

Problema 1

Solución 1 Debido a que el rebote es elástico, el problema tiene simetría y equivale a un lanzamiento de proyectil sin rebote con el futbolista a una distancia  $D$  a la derecha del muro. Se trata entonces de un lanzamiento horizontal para el cual:

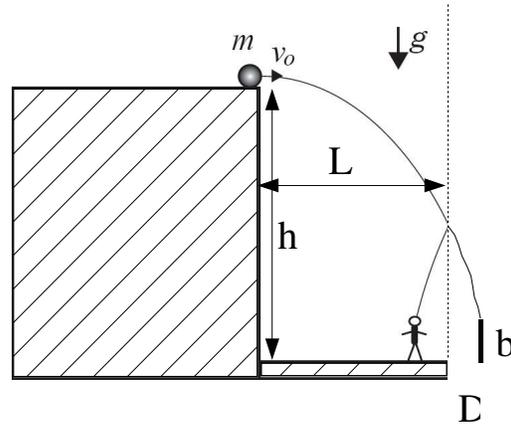
$$x = v_0 t \quad \text{e} \quad y = h - (gt^2)/2$$

El impacto se produce en " $t$ " si se dan las siguientes dos condiciones:

i)  $x = L + D = v_0 t \Rightarrow t = (L + D)/v_0$

ii)  $y = h - gt^2 = h - g[(L + D)/v_0]^2 / 2 = b$

de donde se despeja  $v_0^2 = g(L + D)^2 / [2(h - b)]$



*Puntaje:* Reconocer correctamente la simetría: 2 puntos

Parte i) 2 puntos

Parte ii) 2 puntos

Solución 2

Si no se usa la simetría, el problema se separa en dos tramos.

hasta el rebote:

$$x_1(t) = v_0 t$$

$$y_1(t) = h - (gt^2)/2$$

de donde la colisión ocurre en  $t_1 = L/v_0$ ,  $x_1 = L$ ,  $y_1 = h - 1/2 g(L/v_0)^2$  y

la velocidad en el instante de la colisión es  $v_x = v_0$ ,  $v_y = -gL/v_0$ .

Después de la colisión

$$x_2(t) = L - v_0 t$$

$$y_2(t) = h - g(L/v_0)^2 / 2 - g(L/v_0)t - gt^2 / 2.$$

Imponiendo  $x_2(t_2) = L - D$ , el tiempo en que llega a la cabeza es  $t_2 = D/v_0$ .

Luego,  $y_2(t_2) = b$  de donde se despeja  $v_0^2 = g(L + D)^2 / (2(h - b))$ .

- escribir  $x(t)$  e  $y(t)$  para primera parte 1 pt

- imponer colisión en pared 1 pt

- imponer condición de choque elástico 2 pt

- escribir  $x(t)$  e  $y(t)$  para segunda parte 1 pt

- imponer colisión en pared 1 pt

Problema 2

De las longitudes se verifica que  $5^2=4^2+3^2$  y el triángulo de la figura es rectángulo, por lo que  $\alpha+\beta=\pi/2$ .

Eje y: la masa no sube ni baja, luego  $\Sigma F_y=0$ , es decir

$$T_1 \cos \alpha - T_2 \cos \beta = mg \quad (I)$$

Eje x:  $\Sigma F_x = m\omega^2 R$  donde  $R$  es el radio de giro, luego

$$T_1 \sin \alpha + T_2 \sin \beta = Rm\omega^2 \quad (II)$$

$$(I) \cos \beta - (II) \sin \beta \Rightarrow$$

$$T_1(\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta) - T_2(\cos^2 \beta + \sin^2 \beta) = mg \cos \beta - m\omega^2 R \sin \beta$$

pero  $\cos \alpha \cos \beta - \sin \alpha \sin \beta = \cos(\alpha + \beta) = 0$  porque  $\alpha + \beta = \pi/2$ , con lo que

$$T_2 = m\omega^2 R \sin \beta - mg \cos \beta.$$

La condición crítica para que la cuerda inferior esté tirante es que la tensión se anule, lo que ocurre si  $g \cos \beta - \omega^2 R \sin \beta = 0$  o bien  $\omega^2 = g \cos \beta / R \sin \beta$

El resto del problema es trigonométrico:

$$\sin \beta = 4/5$$

$$\cos \beta = 3/5$$

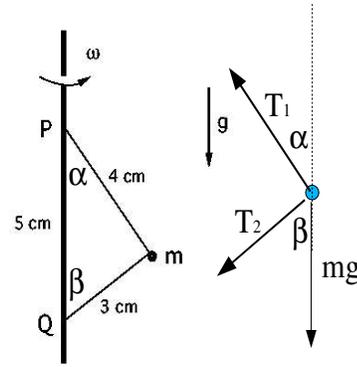
$$\text{Luego } \omega^2 = 3g/4R$$

$$\text{donde } R = 3 \text{ cm} \times \sin \beta = 3 \text{ cm} \times 4/5 = 12/5 \text{ cm} = 0,12/5 \text{ m}$$

(Hasta aquí el problema se considera resuelto)

$$\text{Luego } \omega^2 = 15g/0,48 \text{ m} = 306 \text{ (rad/s)}^2 = 306 \text{ s}^{-2}$$

$$\omega = 17,5 \text{ rad/s} = 17,5 \text{ s}^{-1} \text{ (2,7 revoluciones por segundo)}$$



Puntajes

-Diagrama de cuerpo libre	1 punto
-Condición $\Sigma F_y=0$	1 punto
-Condición $\Sigma F_x=m\omega^2 R$	1 punto
-Condición crítica (se anula la tensión de la cuerda inferior):	2 puntos
-Condiciones trigonométricas	1 punto

**Problema 3** En el diagrama de cuerpo libre N es la reacción normal, R la reacción tangencial (roce estático) y mg el peso.

$$\Sigma F_y = 0$$

$$N \cos \alpha + R \sin \alpha - mg = 0$$

$$\Sigma F_x = ma \text{ donde } m \text{ es la masa de la moneda}$$

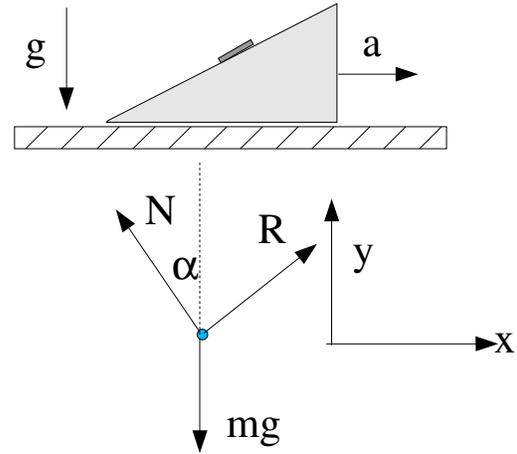
$$R \cos \alpha - N \sin \alpha = ma$$

De ambas ecuaciones se despeja

$$R = mg \sin \alpha + ma \cos \alpha$$

$$N = mg \cos \alpha - ma \sin \alpha$$

La condición crítica está dada por  $R = \mu_e N$  de donde se despeja



$$a = g(3^{1/2} \mu_e - 1) / (3^{1/2} + \mu_e)$$

Puntajes

-Diagrama de cuerpo libre	1,5 punto
-Condición $\Sigma F_y = 0$	1,0 punto
-Condición $\Sigma F_x = ma$	1,0 punto
-Despejar N y R	1,5 punto
-Condición crítica $R = \mu_e N$	1,0 punto