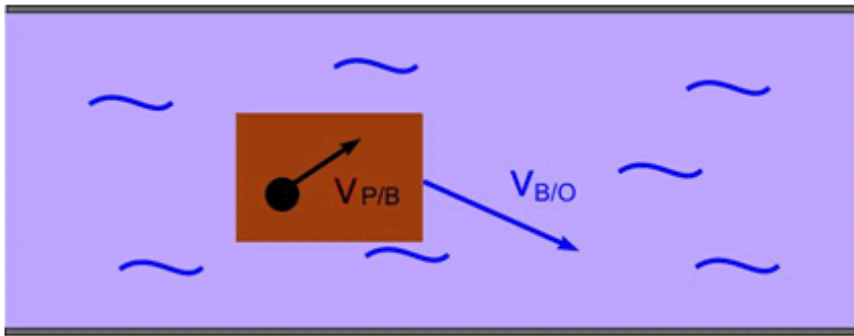


VELOCIDAD RELATIVA



UNA PERSONA CAMINA SOBRE UNA BARCAZA
CON UNA VELOCIDAD $\vec{V}_{P/B}$.

LA BARCAZA VIAJA CON UNA VELOCIDAD $\vec{V}_{B/O}$

¿CUÁL ES LA VELOCIDAD DE LA PERSONA
CON RESPECTO A LA ORILLA?

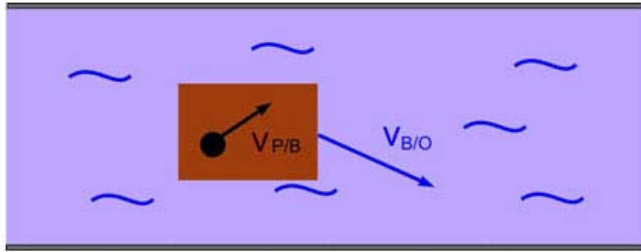
APLIQUEMOS EL PRINCIPIO DE SUPERPOSICIÓN

1^{ro} : CONGELAMOS EL MOVIMIENTO DE LA
PERSONA C/r A LA BARCAZA

$$\vec{v}_{P/O} = \vec{v}_{B/O} + \dots$$

2^{do} : CONGELAMOS LA VELOCIDAD DE LA
BARCAZA C/r A LA ORILLA

$$\vec{v}_{P/O} = \dots + \vec{v}_{P/B}$$



SUPERPONEMOS AMBOS MOVIMIENTOS

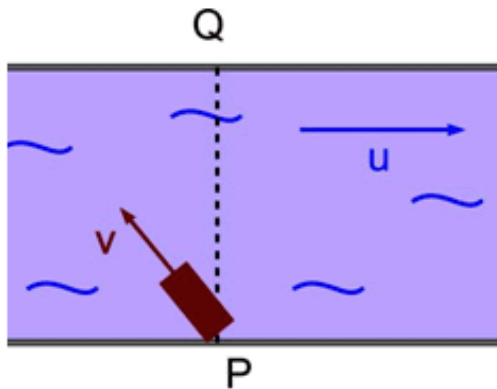
$$\vec{v}_{P/O} = \vec{v}_{B/O} + \vec{v}_{P/B}$$

REGLA MEMOTÉCNICA

$$\frac{P}{O} = \cancel{\frac{B}{O}} \cdot \cancel{\frac{P}{B}}$$

EJEMPLO TÍPICO

BOTE ATRAVESANDO UN RÍO

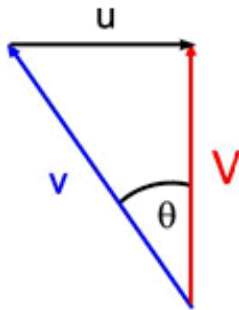


$\vec{u} \equiv$ VELOCIDAD RÍO
c/r ORILLA

$\vec{v} \equiv$ VELOCIDAD BOTE
c/r RÍO

$\Rightarrow \vec{V} \equiv$ VELOCIDAD BOTE c/r ORILLA

$$\vec{V} = \vec{u}_{\text{RÍO/ORILLA}} + \vec{v}_{\text{BOTE/RÍO}}$$



PARA LLEGAR AL PUNTO Q

$$|\vec{v}| \sin \theta = |\vec{u}|$$

TIEMPO QUE DEMORA

$$T |\vec{v}| \cos \theta = D$$

$$T = \frac{D}{v \cos \theta}$$

PERO $\cos \theta = \sqrt{1 - \sin^2 \theta}$ ENTONCES

$$T = \frac{D}{v \sqrt{1 - \left(\frac{u}{v}\right)^2}} = \frac{D}{\sqrt{v^2 - u^2}}$$

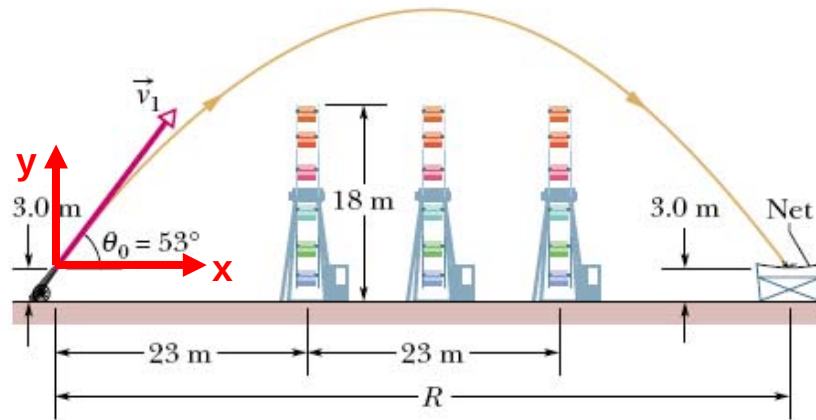
Movimiento en dos dimensiones

En 1922, uno de los Zacchinis, una famosa familia de circenses italianos, fue la primera “bala humana” disparada por un cañón. Para aumentar la espectacularidad del acto, la familia aumento gradualmente la distancia del vuelo, hasta que, en 1940, Emanuel Zacchini voló sobre tres ruedas de la fortuna, atravesando una distancia horizontal de 69 m.



¿Cómo pudo saber donde colocar la red y cómo pudo estar seguro que alcanzaría altura suficiente para no golpear las ruedas de la fortuna?





$$x_1 = y_1 = 0$$

Condiciones iniciales

$$v_1 = 26,5 \text{ m/s}$$

$$\theta_1 = 53^\circ$$

Ecuaciones de movimiento

$$x = v_1 \cos \theta_1 t$$

$$y = v_1 \sin \theta_1 t - \frac{1}{2} g t^2$$

¿Pasa por arriba de la primera rueda de la fortuna?

$$t_2 = \frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \Rightarrow y_2 = v_1 \sin \theta_1 \left(\frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \right) - \frac{1}{2} g \left(\frac{x_2}{v_1 \cos \theta_1} \right)^2$$

Evaluando

$$y_2 = (\tan 53^\circ)(23 \text{ m}) - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2)(23 \text{ m})^2}{2(26,5 \text{ m/s})^2 (\cos 53^\circ)^2}$$

$$y_2 = 20,3 \text{ m}$$

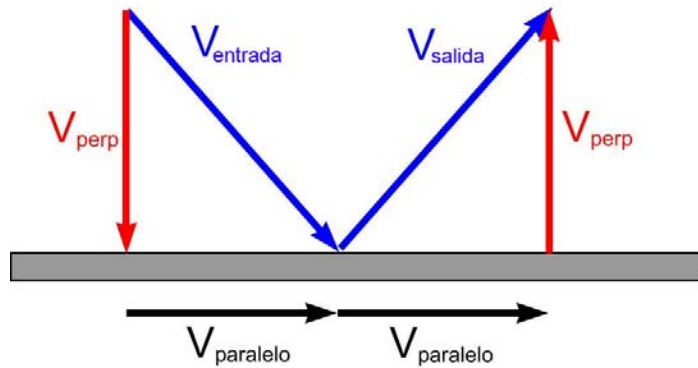
Por lo tanto, el proyectil humano pasa 5,3 m por arriba de la primera rueda de la fortuna

¿A qué distancia deben colocar la red?

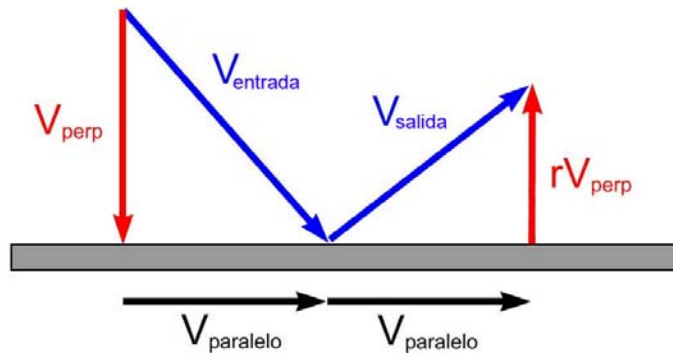
$$R = \frac{2v_1^2 \sin \theta_1 \cos \theta_1}{g}$$

$$R = \frac{2(26,5 \text{ m/s})^2 \sin(53^\circ) \cos(53^\circ)}{9,8 \text{ m/s}^2} = 69 \text{ m}$$

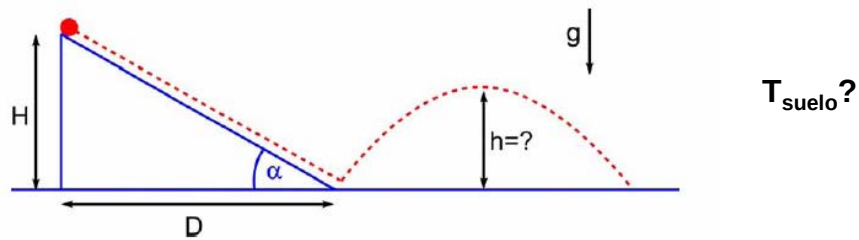
REBOTE ELÁSTICO



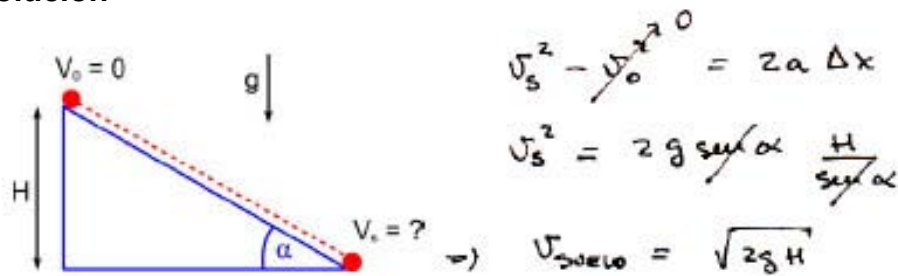
REBOTE INELÁSTICO



Problema



Solución

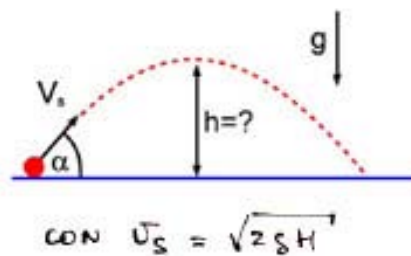


LANZAMIENTO PROYECTIL

$$x = v_s \cos \alpha t$$

$$y = v_s \sin \alpha t - \frac{g}{2} t^2$$

$$v_y = v_s \sin \alpha - g t$$



ALTURA MÁXIMA

$$v_y = 0 \Rightarrow \tilde{t} = \frac{v_s \operatorname{sen} \alpha}{g}$$

$$h = \frac{v_s^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{g} - \frac{g}{2} \left(\frac{v_s \operatorname{sen} \alpha}{g} \right)^2$$

$$h = \frac{1}{2} \frac{v_s^2 \operatorname{sen}^2 \alpha}{g} \Rightarrow \boxed{h = H \operatorname{sen}^2 \alpha}$$

CAÍDA POR LA CUÑA

$$x = \frac{1}{2} g \operatorname{sen} \alpha t^2$$

$$\Rightarrow \frac{H}{\operatorname{sen} \alpha} = \frac{1}{2} g \operatorname{sen} \alpha t_1^2$$

$$t_1 = \sqrt{\frac{2H}{g}} \frac{1}{\operatorname{sen} \alpha}$$

$$\text{PROYECTIL } y = v_3 \sin \alpha t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$y = 0 \Rightarrow 0 = t \left(v_3 \sin \alpha - \frac{1}{2} g t \right)$$

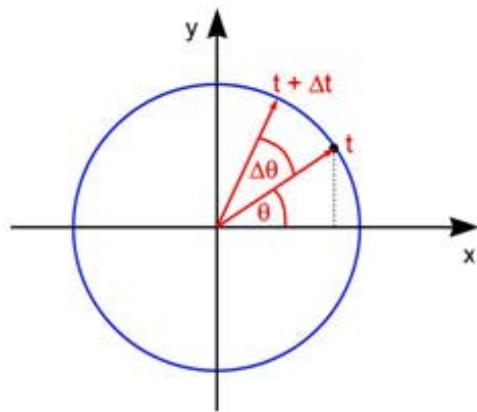
$$t_2 = \frac{2 v_3 \sin \alpha}{g} = 2 \sqrt{\frac{2H}{g}} \sin \alpha$$

POR LO TANTO

$$T_{\text{VUELO}} = t_1 + t_2$$

$$T_{\text{VUELO}} = \sqrt{\frac{2H}{g}} \left(\frac{1}{\sin \alpha} + 2 \sin \alpha \right)$$

MOVIMIENTO CIRCULAR



LA PARTÍCULA SE
MUEVE SOBRE UNA
CIRCUNFERENCIA

=> BASTA UN ÁNGULO
PARA DESCRIBIR SU
POSICIÓN

$$\text{VELOCIDAD ANGULAR} = \omega \equiv \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

SI EL MOVIMIENTO ES CIRCULAR UNIFORME

$$\Rightarrow \omega = \text{cte} = \frac{2\pi}{T}$$

DONDE T ES EL PERÍODO

UNIDADES

$$\omega = \left[\frac{\Delta\theta}{\Delta t} \right] = \left[\frac{\text{radianes}}{\text{s}} \right] = \left[\frac{1}{\text{s}} \right]$$

$$T = [\text{s}]$$

$$f = \text{frecuencia} \equiv \frac{1}{T} = \left[\frac{1}{\text{s}} \right] \equiv [\text{Hz}]$$

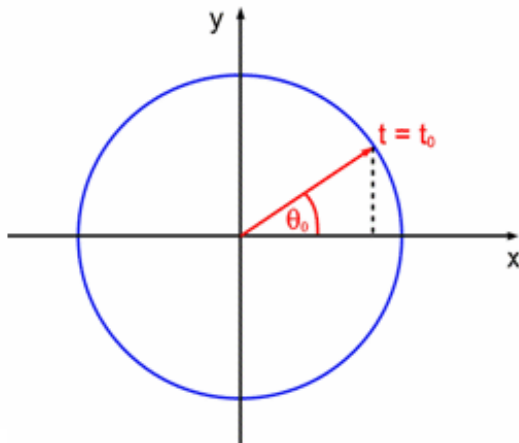
↑
Hertz

ANALOGÍA CON EL MOVIMIENTO 1-DIM

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0}$$

$$\Rightarrow \boxed{\theta(t) = \theta_0 + \omega(t - t_0)}$$

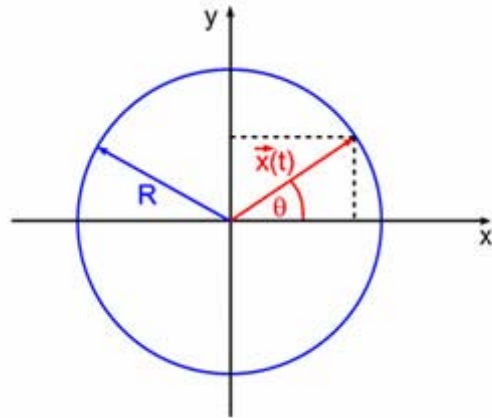
θ_0 : POSICIÓN DE LA PARTÍCULA EN $t = t_0$



Si $t_0 = \theta_0 = 0$

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \omega t}$$

DESCRIPCIÓN DEL MOVIMIENTO EN COORDENADAS CARTESIANAS

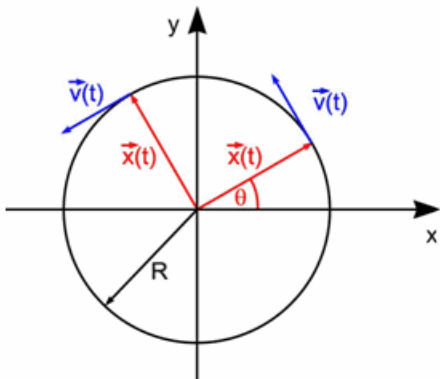


COORD. X : $x = R \cos \theta = R \cos \omega t$

COORD. Y : $y = R \sin \theta = R \sin \omega t$

$\therefore \vec{x}(t) = R (\cos \omega t, \sin \omega t)$

VELOCIDAD

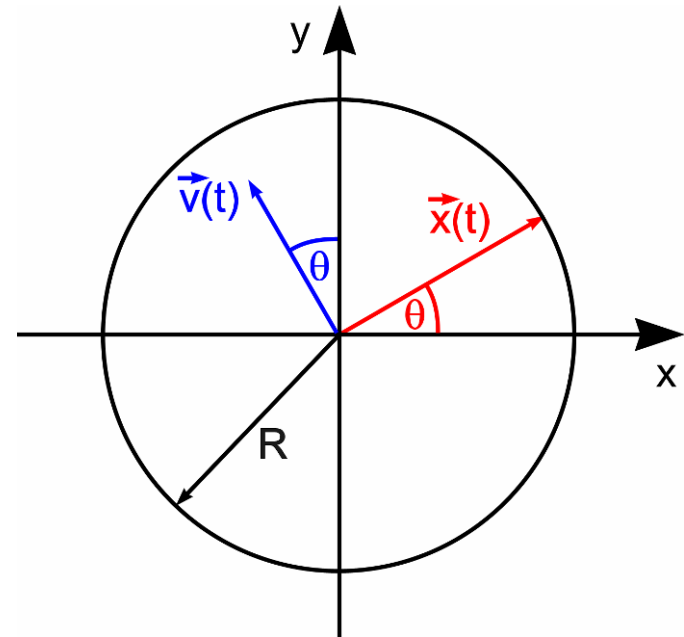


$$\vec{v}(t) = \frac{d\vec{x}}{dt}$$

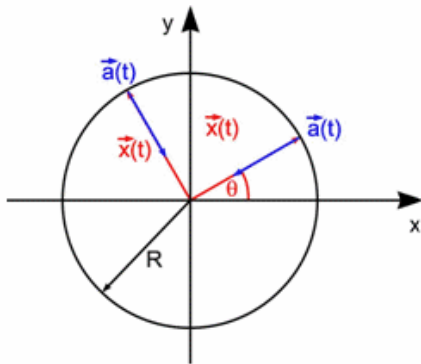
$\vec{v}(t) = R\omega (-\sin\omega t, \cos\omega t)$ $\vec{v}$ ES SIEMPRE
 TANGENTE A LA
 CIRCUNFERENCIA

$$\Rightarrow |\vec{v}| = \sqrt{R^2\omega^2\sin^2\omega t + R^2\omega^2\cos^2\omega t}$$

$$|\vec{v}| = R\omega$$



ACELERACIÓN



$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt}$$

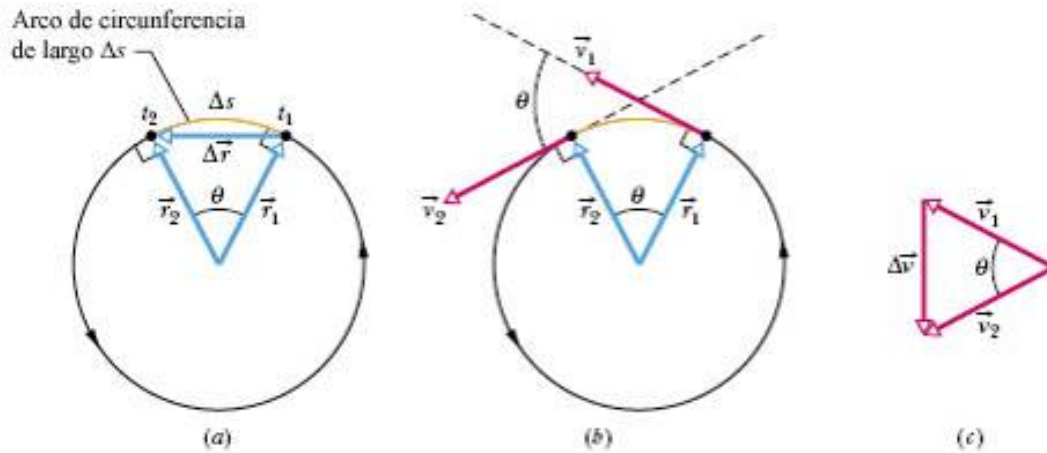
$$\vec{a}(t) = -R\omega^2 (\cos \omega t, \sin \omega t)$$

PERO $\vec{x}(t) = R (\cos \omega t, \sin \omega t)$ ENTONCES

$$\boxed{\vec{a}(t) = -\omega^2 \vec{x}(t)} \quad \text{¡EXISTE ACCELERACIÓN!}$$

LA ACCELERACIÓN CENTRÍPETA APUNTA SIEMPRE HACIA EL ORIGEN EN CADA PUNTO DE LA CIRCUNFERENCIA

Aceleración: Enfoque Geométrico



Los triángulos en (a) y (c) son similares y se cumple

$$\text{sen } \theta = \frac{\Delta r}{r} = \frac{\Delta v}{v}$$

La aceleración de la partícula está dada por

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v}{r} \frac{\Delta r}{\Delta t} \approx \frac{v}{r} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{v^2}{r}$$

SI NO EXISTIERA UNA ACELERACIÓN LA
PARTÍCULA SEGUIRÍA POR LA TANGENTE
A LA CIRCUNFERENCIA (PRINCIPIO DE INERCIA)

LA ACELERACIÓN LA "EMPUJA" HACIA EL
CENTRO

=> EXISTE UNA FUERZA QUE
MANTIENE A LA PARTÍCULA EN
SU TRAYECTORIA CIRCULAR

