\tan\theta} - \frac{m a_o}{\operatorname{sen}\theta} = \frac{mg}{\cos\theta} - F_R\tan\theta$$

$$F_R\left(\frac{1}{\tan\theta} + \tan\theta\right) - \frac{mg}{\cos\theta} = \frac{m a_o}{\operatorname{sen}\theta}$$

$$\Rightarrow \quad a_o = \frac{F_R}{m}\operatorname{sen}\theta\,\frac{(1+\tan^2\theta)}{\tan\theta} - g\tan\theta$$

Pero $F_R = k\Delta = kR\theta$

$$\therefore \quad a_o = \frac{kR\theta}{m\cos\theta} - g\tan\theta$$

DCL+2a ley:	2 puntos
Encontrar N en funcion de a_o y FR	1 punto
Ley de Hooke F_e=kxElongación:	1 punto
Encontrar aceleración =	2 puntos