

ELECTRÓNICA DE POTENCIA

SISTEMAS DE RECTIFICACIÓN

GUÍA DE CLASES

PROFESOR: AUGER AYÇAGUER H.

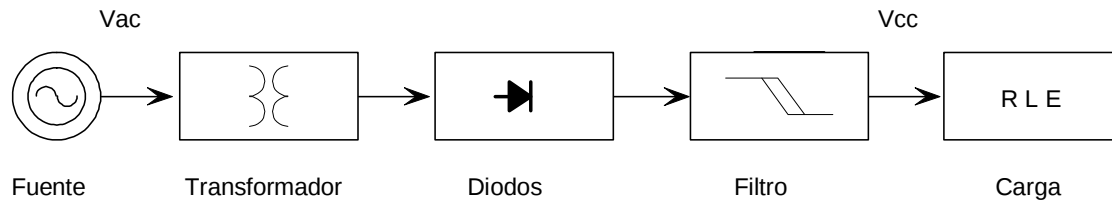
2007

1. SISTEMA DE RECTIFICACIÓN TRIFÁSICO (POLIFÁSICO)

Función.

El sistema de rectificación permite transformar una tensión alterna trifásica en tensión continua de magnitud fija (AC→ DC).

Elementos de un Sistema de Rectificación (Diagrama de bloques)



Metodología de análisis.

Con el propósito de establecer un modelo que represente al sistema no lineal en régimen permanente, se adoptan las siguientes simplificaciones. Luego podrá incorporarse al modelo el efecto de los parámetros del sistema real.

a) Tensión de alimentación alterna sinusoidal y simétrica:

$$v_a(t) = \sqrt{2} V \sin \omega t$$

$$v_b(t) = \sqrt{2} V \sin (\omega t - 2\pi/3)$$

$$v_c(t) = \sqrt{2} V \sin (\omega t + 2\pi/3)$$

b) Transformador ideal:

La razón de transformación corresponde al n° de vueltas de los enrollados.

Resistencia de enrollados, reactancia de fuga y corriente de magnetización nulas.

c) Diodo ideal para determinar las corrientes (Caída de tensión directa nula).

Sin embargo, se considerará el modelo linealizado por tramos del diodo para determinar sus pérdidas.

d) Filtro inductivo serie en el lado de continua ($L \rightarrow \infty$).

e) Carga del tipo R, L y E en serie.

Definiciones.

Voltaje continuo = Valor medio de la tensión en la carga:

$$V_{cc} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_s(t) dt$$

Corriente continua = Valor medio de la corriente de salida:

$$I_{cc} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T i_s(t) dt$$

Potencia continua : $P_{cc} = V_{cc} * I_{cc}$

T: periodo de la tensión alterna ($\omega = 2\pi f = 2\pi / T$).

1.2 CONFIGURACIONES BÁSICAS DE UN RECTIFICADOR TRIFÁSICO

- Rectificador trifásico de media onda (3 diodos).** Configuración: 3 diodos con sus ánodos conectados a las fases de un enrollado (Y) y sus cátodos conectados a una barra común. La carga se conecta entre la barra común y el neutro.
- Rectificador trifásico de onda completa ó Hexafásico (6 diodos).** Configuración: Dos rectificadores trifásicos de media onda conectados a una barra común, y alimentados desde dos enrollados (Y) en oposición de fase.
- Rectificador tipo puente o Puente de Graetz (6 diodos).** Configuración: Dos rectificadores trifásicos de media onda invertidos conectados en serie, y alimentados desde un enrollado (Δ ó Y) común. La carga se conecta entre las barras positiva y negativa.
- Rectificador trifásico doble estrella con autotransformador interfase (6 diodos).** Configuración: Dos rectificadores trifásicos de media onda conectados en paralelo a través de un autotransformador, y alimentados desde dos enrollados (Y) en oposición de fase.

Características comunes.

- Tensión en la carga: $v_s(t) =$ envolvente de $v_{fn}(t)$ ó $v_{ff}(t)$ ó promedio $v_{fn}(t)$, según el caso.

$$V_s(t) = V_{cc} + v_z(t) \quad v_z : \text{tensión de zumbido}$$

- $p = n^\circ$ de pulsos del voltaje de salida (transferencias de voltaje en periodo T)
- $q = n^\circ$ de conmutaciones consecutivas de la corriente continua, considerando la corriente efectivamente transferida de un diodo a otro.
- Período de conducción de cada diodo: $\tau = T/q = 2\pi/\omega q$

$$\text{Corriente media por diodo: } I_d(av) = \frac{1}{T} \int_0^T i_d(t) dt = I_{cc}/q$$

$$\text{Corriente efectiva por diodo: } I_d(rms) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_d^2 dt} = I_{cc} / \sqrt{q} \quad (\text{modelo rectangular})$$

- Frecuencia mas baja del zumbido: $f_z (\text{min}) = p \cdot f_{fuente}$
- Voltaje inverso en los diodos: $v_{inv}(t) =$ zona neg. de $v_{fn}(t)$, $2v_{fn}(t)$ o $v_{ff}(t)$, según el caso.

$$\text{Voltaje inverso máximo del diodo: } V_{RWM} \geq \text{mayor valor de } v_{inv}(t)$$

- Particularidad de la corriente alterna por enrollado del transformador (con o sin componente continua).

h) Potencia disipada en un diodo (modelo linealizado por tramos V_o, R_d):

$$P_{dis} = V_o \cdot I_d(av) + R_d \cdot I_d^2(rms)$$

Tabla 1: Resumen de características de las configuraciones trifásicas básicas.

	Media onda	Hexafásico	Puente	Doble Y
Nº de diodos:	3	6	6	6
Tensiones rectificadas:	$V_{fn}(t)$	$V_{fn}(t)$	$V_{ff}(t)$	$V_{fn}(t)$ prom.
Parámetros:				
p = nº de pulsos de tensión	3	6	6	6
q = nº de conmut. De corriente	3	6	3	3
Especificación de los diodos:				
- Período conducción ($2\pi/q$)	$2\pi/3$	$2\pi/6$	$2\pi/3$	$2\pi/3$
- I media / I _{ccd}	1/3	1/6	1/3	1/3
- I rms / I _{ccd}	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{6}$	$1/\sqrt{3}$	$1/\sqrt{3}$
- V inv.máx.	$\sqrt{2} V_{ff}$	$2 \sqrt{2} V_{fn}$	$\sqrt{2} V_{ff}$	$\sqrt{2} V_{ff}$

1.3 CONEXIÓN DESFASADA (EN SERIE O EN PARALELO) DE RECTIFICADORES TRIFÁSICOS.

La interconexión desfasada (en serie o en paralelo) de las configuraciones básicas, permite un incremento del número de pulsos p, tal que:

$$p = q \cdot r \cdot s$$

en que: p = nº de pulsos de la tensión.
q = nº de conmutaciones de la corriente continua transferida de un diodo a otro.
r = nº de grupos desfasados conectados en paralelo.
s = nº de grupos desfasados conectados en serie.

Tipo de Rectificador	q	r	s	p
Trifásico media onda	3	1	1	3
Hexafásico	6	1	1	6
Trifásico doble Y ($\Delta\phi=180^\circ$)	3	2	1	6
Trifásico puente ($\Delta\phi=180^\circ$)	3	1	2	6
Dos puentes en serie ($\Delta\phi=30^\circ$)	3	1	4	12
Dos trifásicos doble Y ($\Delta\phi=30^\circ$)	3	4	1	12

Nota: En general q =3 salvo para el rectificador Hexafásico.

2. ANÁLISIS DE LA TENSION Y CORRIENTES EN RECTIFICADOR IDEAL.

2.1 Tensión continua a la salida del rectificador .

$$V_{cc} = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T v_s(t) dt = \frac{1}{2\pi} p \int_{-\frac{\pi}{p}}^{\frac{\pi}{p}} V_m \cos \omega t d\omega t$$

$$V_{cc} = V_m \cdot \frac{p}{\pi} \cdot \text{sen} \frac{\pi}{p} \quad p \geq 2 \quad (1)$$

en que: $p = n^\circ$ de pulsos de tensión.

V_m = Valor máximo de la tensión alterna aplicada a la carga (según cada configuración).

p	2	3	6	12	24	∞
V_{cc}/V_m	0,637	0,827	0,955	0,989	0,997	1
Z %	48,3	18,3	4,2	1,03	0,26	0

2.2 Armónicas en la tensión de salida (zumbido v_z).

- a) Tensión de salida: $v_s(t) = V_{cc} + v_z(t) = V_{cc} + \sum_{h=p}^{\infty} \sqrt{2} V_h \cos(h\omega t)$
- b) Orden de las armónicas ($V_h \neq 0$): $h = p \cdot k$ $k = 1, 2, 3, \dots$
- c) Amplitud relativa (rms) c/r a V_{cc} : $\frac{V_h}{V_{cc}} = \frac{\sqrt{2}}{h^2 - 1}$
- d) Valor efectivo del zumbido: $V_z = \sqrt{\sum_{h=p}^{\infty} V_h^2}$
- e) Factor de zumbido: $Z\% = \frac{V_z}{V_{cc}} \times 100 = \frac{\sqrt{\sum V_h^2}}{V_{cc}} \times 100$

2.3 Valor medio y efectivo de la corriente en un diodo (Modelo rectangular).

Período de conducción: $\tau = T/q$ ($\omega\tau = 2\pi/q$)

Corriente media:
$$I_d(\text{av}) = \frac{1}{T} \int_0^T i_d(t) dt = I_{cc}/q$$

Corriente efectiva:
$$I_d(\text{rms}) = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T i_d^2 dt} = I_{cc}/\sqrt{q}$$

2.4 Componentes armónicas de la corriente en un diodo (Modelo rectangular).

La corriente rectangular en un diodo expresada en Serie de Fourier será:

$$i_d(t) = \frac{I_{cc}}{q} + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cos(h\omega t) + \sum_{h=1}^{\infty} B_h \sin(h\omega t) = \frac{I_{cc}}{q} + \sum_{h=1}^{\infty} C_h \cos(h\omega t + \phi_h)$$

Elijiendo convenientemente el origen en el centro del rectángulo de corriente resulta $B_h = 0$, y la expresión para la corriente considerando $q=3$ resulta:

$$i_d(t) = \frac{I_{cc}}{3} + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cos(h\omega t) \quad \text{con} \quad A_h = \frac{2I_{cc}}{h\pi} \sin\left(h\frac{\pi}{3}\right)$$

Orden y Magnitud de las corrientes armónicas:

Como $\sin(h\pi/3) = \pm \sqrt{3}/2$ ó 0 entonces la amplitud de las armónicas presentes ($A_h \neq 0$) en la corriente del diodo es:

$$|A_h| = \frac{\sqrt{3} I_{cc}}{h\pi} \quad \text{para } h=1 \text{ y } h=3k \pm 1 \quad \text{con } k=1,2,3,\dots$$

Las amplitudes decrecen inversamente con h.

Valor efectivo de las armónicas ($I_h = |A_h|/\sqrt{2}$):
$$I_{dh} = \frac{\sqrt{3} I_{cc}}{\sqrt{2} h\pi}$$

La corriente en un diodo queda:

$$i_d(t) = I_{cc}/3 + \sqrt{2} [I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t - I_4 \cos 4\omega t - I_5 \cos 5\omega t + I_7 \cos 7\omega t + I_8 \cos 8\omega t - I_{10} \cos 10\omega t - I_{11} \cos 11\omega t + I_{13} \cos 13\omega t + \dots]$$

2.5 Compensación de armónicas en conexión desfasada de rectificadores.

Ejemplo: Conexión de dos rectificadores de 3 pulsos desfasados en 180° y conectados en serie para formar un puente.

La corriente de entrada al rectificador de 3 pulsos directo es:

$$i_{d1}(t) = \frac{I_{cc}}{3} + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cos(h\omega t) \quad \text{con } h=1 \text{ y } h=3k \pm 1 \quad \text{con } k=1,2,3,\dots$$

$$i_{d1}(t) = I_{cc}/3 + \sqrt{2} [I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t - I_4 \cos 4\omega t - I_5 \cos 5\omega t + I_7 \cos 7\omega t + I_8 \cos 8\omega t - \\ - I_{10} \cos 10\omega t - I_{11} \cos 11\omega t + I_{13} \cos 13\omega t + \dots]$$

La corriente de entrada al rectificador de 3 pulsos inverso es: $i_{d4}(\omega t) = i_{d1}(\omega t + \pi)$

$$i_{d4}(t) = \frac{I_{cc}}{3} + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cos(h\omega t + h\pi) = \frac{I_{cc}}{3} + \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cos(h\pi) \cos(h\omega t)$$

Como $\cos(h\pi) = 1$ para h par y $\cos(h\pi) = -1$ para h impar

$$i_{d4}(t) = I_{cc}/3 + \sqrt{2} [-I_1 \cos \omega t + I_2 \cos 2\omega t - I_4 \cos 4\omega t + I_5 \cos 5\omega t - I_7 \cos 7\omega t + I_8 \cos 8\omega t - \\ - I_{10} \cos 10\omega t + I_{11} \cos 11\omega t - I_{13} \cos 13\omega t + \dots]$$

Finalmente, la corriente de entrada al rectificador puente ($p=6$) es: $i_e(t) = i_{d1}(t) - i_{d4}(t)$

$$i_e(t) = \sum_{h=1}^{\infty} A_h (1 - \cos(h\pi)) \cos(h\omega t)$$

$$i_e(t) = 2 \sum_{h=1}^{\infty} A_h \cos(h\omega t) \quad \text{con } h=1 \text{ y } h=6k \pm 1 \quad \text{con } k=1,2,3,\dots$$

$$i_e(t) = 2\sqrt{2} [I_1 \cos \omega t - I_5 \cos 5\omega t + I_7 \cos 7\omega t - I_{11} \cos 11\omega t + I_{13} \cos 13\omega t - \dots]$$

Se aprecia que las componentes 7 y 13 son de secuencia positiva y la 5 y 11 de secuencia negativa.

Conclusión: A la entrada del puente de 6 pulsos se compensan la continua y las componentes de frecuencia par características del rectificador de 3 pulsos y permanecen las armónicas características del rectificador de 6 pulsos.

La corriente fundamental ($h=1$) resulta: $I_{e1} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} I_{cc} = 0.780 I_{cc}$

La corriente total puede determinarse como: $I_e = \sqrt{\sum_{h=1}^{\infty} I_h^2}$

$$\text{o bien: } I_e = \sqrt{I_d^2 + I_d^2} = \sqrt{2} I_d = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} I_{cc} = 0.816 I_{cc}$$

2.6 Determinación de las corrientes en un sistema rectificador polifásico.

El procedimiento consiste en determinar todas las corrientes del sistema en función de la corriente continua de carga I_{cc} (se asume corriente filtrada). Debe considerarse la configuración particular del rectificador y la configuración del transformador.

- a) Corriente en un diodo.
- b) Corrientes a la entrada del rectificador.
- c) Corrientes en los enrollados primarios y secundarios del transformador.
- d) Corrientes de línea (corrientes de entrada al sistema).

Métodos de análisis:

- 1) A partir de la forma de onda de la corriente en un diodo, se determina la forma de cada una de las demás corrientes y luego se calcula su valor efectivo (rms).
- 2) A partir de las componentes armónicas de la corriente (magnitud y fase) en un diodo, se determina las componentes armónicas de cada una de las demás corrientes. Debe considerarse el desfase introducido en cada armónica por el transformador.
- 3) Simulación computacional del rectificador y transformador.
- 4) Método experimental: se mide (mediante instrumento TRMS) el valor efectivo de cada corriente.

Una vez determinado el valor efectivo de cada una de las corrientes, se determina la potencia del transformador (VA de cada enrollado), la potencia aparente de entrada (VA) y el Factor de Potencia a la entrada del sistema.

2.7 Armónicas en las corrientes del transformador y a la entrada del sistema rectificador.

Dado que las corrientes en el transformador y líneas de entrada resultan de una combinación lineal de las corrientes en los diodos (o del rectificador), se verifica que:

Se produce compensación (o anulación) de algunas armónicas. Las que subsisten mantienen su amplitud relativa con respecto a la fundamental.

La fase relativa de cada armónica dependerá de la configuración del transformador. Si ϕ_1 es el desfase de la fundamental, el desfase para la armónica h será $h \cdot \phi_1$

Por ejemplo:

Al combinar en paralelo (o en serie) dos rectificadores de 3 pulsos desfasados en 180°, se anulan las armónicas pares características (y la componente continua) del rectificador de 3 pulsos, y permanecen las armónicas características de un rectificador de 6 pulsos.

Al combinar dos rectificadores de 6 pulsos desfasados en 30°, se anulan algunas de las armónicas (5, 7, 17, 19,...) características del rectificador de 6 pulsos, permaneciendo las que son características del rectificador de 12 pulsos.

Conclusión:

En general, considerando el modelo rectangular, las armónicas características de la corriente de entrada a un sistema rectificador trifásico o polifásico de p pulsos serán:

$$\text{Orden de las armónicas características: } h = p \cdot k \pm 1 \quad k = 1, 2, 3, \dots \quad (1)$$

$$\text{Amplitud relativa c/r a la fundamental: } \frac{I_h}{I_1} = \frac{1}{h} \quad (2)$$

$$\text{Índice de distorsión armónica: } THD = \frac{\sqrt{\sum_{h=2}^{\infty} I_h^2}}{I_1} \times 100$$

Ejemplo:

p	h	armónicas características
3	$3k \pm 1$	2,4,5,7,8,10,11,13,14,16,17,19,20,22,23,25,...
6	$6k \pm 1$	5,7,11,13,17,19,23,25,...
12	$12k \pm 1$	11,13, 23,25,...

2.8 Potencias en un sistema de rectificación

Definiciones:

1. Potencia de salida continua [W] P_{cc}
2. Potencia activa de salida [W] $P_{sal} \approx P_{cc}$ si $i_s(t) = I_{cc}$
3. Potencia del secundario [VA] $S_2 = 3 V_2 I_2$ ($6 V_2 I_2$)
4. Potencia del primario [VA] $S_1 = 3 V_1 I_1$
5. Potencia de diseño del transformador [VA] $S_T = (S_1 + S_2) / 2$
6. Factor de utilización del transformador $U_T = P_{cc} / S_T$
7. Potencia aparente de entrada [VA] $S_L = \sqrt{3} V_L I_L$ ($V_L = V_{ff} = \sqrt{3} V_{fn}$)
8. Potencia activa de entrada [W] $P_{ent} \approx P_{sal} \approx P_{cc}$
9. Factor de Potencia [W/ VA] $FP = P_{ent} / S_L$

Tabla 2: Potencia del transformador ideal en configuraciones básicas.

Rectificador trifásico:	Media onda		Hexafásico	Puente	Doble Ycon ATI
Tipo de Transformador:	Dy	Dz	Dyy	Dy	Dyy
S_{prim} [VA] / P_{cc} [W]	1.21	1.21	1.283	1.047	1.047
S_{sec} [VA] / P_{cc} [W]	1.48	1.71	1.814	1.047	1.48
S_T [VA] / P_{cc} [W]	1.35	1.46	1.548	1.047	1.264
S_{AT} [VA] / P_{cc} [W]					0.06
$FP = P_{cc}$ [W] / S_L [VA]	0.827	0.827	0.955	0.955	0.955

2.9 Factor de Potencia en un sistema de rectificación.

Se define el Factor de Potencia a la entrada del sistema de rectificación como:

$$FP = \text{Potencia activa [W]} / \text{Potencia aparente [VA]}$$

a) La potencia activa a la entrada del sistema se calcula:

$$P_e = \frac{1}{2\pi} 3 \int_0^{2\pi} v_{fn}(\omega t) i_L(\omega t) d\omega t$$

$$v_{fn}(\omega t) = \sqrt{2} V_{fn} \cos(\omega t) \quad (\text{sinusoidal})$$

$$i_L(\omega t) = \sqrt{2} I_{L1} \cos(\omega t + \phi_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2} I_{Lh} \cos(h\omega t + \phi_h) \quad (\text{rectangular})$$

Solo contribuyen en la integral las componentes de la misma frecuencia y en fase, de modo que:

$$P_e = 3 V_{fn} I_{L1} \cos \phi_1 = \sqrt{3} V_L I_{L1} \cos \phi_1 \quad V_L = V_{ff} = \sqrt{3} V_{fn}$$

I_{L1} : corriente fundamental de línea.

ϕ_1 : desfase entre la corriente fundamental y la tensión fase-neutro.

La potencia aparente : $S = \sqrt{3} V_L I_L$

$$FP = \frac{I_{L1}}{I_L} \cos \phi_1 = \text{Factor de corriente} * \text{Factor de Desplazamiento} \quad (1)$$

En un sistema de rectificación ideal, la corriente fundamental se encuentra en fase con la tensión fase-neutro. $\phi_1 = 0$ $\cos \phi_1 = 1$

Ejemplo: Puente rectificador de 6 diodos con transformador de razón unitaria.

$$I_L = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} I_{cc} \quad I_{L1} = \frac{\sqrt{2}\sqrt{3}}{\pi} I_{cc} \quad FP = \frac{I_{L1}}{I_L} = \frac{3}{\pi} = 0,955$$

b) En forma alternativa, asumiendo pérdidas despreciables en el sistema y corriente continua filtrada, se puede calcular el factor de potencia en forma aproximada:

Potencia de entrada $\approx$ Potencia de salida $\approx$ Pcc

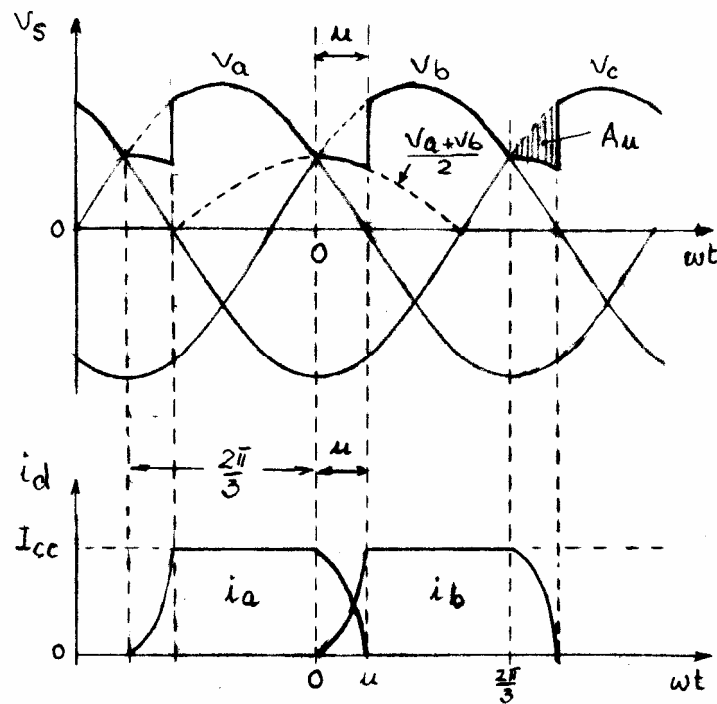
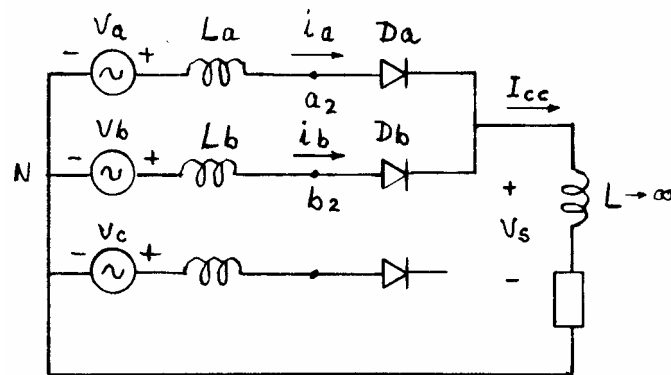
$$FP \approx \frac{P_{cc}}{\sqrt{3} V_L I_L} = \frac{V_{cc} I_{cc}}{\sqrt{3} V_L I_L} \quad (2)$$

3. ANÁLISIS DE LA TENSION Y CORRIENTES EN RECTIFICADOR

3.1 Efecto de la reactancia de dispersión del transformador

La presencia de reactancia en el lado de alterna (transformador y sistema) , obliga a una transferencia gradual de la corriente I_{cc} de un diodo a otro, con lo cual habrá conducción simultánea de dos diodos. La conducción simultánea conduce a un cortocircuito momentáneo entre las dos fases en conmutación. El efecto se traduce en una modificación de la onda de corriente en el diodo y una reducción de la tensión continua a la salida del rectificador.

La duración de la transferencia se expresa mediante el *ángulo de conmutación μ* (*traslapo o recubrimiento*).



a) Determinación de la corriente durante el periodo de conmutación.

La corriente continua conmutada permanece constante durante la conmutación por efecto de la inductancia de filtraje en la carga..

$$i_a(t) + i_b(t) = i_s(t) = I_{cc} = \text{cte} \quad (1)$$

Los voltajes en las 2 ramas en conmutación serán iguales:

$$v_a - L_a \frac{di_a}{dt} - v_{da} = v_b - L_b \frac{di_b}{dt} - v_{db} \quad (2)$$

combinando las ecs (1) y (2) con las simplificaciones $L_a = L_b = L$, $v_{da} = v_{db}$, resulta:

$$L \frac{di_a}{dt} = (v_a - v_b) / 2 \quad (3)$$

$$\left. \begin{aligned} v_a &= \sqrt{2} V \cos(\omega t + \pi/p) \\ v_b &= \sqrt{2} V \cos(\omega t - \pi/p) \end{aligned} \right\} \quad (v_a - v_b) / 2 = -\sqrt{2} V \sin(\pi/p) \sin(\omega t)$$

$$\frac{di_a}{dt} = -(\sqrt{2} V / L) \sin(\pi/p) \sin \omega t \quad (4)$$

integrando con las condiciones de borde al inicio y final del periodo de conmutación:

$$i_a(t) = -(\sqrt{2} V / L) \sin(\pi/p) \int_0^u \sin \omega t \, dt = (\sqrt{2} V / \omega L) \sin(\pi/p) \cos \omega t + C$$

$$\text{condición inicial: } i_a(\omega t = 0) = I_{cc} \quad C = I_{cc} - (\sqrt{2} V / \omega L) \sin(\pi/p)$$

$$i_a(t) = I_{cc} - (\sqrt{2} V / \omega L) \sin(\pi/p) (1 - \cos \omega t) \quad 0 \leq \omega t \leq u \quad (5)$$

$$\text{condición final: } i_a(\omega t = u) = 0 \quad 0 = I_{cc} - (\sqrt{2} V / \omega L) \sin(\pi/p) (1 - \cos u)$$

Recordando que $V_{cc}(u=0) = V_{cco} = \sqrt{2} V (p/\pi) \sin(\pi/p)$, resulta la ecuación de conmutación:

$$(1 - \cos u) / 2 = (I_{cc} / V_{cco}) * p\omega L / 2\pi \quad \text{para } u < 2\pi/q \quad (6)$$

$$\text{Se despeja: } u = \arccos(1 - (I_{cc} / V_{cco}) * p\omega L / \pi)$$

El ángulo de conmutación u crece al aumentar I_{cc} o la inductancia L .

Finalmente las expresiones de la corriente instantánea durante la conmutación $0 \leq \omega t \leq u$ quedan:

$$i_a(t) = I_{cc} - I_{cc} (1 - \cos \omega t) / (1 - \cos u) \quad i_b(t) = I_{cc} (1 - \cos \omega t) / (1 - \cos u)$$

b) Determinación de la caída de tensión continua

Durante el periodo de conmutación la tensión en la carga es el promedio de las tensiones de las fases en conmutación (dos inductancias con punto medio). Calculamos la caída de tensión provocada por la conmutación.

$$\delta v(t) = v_b - (v_a + v_b) / 2 = (v_b - v_a) / 2 = \sqrt{2} V \sin(\pi/p) \sin(\omega t)$$

$$\Delta V_{cc} = p / 2\pi \int_0^u \delta v(t) d\omega t = \sqrt{2} V (p/\pi) \sin(\pi/p) (1 - \cos u) / 2$$

$$\Delta V_{cc} = V_{cco} (1 - \cos u) / 2 \quad (7)$$

o bien empleando la ec (6):

$$\Delta V_{cc} = (p\omega L / 2\pi) * I_{cc} \quad (8)$$

Nota 1: En todas estas relaciones I_{cc} corresponde a la corriente continua efectivamente conmutada por cada diodo. En el caso de tener r rectificadores conectados en paralelo, la corriente continua total en la carga será $r * I_{cc}$, y la caída de tensión continua será:

$$\Delta V_{cc} = (p/r)(\omega L / 2\pi) * (I_{cc_total} / r)$$

c) Tensión continua a la salida del rectificador.

La tensión continua considerando el ángulo de conmutación será: $V_{cc} = V_{cco} - \Delta V_{cc}$

$$i) \quad V_{cc}(u) = V_{cco} (1 + \cos u) / 2 \quad (9)$$

$$ii) \quad V_{cc}(I_{cc}) = V_{cco} - (p\omega L / 2\pi) * I_{cc} \quad (10)$$

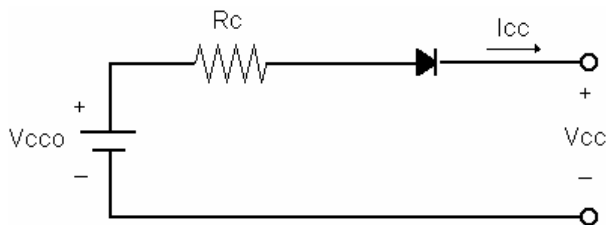
La tensión continua decrece linealmente al aumentar I_{cc} o la inductancia L .

Esta última relación puede representarse mediante un circuito equivalente, considerando

$R_c = p\omega L / 2\pi$ que se denomina *Resistencia de conmutación* aún cuando no disipa potencia.

$$V_{cc} = V_{cco} - R_c * I_{cc} \quad (11)$$

Circuito equivalente en el lado de continua:



Si es relevante, puede incluirse la caída de tensión equivalente en los diodos y la caída de tensión en la resistencia serie equivalente de la alimentación alterna.

$$V_{cc} = V_{cco} - R_c * I_{cc} - R_s * I_{cc} - V_d$$

La reactancia ωL puede obtenerse de los parámetros del transformador:

$$\omega L = X_T = x_T \%_1 * V_{ff\text{ NOM}}^2 / S_{T\text{ NOM}} \quad [\Omega]$$

Ejemplo:

Para un puente rectificador trifásico operando a corriente nominal en el transformador, la ec(6) queda:

$$1 - \cos u = x_T \%_1$$

$x_T \%$	$\cos u = 1 - x_T \%_1$	$u [^\circ]$
4	0.96	16
5	0.95	18
8	0.92	23
10	0.90	26

3.2 Resumen del efecto en la corriente del diodo y en las corrientes alternas.

Por efecto de la transferencia gradual de la corriente I_{cc} de un diodo al siguiente, representada mediante el ángulo de conmutación u , la forma de onda se modifica en sus flancos. Esta deformación tendrá efecto tanto en su valor efectivo como en sus armónicas.

Al aumentar el ángulo u (o bien la corriente I_{cc}), la corriente se modifica en relación a la corriente ideal rectangular ($u=0$):

- a) La corriente se retrasa con respecto a la tensión fase neutro.
- b) El periodo de conducción del diodo aumenta: $\omega\tau = 2\pi/q + u$
- c) La corriente media en el diodo se mantiene: $I_d(av) = I_{cc}/q$
- d) La corriente efectiva decrece, según el modelo trapezoidal [Anexo 1]:

$$I_d(rms) = \frac{I_{cc}}{\sqrt{q}} \sqrt{1 - qu/6\pi} \quad u[\text{rad}]$$

Para $q=3$, la reducción resultante es desde 100% al 96 % para $0 < u < 30^\circ$

- e) La magnitud de la corriente fundamental practicamente se mantiene: $I_1(u) \approx I_1(u=0)$
- f) El desfase ϕ_1 de la fundamental aumenta. A partir del balance de la potencia activa en el rectificador ($P_{entrada} = P_{cc}$), asumiendo que la corriente fundamental es independiente de u , se obtiene una aproximación para el Factor de desplazamiento:

$$\cos \phi_1 \approx \frac{V_{cc}}{V_{cco}} = \frac{1 + \cos u}{2}$$

- g) La magnitud de las armónicas decrecen, especialmente las de mayor frecuencia. [Anexo 2]
- h) El desfase de las armónicas varía fuertemente. [Anexo 2]
- i) El Factor de potencia decrece: El factor de corriente aumenta (menor distorsión) pero el Factor de desplazamiento decrece en mayor proporción. [Anexo 2]

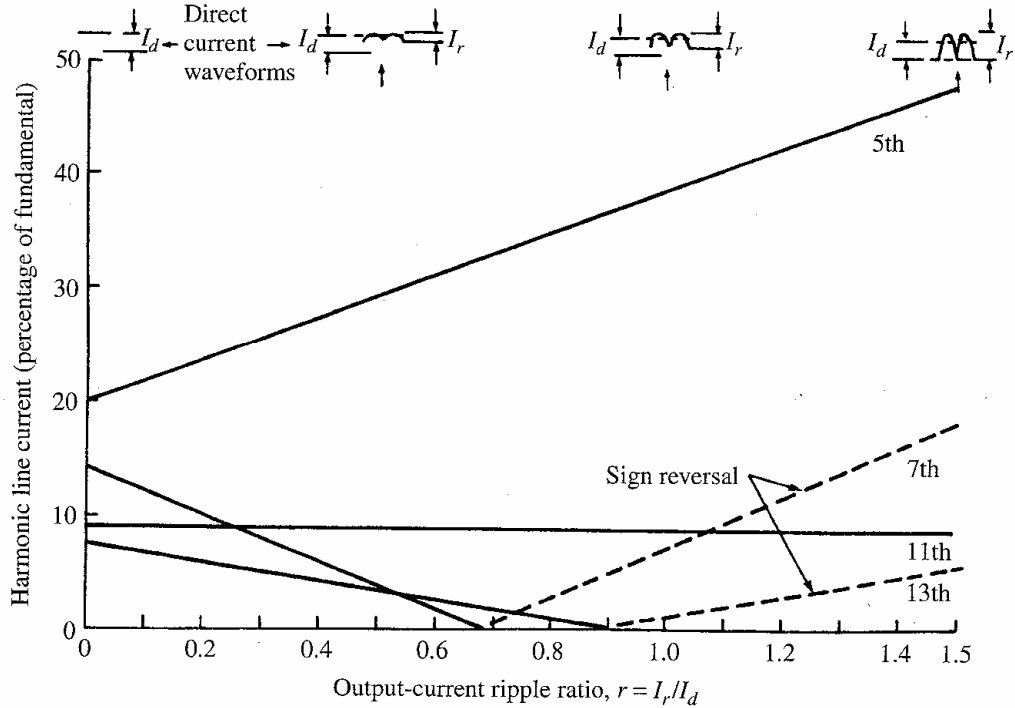
$$FP = \frac{I_{L1}(u)}{I_L(u)} \cos \phi_1$$

Ejemplo: Puente trifásico ($p = 6, q = 3$), con $u = 25^\circ$

Factor de corriente: $I_{L1} / I_L = (3/\pi) / \sqrt{1-u/2\pi} = 0.955 / 0.965 = 0.989$
 Factor de desplazamiento: $\cos \phi_1 = 0.953 \quad \phi_1 = 17,6^\circ$
 $FP = 0.989 * 0.953 = 0.94$

3.3 Efecto de la reducción del filtraje de corriente en el lado de continua (carga).

Al reducir el filtraje de la corriente continua (L finita), se incrementa su ondulación y ella se manifiesta en la forma de onda de la corriente en un diodo y en las corrientes alternas del sistema. Esta deformación adicional de la corriente tiene efecto principalmente en sus componentes armónicas. En la figura siguiente se observa la variación de las armónicas relevantes en un rectificador de 6 pulsos, en función de la razón de zumbido I_{zpp}/I_{cc} .



Ref.: Arrilaga, J., D.A. Bradley, and P.S. Bodger, "Power System Harmonics", J. Wiley, 1985. pág.59

3.4 Circuito equivalente del lado de alterna:

El sistema rectificador puede representarse (desde el lado de alterna) mediante un conjunto de fuentes de corriente que corresponden a cada término de la expresión:

$$i_L(t) = \sqrt{2} I_{L1} \cos(\omega t + \phi_1) + \sum_{h=2}^{\infty} \sqrt{2} I_{Lh} \cos(h\omega t + \phi_h) \quad h = pk \pm 1$$

$$I_{Lh} = f(h, u, I_{cc}) \quad \phi_h = f(h, u, I_{cc})$$

4. BIBLIOGRAFÍA

Rectificadores y Convertidores AC-DC.

1. Gentry, F.E., F.W. Gutzwiller and E.E. Holonyak , "Semiconductor Controlled Rectifiers", Prentice Hall, 1964.
2. Pelly, B.R., "Thyristor phase-controlled Converters and Cycloconverters", Wiley, 1971.
3. McMurray, W., "The Theory and Design of Cycloconverters", MIT Press, 1972.
4. Möltgen, G., "Line Commutated Thyristor Converters", Pitman, 1972.
5. Mazda, F.F., "Thyristor Control", Newnes-Butterworths, 1973.
6. Dewan, S.B., and A. Straughen, "Power Semiconductor Circuits", Wiley, 1975.
7. Kimbark, E.W., "Direct Current Transmission", Wiley, 1975.
8. Gyugyi, L., and B. Pelly , "Static Power Frequency Changers", Wiley, 1976.
9. Ramshaw, R., "Electrónica de potencia", Marcombo, 1977.
10. Shepard, W., "Energy Flow and Power Factor in Nonsinusoidal Circuits", Cambridge University Press, 1979.
11. Scoles, G.J., "Handbook of Rectifiers Circuits", J.Wiley, 1980.
12. Sen, P.C., "Thyristor DC Drives", J.Wiley, 1981.
13. Lander C.W., "Power Electronics", Mc Graw-Hill, 1981.
14. Stevens, R.E., "Electrical Machines and Power Electronics", Van Nostrand Reinhold Co., 1983.
15. Bird, B.M. and K.G. King, "An introduction to Power Electronics", J.Wiley, 1983.
16. Chauprade R., "Control electrónico de los motores de corriente continua", G.Gili, 1983.
17. Dewan, S.B., G.R. Slemon, and A. Straughen , "Power Semiconductor Drives", J. Wiley, 1984.
18. Möltgen, G., "Converter Engineering: An introduction to operation and theory", J. Wiley, 1984.
19. Arrilaga, J., D.A. Bradley, and P.S. Bodger, "Power System Harmonics", J. Wiley, 1985.
20. Ramshaw, R.S., "Power Electronics: Thyristor Controlled Power for Electric Motors", Chapman & Hall, 1986.
21. Segui, G., "Power Electronic Converters - AC/DC Conversion", McGraw-Hill, 1986.
22. Dubey, G.K., "Power Semiconductor Controlled Drives", Prentice-Hall, 1986.
23. Shepard, W., and L.N. Hulley, "Power Electronics and Motor Control", Cambridge University Press, 1987.
24. Thorborg, K., "Power Electronics", Prentice Hall, 1988.
25. Fisher, M.J., "Power Electronics", PWS-Kent Pub. Co., 1991.
26. Gualda, J.A., S. Martínez , y P. Martínez , "Electrónica industrial: Técnicas de potencia", Marcombo, 2ª ed. 1992.
27. Williams, B.W., "Power Electronics: Devices, Drivers, Applications, and Passive Components", 2nd ed., McGraw-Hill, 1992.
28. Mazda, F.F., "Power Electronics Handbook: Components, Circuits, and Applications", Butterworth, 1993.
29. Bird, B.M., K.G. King, and D.A. Pedder, "An Introduction to Power Electronics", 2nd ed., Wiley, 1993.
30. Lander, C.W., "Power Electronics", 3rd ed., McGraw-Hill, 1993.
31. Rashid, M.H., "Power Electronics, Circuits, Devices and Applications", 2nd ed., Prentice Hall, 1993.

32. Rashid, M.H., "SPICE for Power Electronics and Electric Power", Prentice Hall, 1993.
33. Barton, T.H., "Rectifiers, Cycloconverters and AC controllers", Oxford University Press, 1994.
34. Mohan, N., T.M. Undeland, and W.P. Robbins, "Power Electronics: Converters, Applications, and Design", 2nd ed., Wiley, 1995.
35. Paice, D.A., "Power Electronic Converter Harmonics, Multipulse Methods for Clean Power", IEEE Press, 1995.
36. Shepard, W., L.N. Hulley, and D.T. Liang, "Power Electronics and Motor Control", 2nd ed., Cambridge University Press, 1995.
37. Sen, P.C., "Principles of Electric Machines and Power Electronics", 2nd ed. John Wiley & Sons, 1996.
38. Erickson, R.W., "Fundamentals of Power Electronics", Chapman & Hall, 1997.
39. Krein, P.T., "Elements of Power Electronics", Oxford University Press, 1998.
40. Hingorani, N.G., L. Gyugyi, "Understanding FACTS: Concepts and Technology of Flexible AC Transmission System", Wiley-IEEE Press, 2000.
41. Erickson, R.W. and D. Maksimovic, "Fundamentals of Power Electronics", 2nd ed., Kluwer Academic, 2001.
42. Hart, D.W., "Electrónica de potencia", Prentice Hall – Pearson Educación, 2001.
43. Krishnan R., "Electric Motor Drives: Modelling, Analysis and Control", Prentice Hall, 2001.
44. Bose, B.K., "Modern Power Electronics and AC Drives", Prentice Hall PTR, 2002.
45. R. Mohan Mathur, Rajiv K. Varma., "Thyristor-Based FACTS Controllers for Electrical Transmission Systems", IEEE Press, 2002.
46. Rashid, M.H., "Power Electronics, Circuits, Devices and Applications", 3rd ed., Prentice Hall, 2004.

ANEXO 1

MODELO TRAPEZOIDAL PARA LAS CORRIENTES.

Por efecto de la transferencia gradual de la corriente I_{cc} , la forma de onda se modifica en sus flancos. Esta deformación tendrá efecto tanto en su valor efectivo como en sus armónicas. El modelo trapezoidal simplifica el análisis, al representar los flancos de la corriente mediante tramos rectos. El desarrollo en Serie de Fourier de la forma trapezoidal de la corriente en un diodo (para $q=3$), eligiendo el origen de la escala de tiempo en el máximo de la tensión fase neutro resulta:

$$i_d(t) = \frac{I_{cc}}{q} + \sum_{h=1}^{\infty} C_h \cos(h \omega t + \phi_h)$$

$$C_h = \frac{2 I_{cc}}{h\pi} \operatorname{sen}(h\pi/3) \frac{\operatorname{sen}(h \frac{u}{2})}{h \frac{u}{2}} \quad \text{y} \quad \phi_h = -h \frac{u}{2}$$

u : ángulo de conmutación.

La corriente fundamental resulta practicamente independiente de u para $u < 30^\circ$:

$$C_1 \approx \frac{2 I_{cc}}{\pi} \operatorname{sen}(\pi/3) = \frac{\sqrt{3} I_{cc}}{\pi} \quad \phi_1 = -\frac{u}{2}$$

$$I_1 = \frac{\sqrt{2} \sqrt{3} I_{cc}}{2\pi}$$

La magnitud de las armónicas en cambio decrece con u :

$$\frac{I_h}{I_1} = \frac{1}{h} \frac{\operatorname{sen}(h \frac{u}{2})}{h \frac{u}{2}} = \frac{1}{h} f(h, u) \quad \text{para } h=1 \text{ y } h=3k \pm 1 \quad \text{con } k=1,2,3\dots$$

La corriente efectiva en el diodo decrece levemente:

$$I = \frac{I_{cc}}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - \frac{u}{2\pi}} \quad u[\text{rad}]$$

Las corrientes alternas en el sistema rectificador se verán afectadas en forma similar:

$$I_{rms}(u) = I_{rms}(u=0) \sqrt{1 - u/2\pi}$$

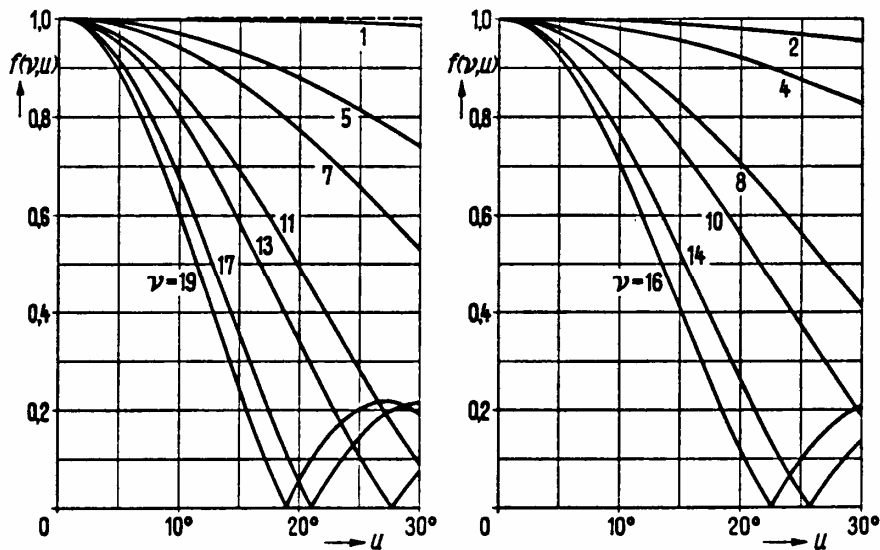


Fig. 1 : Factor $f(h,u)$: reducción relativa de la magnitud de las armónicas en función de u .

Ref: Möltgen, G., "Line Commutated Thyristor Converters", Pitman, 1972, pág 175

Observaciones:

- El modelo trapezoidal representa una aproximación aceptable para la magnitud de la corriente efectiva y el valor de la fundamental.
- El modelo trapezoidal, si bien predice la reducción de las armónicas al aumentar el ángulo u , sus magnitudes resultan inferiores a las reales. En particular, la anulación para valores de u tal que $n u / 2 = \pi$, no es real.
- No resulta adecuado para la fase de la fundamental ni de las armónicas.

ANEXO 2

MODELO PARA CORRIENTES EN RECTIFICADORES.

1.- Corrientes armónicas generadas por un rectificador.

Un sistema rectificador genera en el sistema alterno de alimentación corrientes armónicas que, en condiciones ideales de operación, pueden evaluarse como sigue:

Orden de las armónicas características: $h = p \cdot k \pm 1$ con k entero

Magnitud relativa a la fundamental (h=1): $I_h = I_1 / h$

p corresponde al nº de pulsos de tensión a la salida del rectificador.

En condiciones reales, por efecto de la inductancia presente en el transformador y líneas de alimentación, la transferencia de corriente de un diodo a otro se produce en forma gradual durante el periodo denominado ángulo de conmutación u. Debido a esta modificación de la forma de onda, las corrientes armónicas varían en magnitud y fase al cambiar la corriente continua o bien la reactancia del transformador.

La magnitud y fase de las corrientes armónicas a la entrada de un rectificador puede evaluarse mediante el siguiente modelo. Este modelo considera que la corriente de salida es perfectamente filtrada.

2.- Modelo para las corrientes armónicas [Ref 1]:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} A_n \cos(n\omega t) + \sum_{n=1}^{\infty} B_n \sin(n\omega t) \quad (1)$$

$$A_n = \frac{2 I_{cc}}{n\pi} \frac{\sin(n\pi/3)}{1 - \cos u} \left[\frac{\cos(n-1)u}{n-1} - \frac{\cos(n+1)u}{n+1} - \frac{2}{n^2-1} \right]$$

$$B_n = \frac{2 I_{cc}}{n\pi} \frac{\sin(n\pi/3)}{1 - \cos u} \left[\frac{\sin(n-1)u}{n-1} - \frac{\sin(n+1)u}{n+1} \right]$$

El ángulo de conmutación u se determina de:

$$1 - \cos u = \frac{I_{cc}}{V_{cco}} \cdot \frac{p\omega L}{\pi} \quad \text{para } u \leq \frac{2\pi}{3} \quad (2)$$

en que $V_{cco} = V_m \frac{p}{\pi} \sin(\pi/p)$

I_{cc} : corriente continua filtrada a la salida del rectificador.

n : orden de la armónica ($n = p \cdot k \pm 1$ con $k=1,2,3,\dots$)

u : ángulo de conmutación.

p: nº de pulsos de la tensión de salida.

ωL : reactancia equivalente por fase.

V_{cco} : tensión continua máxima ($u = 0$).

Para la corriente fundamental se emplea:

$$\begin{aligned} A_1 &= \frac{2 I_{cc}}{\pi} \sin(\pi/3) [1 + \cos u] \\ B_1 &= \frac{2 I_{cc}}{\pi} \sin(\pi/3) \left[\frac{u - \sin u \cos u}{1 - \cos u} \right] \end{aligned} \quad (3)$$

Además:

$$i(t) = \sum_{n=1}^{\infty} C_n \cos(n\omega t + \phi_n) \quad C_n = \sqrt{A_n^2 + B_n^2} \quad \phi_n = \arctg(-B_n / A_n)$$

La corriente efectiva total es:

$$I(rms) = I_{cc} \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \sqrt{1 - 3\psi(u)} \quad (4)$$

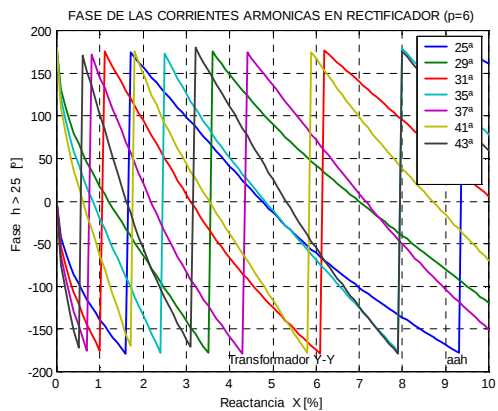
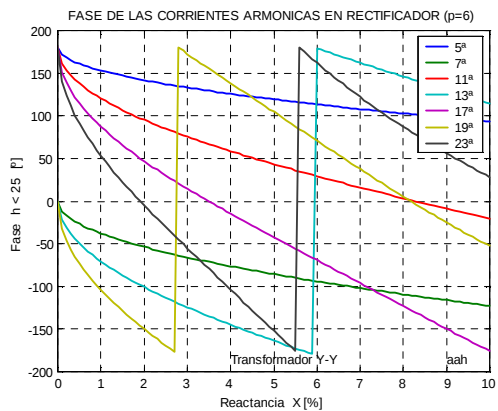
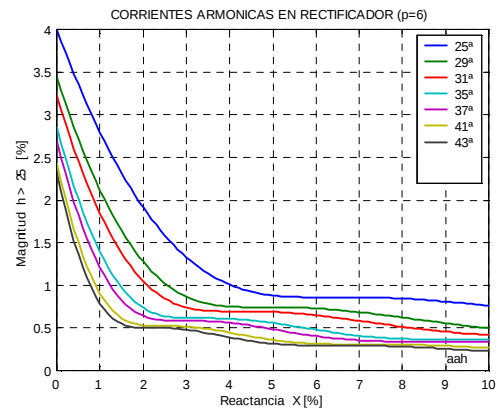
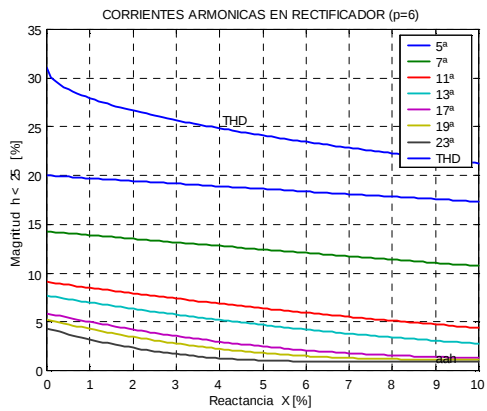
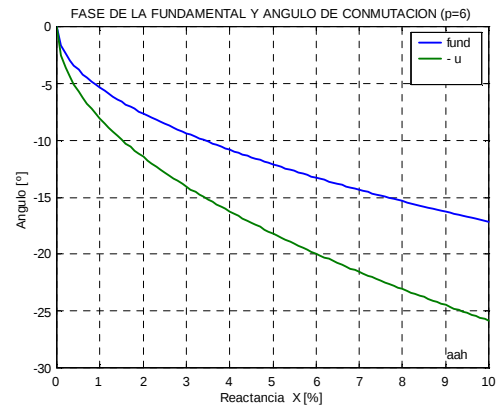
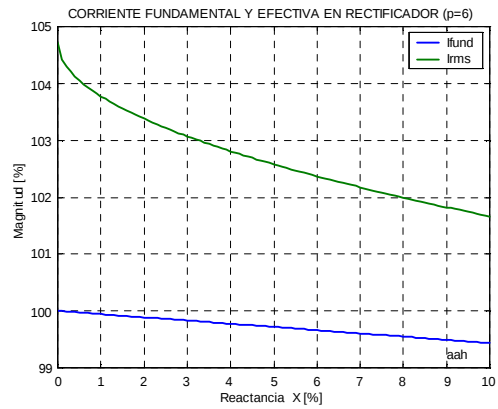
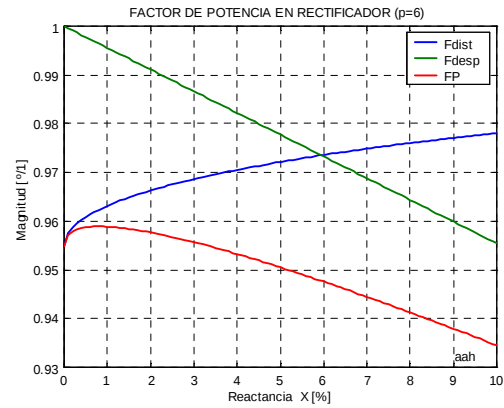
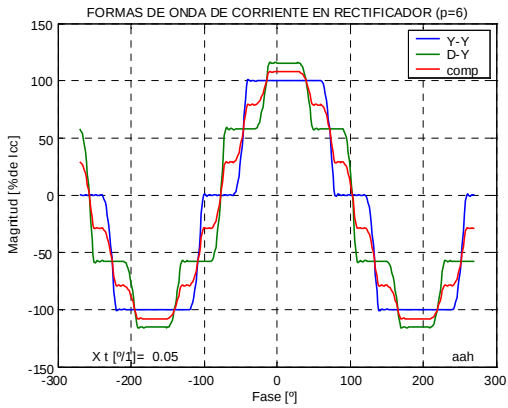
en que
$$\psi(u) = \frac{(2 + \cos u) \sin u - u(1 + 2 \cos u)}{2\pi(1 - \cos u)^2}$$

3.- Corrientes armónicas en un rectificador trifásico de 6 pulsos.

Se muestra a continuación el efecto de variar la reactancia, manteniendo fija la corriente continua en el valor nominal, en el caso del rectificador trifásico de 6 pulsos. El efecto es similar al variar la corriente continua manteniendo fija la reactancia, según ec. (2).

En los gráficos se indica la magnitud y fase de la fundamental y de las armónicas, el Índice de distorsión armónica (THD), el Factor de potencia, Factor de corriente fundamental y Factor de desplazamiento.

Ref 1: Muñoz, A., Ayçaguer, A.: "Resonancia armónica en cables subterráneos". En: Anales del XI Congreso Chileno de Ingeniería Eléctrica, Punta Arenas, Nov. 13-17, 1995.



ANEXO 4

LÍMITES DE DISTORSIÓN ARMÓNICA DE TENSIÓN Y CORRIENTE

Fuente: Comisión Nacional de Energía, Reglamento de la Ley General de Servicios Eléctricos, 1998.

ARMÓNICAS DE VOLTAJE

En un sistema eléctrico, en condiciones normales de operación, se deberá cumplir para un período de registro de mediciones de una semana cualquiera del año o de siete días consecutivos que: el 95% de los valores estadísticos de los voltajes armónicos y de su índice de distorsión total, cumplen con lo indicado en la tabla siguiente. El valor estadístico de los voltajes armónicos y de su índice de distorsión es obtenido para cada intervalo de diez minutos, como resultado de evaluar estadísticamente un conjunto de mediciones efectuadas en dicho intervalo, de acuerdo a lo establecido en la norma correspondiente.

Armónicas Impares No múltiplo de 3			Armónicas Impares múltiplo de 3			Armónicas Pares		
Orden	Armónica voltaje (%)		Orden	voltaje (%)		orden	voltaje (%)	
	$\leq 110 \text{ kV}$	$>110 \text{ kV}$		$\leq 110 \text{ kV}$	$>110 \text{ kV}$		$\leq 110 \text{ kV}$	$>110 \text{ kV}$
5	6	2	3	5	2	2	2	1.5
7	5	2	9	1.5	1	4	1	1
11	3.5	1.5	15	0.3	0.3	6	0.5	0.5
13	3	1.5	21	0.2	0.2	8	0.5	0.4
17	2	1	>21	0.2	0.2	10	0.5	0.4
19	1.5	1				12	0.2	0.2
23	1.5	0.7				>12	0.2	0.2
25	1.5	0.7						
>25	$0.2+1.3*25/h$	$0.2+0.5*25/h$						

Los valores de voltajes armónicos se expresan en porcentaje del voltaje nominal.

Al aplicar la estadística del 95 % a los valores registrados del índice de distorsión total armónica, se debe cumplir, para un período de registro de mediciones de una semana cualquiera del año o de siete días consecutivos y para tensiones iguales o inferiores a 110 kV, que este índice deberá ser inferior a 8%.

Al aplicar la estadística del 95 % a los valores registrados del índice de distorsión total armónica, se debe cumplir, para un período de registro de mediciones de una semana cualquiera del año o de siete días consecutivos y para tensiones superiores a 110 kV, que este índice deberá ser inferior a 3% y se calculará de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{Índice de distorsión total} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{k=50} v_k^2}}{V_1}$$

en que: V_k es la componente armónica de voltaje de orden K
 V_1 es la componente fundamental de voltaje

ARMÓNICAS DE CORRIENTE

En condiciones normales de operación, se deberá cumplir para un período de registro de mediciones de una semana cualquiera del año o de siete días consecutivos que: el 95% de los valores estadísticos de las corrientes armónicas y de su índice de distorsión total, cumplen con lo indicado en la tabla siguiente.

El valor estadístico de las corrientes armónicas y de su índice de distorsión será obtenido para cada intervalo de diez minutos, como resultado de evaluar estadísticamente un conjunto de mediciones efectuadas en dicho intervalo, de acuerdo a lo establecido en la norma técnica correspondiente.

Máxima Distorsión Armónica de Corriente en el Sistema Eléctrico Expresada como % del valor de Corriente Máxima de Carga a frecuencia fundamental						
Isc/IL	Orden de la Armónica (armónicas impares)					Índice DI
	< 11	11 < H < 17	17 < H < 23	23 < H < 35	35 < H	
< 20 *	4.0	2.0	1.5	0.6	0.3	5.0
20 - 50	7.0	3.5	2.5	1.0	0.5	8.0
50 - 100	10.0	4.5	4.0	1.5	0.7	12.0
100 - 1000	12.0	5.5	5.0	2.0	1.0	15.0
> 1000	15.0	7.0	6.0	2.5	1.4	20.0
Las armónicas pares están limitadas al 25% de los límites establecidos para las armónicas impares.						
* Todos los equipos de generación de potencia están limitados a los valores indicados de distorsión armónica de corriente, independiente de la razón Isc/IL.. Donde: Isc = Máxima corriente de cortocircuito en el Punto Común de Conexión (PCC). PCC es el nudo más cercano de la red donde dos o más usuarios obtienen energía eléctrica. IL = Máxima corriente de carga (valor efectivo) de frecuencia fundamental en el PCC. Se calcula como el promedio de los doce valores previos de las máximas demandas mensuales.						
Para el caso de Clientes en Puntos Comunes de Conexión comprendidos entre 69 kV y 154 kV, los límites son el 50% de los límites establecidos en la Tabla. Para el caso de Clientes en PCC superiores a 154 kV se aplicarán los límites de 110 kV en tanto el Ministerio a proposición de la Comisión no fije la norma respectiva. Si la fuente productora de armónicas es un convertidor con un número de pulsos "q" mayor que seis, los límites indicados en la tabla deberán ser aumentados por un factor igual a la raíz cuadrada de un sexto de "q".						

El índice DI se calculará de acuerdo con la siguiente expresión:

$$\text{Índice de distorsión total} = \frac{\sqrt{\sum_{k=2}^{k=50} I_k^2}}{I_1}$$

en que: I_k es la componente armónica de corriente de orden K
 I_1 es igual a IL .