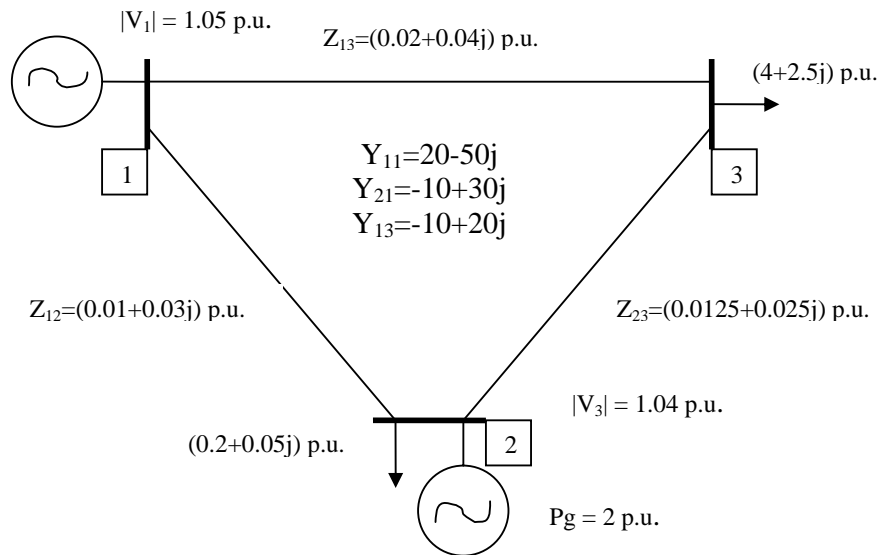


Auxiliar SEP - 09 de Mayo de 2007

En la figura se muestra el diagrama unilineal en por unidad (con $S_{base}=100\text{MVA}$) de un SEP, así como algunos términos de su respectiva matriz de admitancia nodal.



Para realizar el análisis del flujo de potencia (o de carga) del sistema se pide:

- Clasificar las barras y calcular la matriz de admitancia considerando que el consumo de la barra 2 se puede modelar como elemento pasivo bajo la condición de operación descrita.
- Realizar, para la situación descrita en (a), una primera iteración utilizando la metodología de Gauss-Seidel considerando la actualización de variables (comenzando por la barra 3, explicando en origen de los resultados intermedios).
- A partir de los resultados de la primera iteración, realice una iteración con el método de Newton Raphson utilizando un factor de aceleración de 1.2.

Solución

a) Matriz de admitancia y clasificación de las barras

Se calculan los elementos de la matriz de admitancia nodal faltantes:

$$Y_{33} = y_{13} + y_{23} = \frac{1}{0.02 + 0.04j} + \frac{1}{0.0125 + 0.025j} = 26 - 52j$$

$$Y_{23} = -y_{23} = -16 + 32j$$

$$Y_{22} = y_{12} + y_{23} = 26 - 62j$$

Al modelar el consumo 2 como elemento pasivo se afecta el término Y_{22} (aparece un elemento shunt en esa barra).

$$Z_{\text{carga}} = \left(\frac{|1.04 \angle 0^\circ|^2}{0.2 + 0.05j} \right)^* = 5.08988 + 1.27247j$$

Luego a Y_{22} se le debe agregar la admitancia shunt, quedando:

$$Y_{22} = 26 - 62j + \frac{1}{5.08988 + 1.27247j} = 26.18491 - 62.04623j$$

Con lo que la matriz de admitancia nodal queda:

$$Y = \begin{bmatrix} 20 - 50j & -10 + 30j & -10 + 20j \\ -10 + 30j & 26.1849 - 62.04623j & -16 + 32j \\ -10 + 20j & -16 + 32j & 26 - 52j \end{bmatrix}$$

Clasificación de las barras:

Barra 1 → Se conoce sólo el módulo de V → Barra Slack

Barra 2 → Se conoce módulo de V y P inyectado → Barra PV

Barra 3 → Se conoce la potencia aparente inyectada al sistema → Barra PQ

b) Aplicación de Gauss-Seidel con actualización de variables

Se asignan los valores de tensión iniciales para la primera iteración:

$$V_1 = 1.05 \angle 0^\circ \text{ (referencia)}$$

$$V_2^{(0)} = 1.04 \angle 0^\circ$$

$$V_3^{(0)} = 1 \angle 0^\circ$$

Se comienza la iteración:

Barra 3

$$\begin{aligned} V_3^{(1)} &= \frac{1}{Y_{33}} \cdot \left[\left(\frac{S_{3_iny}}{V_3^{(0)}} \right)^* - Y_{31} \cdot V_1 - Y_{32} \cdot V_2^{(0)} \right] \\ &= \frac{1}{26 - 52j} \left[\frac{-4 + 2.5j}{1} - (-10 + 20j) \cdot 1.05 - (-16 + 32j) \cdot 1.04 \right] = 0.97462 - 0.04231j \\ \Rightarrow V_3^{(1)} &= 0.97553 \angle -2.48523^\circ \end{aligned}$$

Barra 2

Como es una iteración de Gauss-Seidel con actualización de variables utilizaremos el valor de V_3 calculado arriba.

$$Q_2^{(1)} = -\text{Im}\{V_2^{(0)*} \cdot [V_1 \cdot Y_{21} + V_2^{(0)} \cdot Y_{22} + V_3^{(1)} \cdot Y_{23}]\} = 1.20981j$$

$$V_2^{(1)} = \frac{1}{Y_{22}} \cdot \left[\left(\frac{Pg_2 - Q_2^{(1)}}{V_2^{(0)}} \right)^* - Y_{21} \cdot V_1 - Y_{23} \cdot V_3^{(1)} \right] = 1.03671 - 0.00779j = 1.03674 \angle -0.43037^\circ$$

Sólo se debe considerar el ángulo de este último resultado pues la tensión en la barra 3 es fijada por el control de excitación del generador. Luego

$$V_2^{(1)} = 1.04 \angle -0.43037^\circ$$

c) Newton Raphson, con factor de aceleración 1.2

Utilizando el factor de aceleración de 1.2 los valores de partida serían:

$$V^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.04 \\ 1 \end{bmatrix} + 1.2 \cdot \begin{bmatrix} 1.05 - 1.05 \\ 1.04 \angle -0.43037^\circ - 1.04 \angle 0^\circ \\ 0.957553 \angle -2.4852^\circ - 1 \angle 0^\circ \end{bmatrix}$$

$$\Rightarrow V^{(1)} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.04 \angle -0.51644^\circ \\ 0.97086 \angle -2.997^\circ \end{bmatrix}$$

El método de Newton Raphson permite acercarnos a los valores de inyección de potencia aparente ocupando las siguientes expresiones:

$$\dot{V}_i = V_i \angle \theta_i ; (Y_{bus})_{ij} = y_{ij} \angle \delta_{ij}$$

$$P_i - jQ_i = (V_i \angle \theta_i)^* \cdot \left(\sum_{j=1}^n Y_{ij} V_j \angle \delta_{ij} + \theta_j \right)$$

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^n V_j \cdot y_{ij} \cdot \cos(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

$$Q_i = -V_i \sum_{j=1}^n V_j \cdot y_{ij} \cdot \sin(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$

La idea detrás de este método es la siguiente:

- Definir los valores de P y Q que se inyectan efectivamente a las barras. A estos valores se les llamarán *potencias programadas*.
- A partir de un vector de voltajes, calcular la potencia aparente que se inyecta los nodos.
- Como el vector de voltajes es un “supuesto” calcular la potencia “supuesta” que se inyecta. A esta potencia se le llamará *potencia calculada*.
- Calcular ΔP_i y ΔQ_i definidos como:

$$\Delta P_i = P_{programado} - P_{calculado}$$

$$\Delta Q_i = Q_{programado} - Q_{calculado}$$

- Calcular el jacobiano del sistema. De esta forma se tiene el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

- Finalmente, se actualizan los valores de magnitud y ángulo de los voltajes:

$$\theta_i^{k+1} = \theta_i^k + \Delta \theta_i$$

$$V_i^{k+1} = V_i^k + \Delta V_i$$

- El método termina cuando ΔP_i y ΔQ_i son menores a una tolerancia.

Los elementos ΔP son tantos como barras tenga el sistema *menos la slack*, mientras que los elementos ΔQ serán tantos como barras PQ tenga el sistema. En el jacobiano hay elementos dependientes de θ y de V , por lo que los elementos, en general son los siguientes:

Como la barra 2 es PV, no se actualizará su voltaje en las iteraciones del método. Luego, se debe construir el siguiente sistema:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \\ \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} & \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix}$$

Notar que la matriz superior se puede escribir por bloques:

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_2}{\partial \theta_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial P_3}{\partial \theta_3} \end{bmatrix}; N = \begin{bmatrix} \frac{\partial P_2}{\partial V_3} \\ \frac{\partial P_3}{\partial V_3} \end{bmatrix}$$

$$M = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_2} & \frac{\partial Q_3}{\partial \theta_3} \end{bmatrix}; L = \begin{bmatrix} \frac{\partial Q_3}{\partial V_3} \end{bmatrix}$$

Luego:

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H & N \\ M & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix}$$

Las derivadas son:

Para P:

$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j \neq i}^n V_i V_j y_{ij} \text{sen}(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$
$$\frac{\partial P_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j y_{ij} \text{sen}(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j) \quad j \neq i$$

$$\frac{\partial P_i}{\partial V_i} = 2V_i y_{ii} \cos(\delta_{ii}) + \sum_{j \neq i}^n V_j y_{ij} \cos(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$
$$\frac{\partial P_i}{\partial V_j} = V_i y_{ij} \cos(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j) \quad j \neq i$$

Para Q:

$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_i} = \sum_{j \neq i}^n V_i V_j y_{ij} \cos(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$
$$\frac{\partial Q_i}{\partial \theta_j} = -V_i V_j y_{ij} \cos(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j) \quad j \neq i$$

$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_i} = -2V_i y_{ii} \text{sen}(\delta_{ii}) - \sum_{j \neq i}^n V_j y_{ij} \sin(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j)$$
$$\frac{\partial Q_i}{\partial V_j} = -V_i y_{ij} \text{sen}(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j) \quad j \neq i$$

Se debe pasar la matriz de admitancia nodal a formato polar:

$$Y = \begin{bmatrix} 53.8516 \angle -68.2^\circ & 31.6228 \angle 108.44^\circ & 22.3607 \angle 116.57^\circ \\ 31.6228 \angle 108.44^\circ & 67.3453 \angle -67.12^\circ & 35.7771 \angle 116.57^\circ \\ 22.3607 \angle 116.57^\circ & 35.7771 \angle 116.57^\circ & 58.1378 \angle -63.43^\circ \end{bmatrix}$$

Las Potencias Calculadas son:

$$S_2 = 2.78467 \angle -31.858^\circ = 2.36517 + 1.46981j$$

$$S_3 = 4.90211 \angle 150.763^\circ = -4.27761 - 2.3943j$$

El vector de errores queda:

$$\begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.36517 \\ 0.27761 \\ 0.1057 \end{bmatrix}$$

Ahora calcular las derivadas:

$$[H] = \begin{bmatrix} 65.6372 & -32.9779 \\ -31.5792 & 51.4055 \end{bmatrix}$$

$$[N] = \begin{bmatrix} -15.187 \\ 20.8405 \end{bmatrix}$$

$$[M] = [17.5411 \quad -28.7889]$$

$$[L] = [130.618]$$

La inversa del jacobiano queda:

$$[J]^{-1} = \begin{bmatrix} 0.022038 & 0.014295 & 0.000281 \\ 0.013529 & 0.026634 & -0.002676 \\ 0.000022 & 0.00395 & 0.007028 \end{bmatrix}$$

Luego el valor de las correcciones obtenido es:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = [J]^{-1} \cdot \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \Delta P_3 \\ \Delta Q_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.004049 \\ 0.00217 \\ 0.001831 \end{bmatrix}$$

Cabe destacar que las correcciones angulares entregadas por el método están en radianes, luego:

$$\begin{bmatrix} \Delta \theta_2 \\ \Delta \theta_3 \\ \Delta V_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -0.231991^\circ \\ 0.124332^\circ \\ 0.001831 \end{bmatrix}$$

De esta forma las tensiones para la nueva iteración son:

$$\begin{bmatrix} V_1^{(2)} \\ V_2^{(2)} \\ V_3^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_1^{(0)} \\ |V_2^{(0)}| \angle (\theta_2^{(1)} + \Delta \theta_2) \\ (|V_3^{(1)}| + \Delta V_3) \angle (\theta_3^{(1)} + \Delta \theta_3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1.05 \\ 1.04 \angle -0.7484^\circ \\ 0.972691 \angle -2.8727^\circ \end{bmatrix}$$

Las potencias calculadas para esta iteración son:

$$S_2 = 2.52778 \angle 37.7^\circ = 2 + 1.5457j$$

$$S_3 = 4.68439 \angle -148.619^\circ = -4 - 2.4393j$$