ALGORITMOS DE SOLUCIÓN DEL FLUJO DE POTENCIA

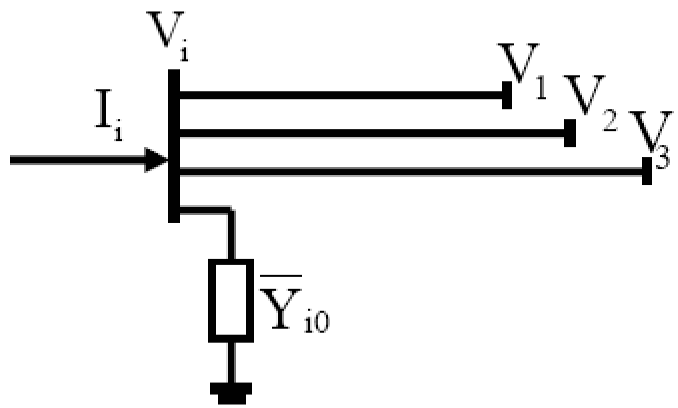
Sistemas Eléctricos de Potencia

Semestre Otoño 2007

Daniel Olivares Q.

Modelamiento Previo (I)

- Las Corrientes



$$I_i = V_i \cdot \sum_{j=0}^{n} \overline{Y}_{ij} - \sum_{j=1}^{n} \overline{Y}_{ij} \cdot V_j \quad j \neq i$$

En términos de la matriz de admitancia

$$I_i = \sum_{j=1}^{n} \overline{y}_{ij} \cdot V_j = \sum_{j=1}^{n} |y_{ij}| \cdot |V_j| \angle \theta_{ij} + \delta_j$$

- En donde el elemento Yij representa la admitancia entre la barra en estudio i y la barra j y Vj = |Vj| ∠δj el voltaje en la barra j del sistema. yij representa el elemento ij de la matriz de admitancias.

Modelamiento Previo (II)

- La Potencia

A partir de las corrientes de línea y tensiones en las barras la potencia aparente se puede calcular fácilmente como:

$$P_i - jQ_i = V_i^* \cdot I_i$$

O separando inmediatamente la potencia activa y reactiva…

$$P_i = \sum_{j=1}^{n} |\mathrm{V_i}||\mathrm{V_j}||\overline{\mathrm{y}}_{\mathrm{ij}}| \cos(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

$$Q_i = -\sum_{j=1}^{n} |\mathrm{V_i}||\mathrm{V_j}||\overline{y}_{\mathrm{ij}}| sen(\theta_{ij} - \delta_i + \delta_j)$$

Modelamiento Previo (III)

- Clasificación de las Barras

Barra PV

Se considera una barra del sistema como PV a aquellas que cuentan con uno o más generadores conectados directamente a ellas y que pueden regular el módulo del voltaje y la potencia activa inyectada a la barra.

Barra PQ

Se considera una barra del sistema como PQ a aquellas que cuentan con una o más cargas con consumos de potencia activa y reactiva conocidos para el estudio de flujos de potencia.

Barra Libre (Barra Slack)

Se elige una barra PV del sistema en estudio para ser barra libre, considerando como conocidos el módulo y ángulo del voltaje, el cual constituye el fasor de referencia para los voltajes en barras del sistema determinados en la resolución del flujo de potencia. La barra libre inyecta al sistema (o absorbe) la potencia activa y reactiva necesaria para igualar la generación total del sistema con la demanda total de los consumos y las pérdidas de potencia.

Gauss-Seidel

- Los métodos de Gauss y de Gauss-Seidel son procedimientos iterativos para resolver simultáneamente ecuaciones no lineales.
- Tanto Gauss como Gauss-Seidel implican la formulación:

x = F(x) y la formula iterativa

x(n+1) = F(x(n))

- En Gauss se calculan los nuevos valores de **x(n+1) a partir de los x(n) obtenida en la iteración** anterior.
- En Gauss-Seidel, los valores obtenidos son utilizados inmediatamente después de haber sido calculados aunque no haya terminado la iteración en curso (mayor rapidez, suele llamarse Gauss-Seidel con actualizacion de variables).

Gauss Seidel en Números (I)

1.- De valores iniciales a las tensiones en las barras (las que no conozca fíjelas en 1 p.u., todas con ángulo inicial 0).

2.- Calcule los valores de tensión de la siguiente iteración como:

$$V_i^{k+1} = \frac{\left(\dfrac{P_i - jQ_i}{V_i^k}\right)^* + \sum_j^n \overline{y}_{ij} \cdot V_j^k}{\overline{y}_{ii}} \quad \mathrm{j} \neq \mathrm{i}$$

$\longrightarrow$ Para barras PV sólo se toma el ángulo

3.- En el caso de las barras PV usted no conocerá el valor de la Potencia Aparente Inyectada, por lo que debe calcularlo como:

$$\begin{aligned} \dot{S}_i &= P_i + jQ_i \\ &= P_i + j \cdot imag\left(\dot{V}_i \dot{I}_i^*\right) \\ &= P_i + j \cdot imag\left(\dot{V}_i \sum_{k=1}^{n} V_k^* Y_{ik}^*\right) \end{aligned}$$

Actualización de variables

- A medida que se calculan los voltajes, ir incorporándolos en los cálculos de los restantes voltajes
- Puede disminuir el número de iteraciones necesarias para alcanzar la convergencia
- El orden en que se calculen los voltajes puede ayudar a la convergencia

Actualización de variables(II)

- Idea:

$$\dot{V}_{i\_nuevo} = \frac{1}{\left(Y_{bus}\right)_{ii}} \left[\dot{I}_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq i}}^{n} \left(Y_{bus}\right)_{ik} \dot{V}_k \right]$$

$$\downarrow$$

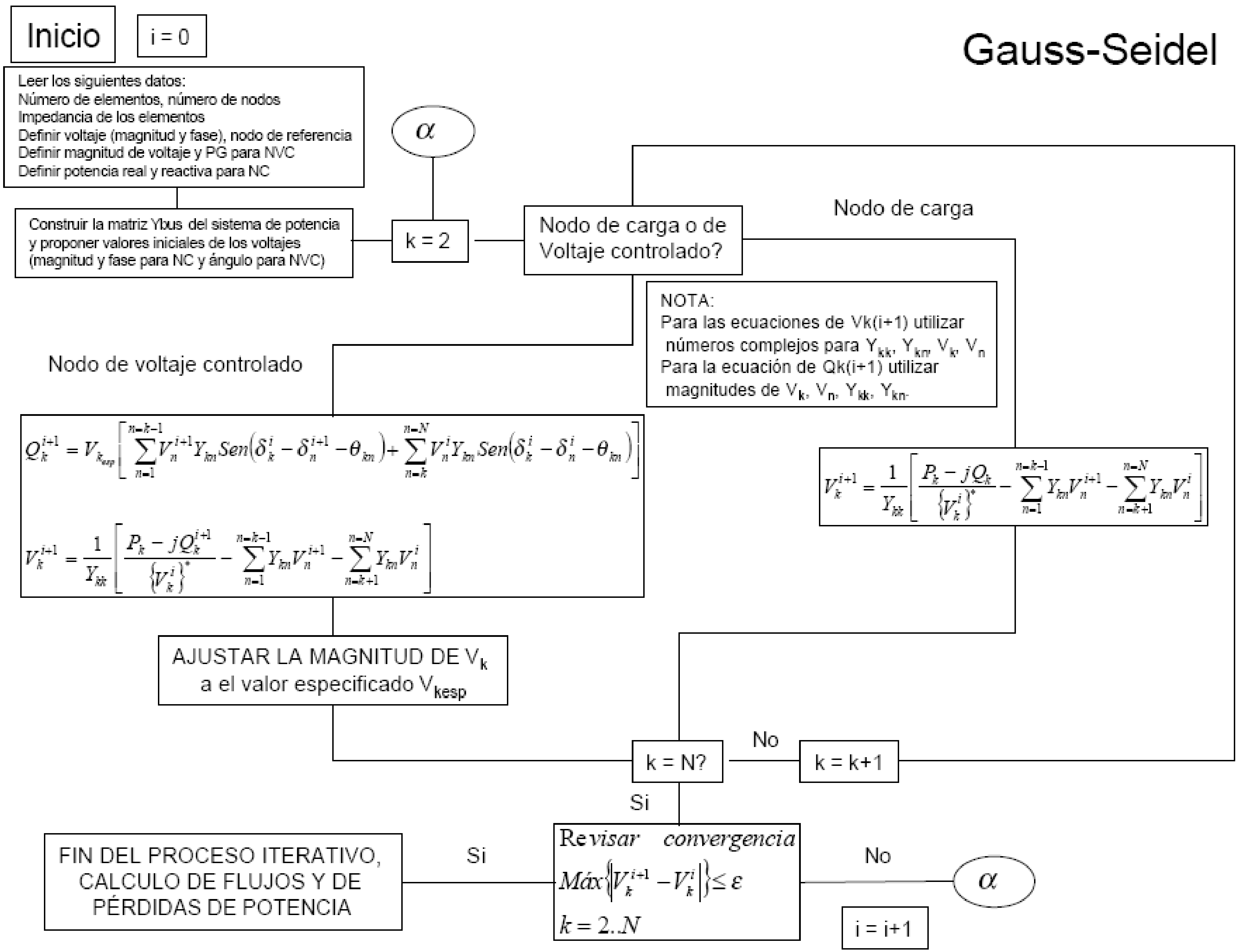
$$\boxed{\dot{V}_j = \frac{1}{\left(Y_{bus}\right)_{jj}} \left[\dot{I}_i - \sum_{\substack{k=1 \\ k \neq j \\ k \neq i}}^{n} \left(Y_{bus}\right)_{ik} \dot{V}_k - \left(Y_{bus}\right)_{ji} \dot{V}_{i\_nuevo} \right]}$$

Aceleración de variables

- Se disminuye el número de iteraciones si se corrige el voltaje multiplicándolo por alguna constante
- A la constante se le llama "factor de aceleración"

$$\dot{V}_{inicial}^{k+1} = \dot{V}_{inicial}^{k} + \alpha\left(\dot{V}_{final}^{k} - \dot{V}_{inicial}^{k}\right)$$

- α típicamente cercano a 1,5 (ojo con la convergencia)



Gauss-Seidel
Inicio
i = 0
Leer los siguientes datos:
Número de elementos, número de nodos
Impedancia de los elementos
Definir voltaje (magnitud y fase), nodo de referencia
Definir magnitud de voltaje y PG para NVC
Definir potencia real y reactiva para NC
Construir la matriz Ybus del sistema de potencia y proponer valores iniciales de los voltajes (magnitud y fase para NC y ángulo para NVC)
α
k = 2
Nodo de carga o de Voltaje controlado?
Nodo de carga
NOTA:
Para las ecuaciones de Vk(i+1) utilizar números complejos para Y_{kk}, Y_{kn}, V_k, V_n
Para la ecuación de Qk(i+1) utilizar magnitudes de V_k, V_n, Y_{kk}, Y_{kn}.
Nodo de voltaje controlado
$Q_k^{i+1} = V_{k_{esp}} \left[\sum_{n=1}^{n=k-1} V_n^{i+1} Y_{kn} Sen\left(\delta_k^i - \delta_n^{i+1} - \theta_{kn}\right) + \sum_{n=k}^{n=N} V_n^i Y_{kn} Sen\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right) \right]$
$V_k^{i+1} = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k^{i+1}}{\{V_k^i\}^*} - \sum_{n=1}^{n=k-1} Y_{kn} V_n^{i+1} - \sum_{n=k+1}^{n=N} Y_{kn} V_n^i \right]$
$V_k^{i+1} = \frac{1}{Y_{kk}} \left[\frac{P_k - jQ_k}{\{V_k^i\}^*} - \sum_{n=1}^{n=k-1} Y_{kn} V_n^{i+1} - \sum_{n=k+1}^{n=N} Y_{kn} V_n^i \right]$
AJUSTAR LA MAGNITUD DE V_k a el valor especificado V_{kesp}
k = N?
No
k = k+1
Si
Revisar convergencia
$Máx\left\{\left|V_k^{i+1} - V_k^i\right|\right\} \leq \varepsilon$
$k = 2..N$
Si
FIN DEL PROCESO ITERATIVO, CALCULO DE FLUJOS Y DE PÉRDIDAS DE POTENCIA
No
α
i = i+1

Newton Raphson

- El método de Newton Raphson y sus derivaciones han sido empleados para resolver flujos de potencia en modelos de sistemas eléctricos de tamaño real y constituye el método numérico iterativo base de las aplicaciones computacionales que calculan flujos de potencia.

- Consiste en una expansión en serie de Taylor de las ecuaciones del Flujo de Potencia, en torno al punto que corresponda a la iteración, despreciando de los términos de 2do orden en adelante.

Newton-Raphson(II)

- La idea es calcular las inyecciones de potencia activa y reactiva a partir de valores propuestos para los voltajes
- Estas se comparan con los valores reales y se obtiene un error
- Este error permite corregir los fasores

Newton-Raphson(III)

- Para desarrollar este método los parámetros y variables de la red deben expresarse de la siguiente forme (magnitud y ángulo):

$$\dot{V}_i = V_i \angle \theta_i \,;\, \left(Y_{bus}\right)_{ij} = y_{ij} \angle \delta_{ij}$$

$$P_i - jQ_i = \left(V_i \angle \theta_i\right)^* \cdot \left(\sum_{j=1}^{n} Y_{ij} V_j \angle \delta_{ij} + \theta_j \right)$$

$$P_i = V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \cdot y_{ij} \cdot cos\left(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j\right)$$

$$Q_i = -V_i \sum_{j=1}^{n} V_j \cdot y_{ij} \cdot sen\left(\delta_{ij} - \theta_i + \theta_j\right)$$

Newton-Raphson(IV)

$$\Delta P_i = P_{programado} - P_{calculado}$$

$$\Delta Q_i = Q_{programado} - Q_{calculado}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix} = J \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} \Delta \theta \\ \Delta V \end{bmatrix} = J^{-1} \begin{bmatrix} \Delta P \\ \Delta Q \end{bmatrix}$$

$$\boxed{\begin{aligned} \theta_i^{k+1} &= \theta_i^{k} + \Delta\theta_i \\ V_i^{k+1} &= V_i^{k} + \Delta V_i \end{aligned}}$$

Inicio

Newton-Raphson

NOTA:
Para cada nodo de voltaje controlado, se elimina la columna del Jacobiano correspondiente a los términos que se derivan parcialmente con respecto a la magnitud del voltaje de este nodo así como el renglón en el cual se tiene la derivada parcial de la potencia reactiva de este nodo con respecto a las variables.

Leer los siguientes datos:
Número de elementos, número de nodos
Impedancia de los elementos
Definir voltaje (magnitud y fase), nodo de referencia
Definir magnitud de voltaje y PG para NVC
Definir potencia real y reactiva para NC

Construir la matriz Ybus del sistema de potencia y proponer valores iniciales de los voltajes (magnitud y fase para NC y ángulo para NVC)

Evaluar $k = 2..N$

$$P_k^i = \sum_{n=1}^{n=N} V_k^i V_n^i Y_{kn} \cos\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$Q_k^i = \sum_{n=1}^{n=N} V_k^i V_n^i Y_{kn} sen\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$\Delta P_k^i = P_{kesp} - P_k^i$$

$$\Delta Q_k^i = Q_{kesp} - Q_k^i$$

$$Convergencia? \quad Máx\left\{\Delta P_k^i, \Delta Q_k^i\right\} \le \varepsilon \quad k = 2..N$$

Si

FIN DEL PROCESO ITERATIVO, CALCULO DE FLUJOS Y DE PÉRDIDAS DE POTENCIA

No

Calcular los elementos del Jacobiano:

$$J(i) = \left[\begin{array}{ccc|ccc} \frac{\partial P_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial \delta_N} & \frac{\partial P_2}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial P_2}{\partial V_N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial P_N}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial P_N}{\partial \delta_N} & \frac{\partial P_N}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial P_N}{\partial V_N} \\ \hline \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial \delta_N} & \frac{\partial Q_2}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial Q_2}{\partial V_N} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_2} & \cdots & \frac{\partial Q_N}{\partial \delta_N} & \frac{\partial Q_N}{\partial V_2} & \cdots & \frac{\partial Q_N}{\partial V_N} \end{array}\right]$$

$n \ne k$

$$J1_{kn}^i = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_n} = V_k^i V_n^i Y_{kn} sen\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$J2_{kn}^i = \frac{\partial P_k}{\partial V_n} = V_k^i Y_{kn} \cos\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$J3_{kn}^i = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_n} = -V_k^i V_n^i Y_{kn} \cos\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$J4_{kn}^i = \frac{\partial Q_k}{\partial V_n} = V_k^i Y_{kn} sen\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$n = k$

$$J1_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial \delta_k} = -V_k^i \sum_{n=1, n \ne k}^{n=N} V_n^i Y_{kn} sen\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$J2_{kk} = \frac{\partial P_k}{\partial V_k} = \sum_{n=1}^{n=N} V_n^i Y_{kn} \cos\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right) + V_k^i Y_{kk} Cos\left(\theta_{kk}\right)$$

$$J3_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial \delta_k} = V_k^i \sum_{n=1, n \ne k}^{n=N} V_n^i Y_{kn} \cos\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right)$$

$$J4_{kk} = \frac{\partial Q_k}{\partial V_k} = \sum_{n=1}^{n=N} V_n^i Y_{kn} sen\left(\delta_k^i - \delta_n^i - \theta_{kn}\right) + V_k^i Y_{kk} sen\left(\theta_{kk}\right)$$

Resolver el sistema

$$\begin{bmatrix} J1 & J2 \\ J3 & J4 \end{bmatrix}^{(i)} \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \cdots \\ \Delta\delta_N \\ \Delta V_2 \\ \cdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix}^{(i)} = \begin{bmatrix} \Delta P_2 \\ \cdots \\ \Delta P_N \\ \Delta Q_2 \\ \cdots \\ \Delta Q_N \end{bmatrix}^{(i)}$$

Actualizar voltajes

$$\begin{bmatrix} \delta_2 \\ \cdots \\ \delta_N \\ V_2 \\ \cdots \\ V_N \end{bmatrix}^{(i+1)} = \begin{bmatrix} \delta_2 \\ \cdots \\ \delta_N \\ V_2 \\ \cdots \\ V_N \end{bmatrix}^{(i)} + \begin{bmatrix} \Delta\delta_2 \\ \cdots \\ \Delta\delta_N \\ \Delta V_2 \\ \cdots \\ \Delta V_N \end{bmatrix}^{(i)}$$

FIN