EL42C

CONVERSIÓN ELECTROMECÁNICA DE LA ENERGÍA

Sesión II. ELECTROMAGNETISMO

MOTOR:

ENERGÍA ELÉCTRICA $\longrightarrow$ **ENERGÍA MECÁNICA**

La energía eléctrica (corriente) crea un campo de fuerza (campo magnético) bajo el cual otro elemento de corriente produce una fuerza que, bajo ciertas condiciones, genera movimiento (energía mecánica).

GENERADOR:

ENERGÍA MECÁNICA $\longrightarrow$ **ENERGÍA ELÉCTRICA**

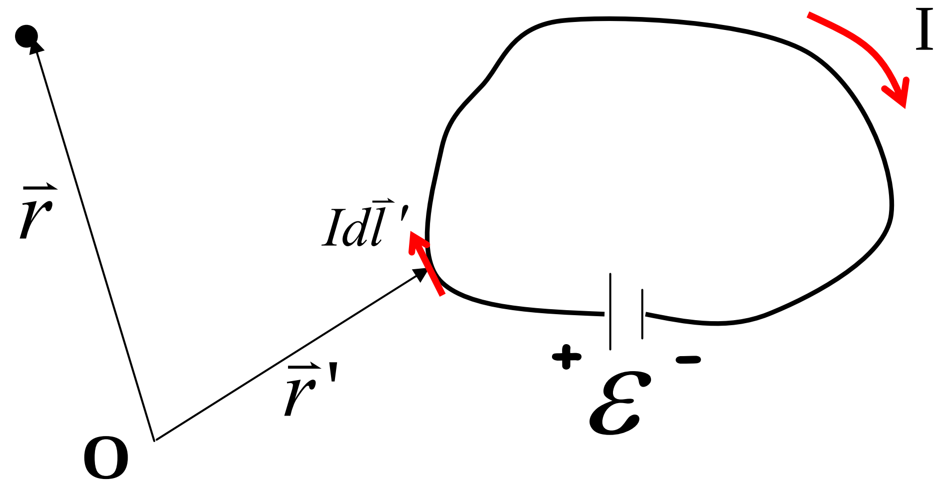
En un generador, la variación en el tiempo de la geometría de un circuito magnético (energía mecánica) produce una variación en el tiempo del flujo magnético que induce voltajes en los circuitos eléctricos que lo enlazan (energía eléctrica).

Campo producido por circuito Γ'

$$\vec{B} = \oint_{\Gamma'} \frac{\mu_0 I d\vec{l}\,' \times (\vec{r} - \vec{r}\,')}{4\pi \left\| \vec{r} - \vec{r}\,' \right\|^3}$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H}$$

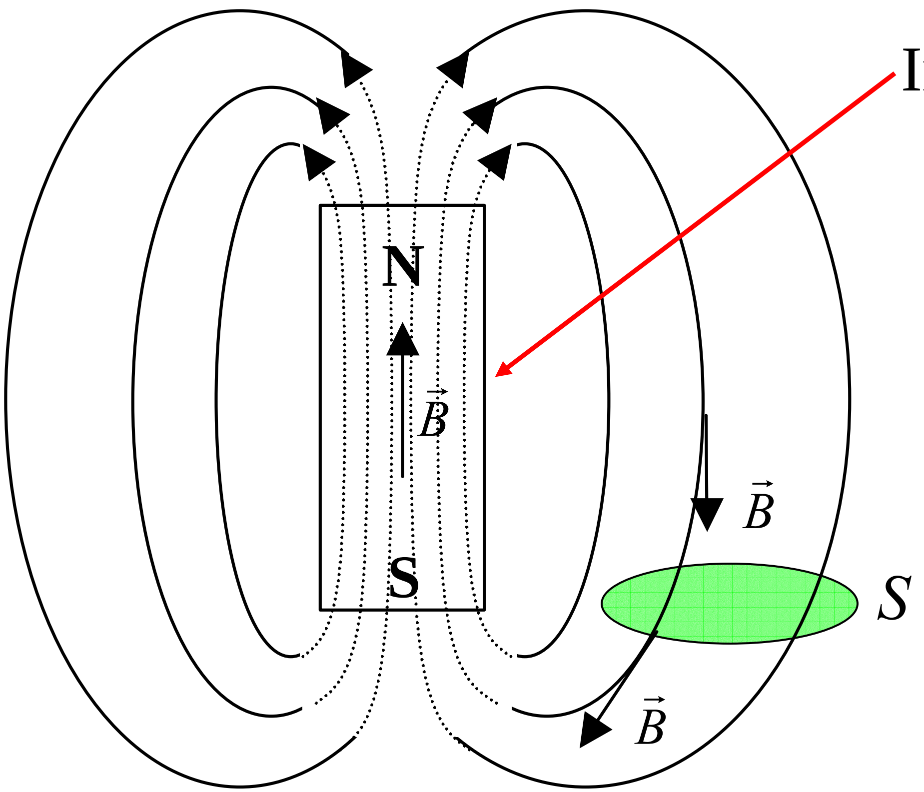
Circuito Γ'



$\vec{B}$: Vector campo magnético

$\vec{H}$: Vector intensidad de campo magnético

$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \left[H/m \right]$ **es la permeabilidad magnética del medio**



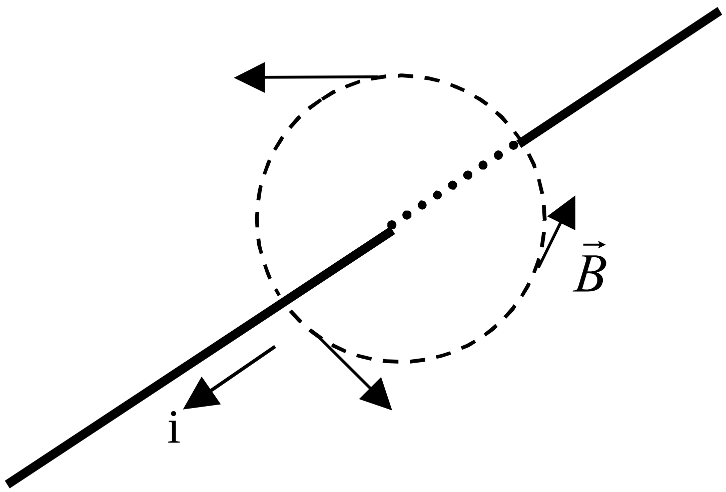
Flujo de líneas de campo a través de una superficie S:

$$\phi = \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S}$$

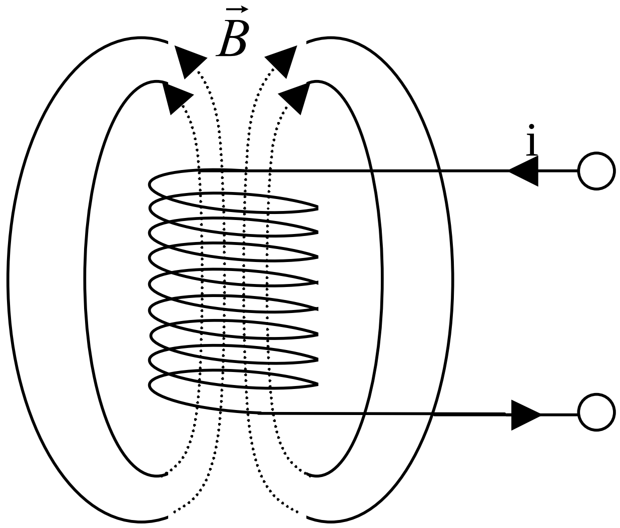
UNIDADES:

	ϕ	$\vec{B}$
Sistema CGS	[líneas]	[líneas/cm^2]
Sistema mks	[Wb] (Weber)	[Wb/m^2] = [Tesla]
Equivalencias	1 [Wb] = 10^8 [líneas]	1 [Tesla] = 10^4 [Gauss] = 10 [kGauss]

• **CAMPO CREADO POR UNA CORRIENTE ELÉCTRICA**



(a)



(b)

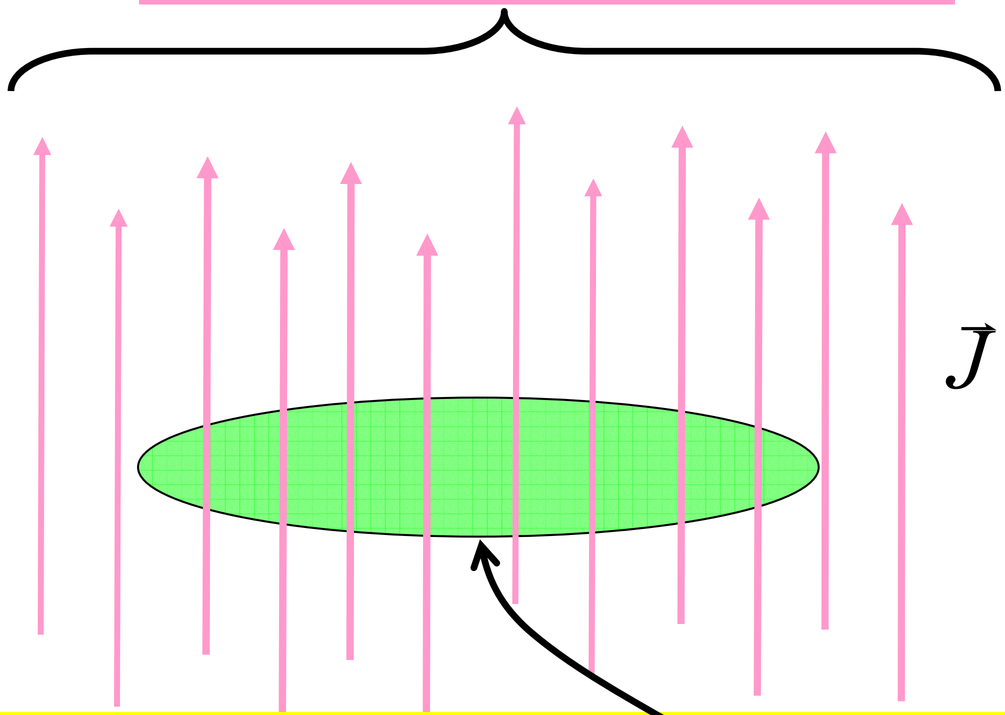
Ley de Ampère:

$$\oint_{\Gamma(S)} \vec{H} \cdot d\vec{l} = I_{enlazada}$$

Unidades de H: [A vuelta/m] ó [A/m]

Ley Circuital de Ampere

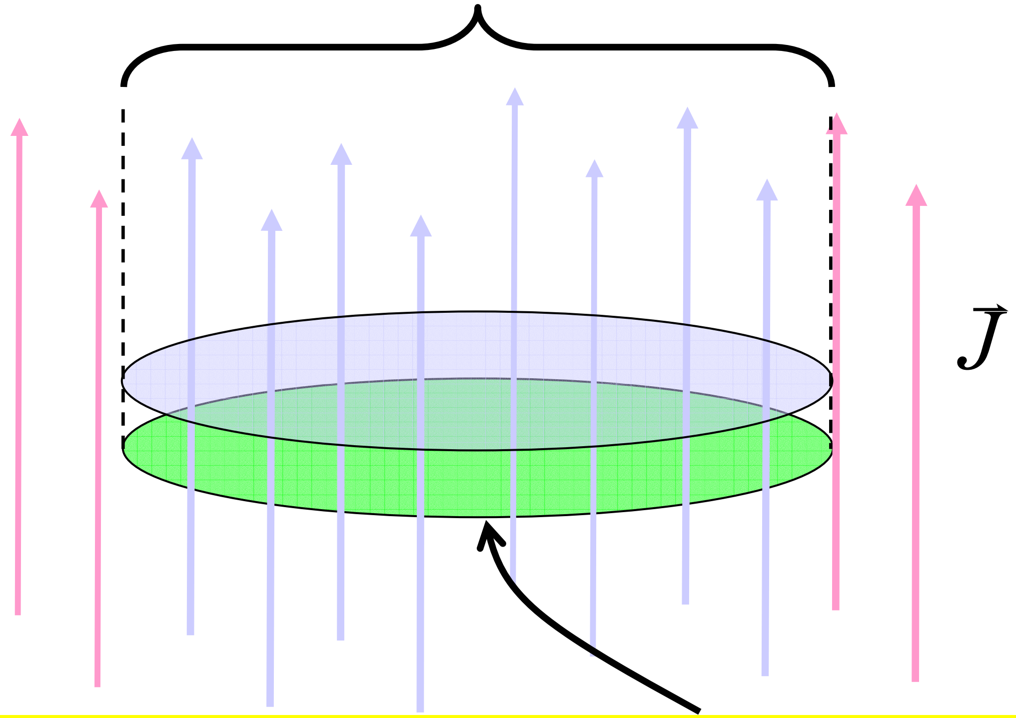
Líneas de corriente



Plano S por donde atraviesan líneas de corriente

Ley Circuital de Ampere

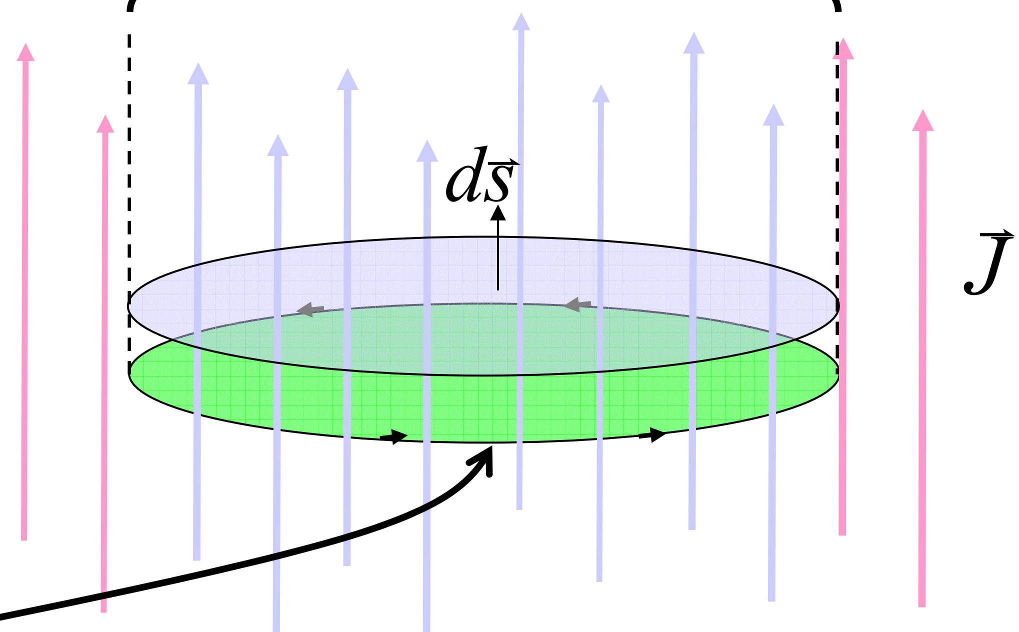
Corriente que atraviesa por S



Plano S por donde atraviesan líneas de corriente

Ley Circuital de Ampere

Corriente enlazada por $\Gamma(s)$ $= \iint_S \vec{J} \bullet d\vec{s}$



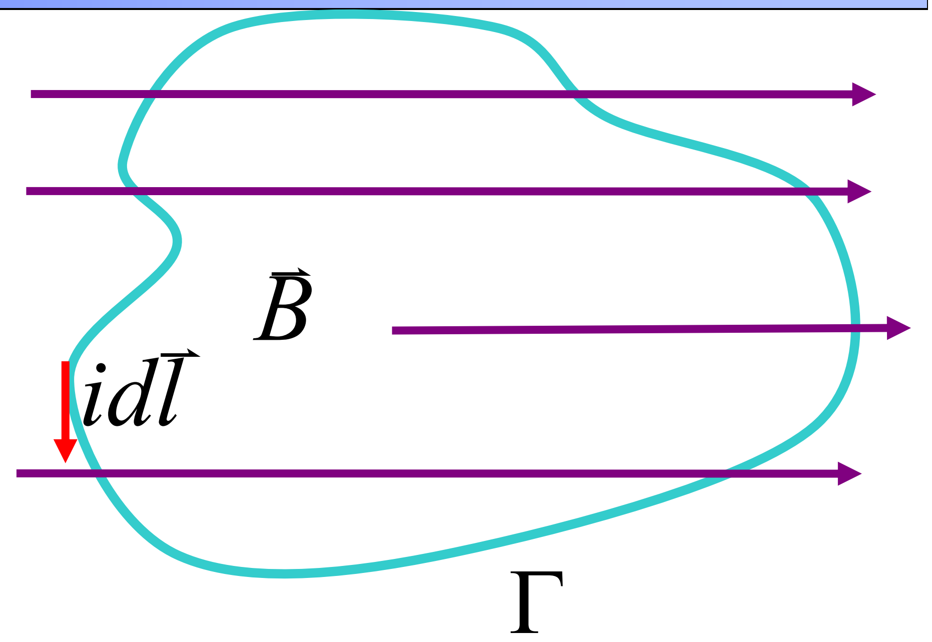
Trayectoria cerrada $\Gamma(s)$

2. ELECTROMAGNETISMO Y CIRCUITOS MAGNÉTICOS

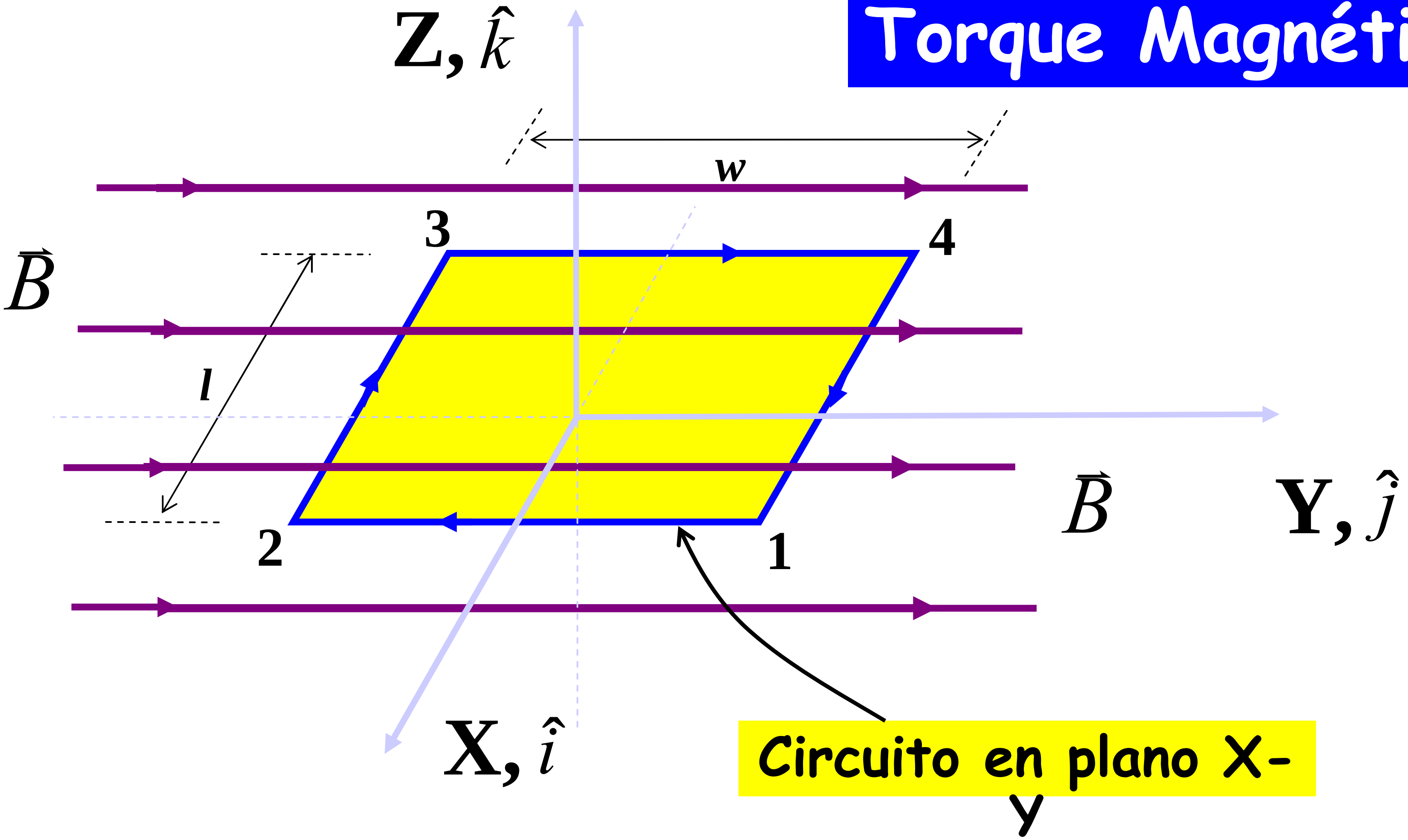
Torque Magnético

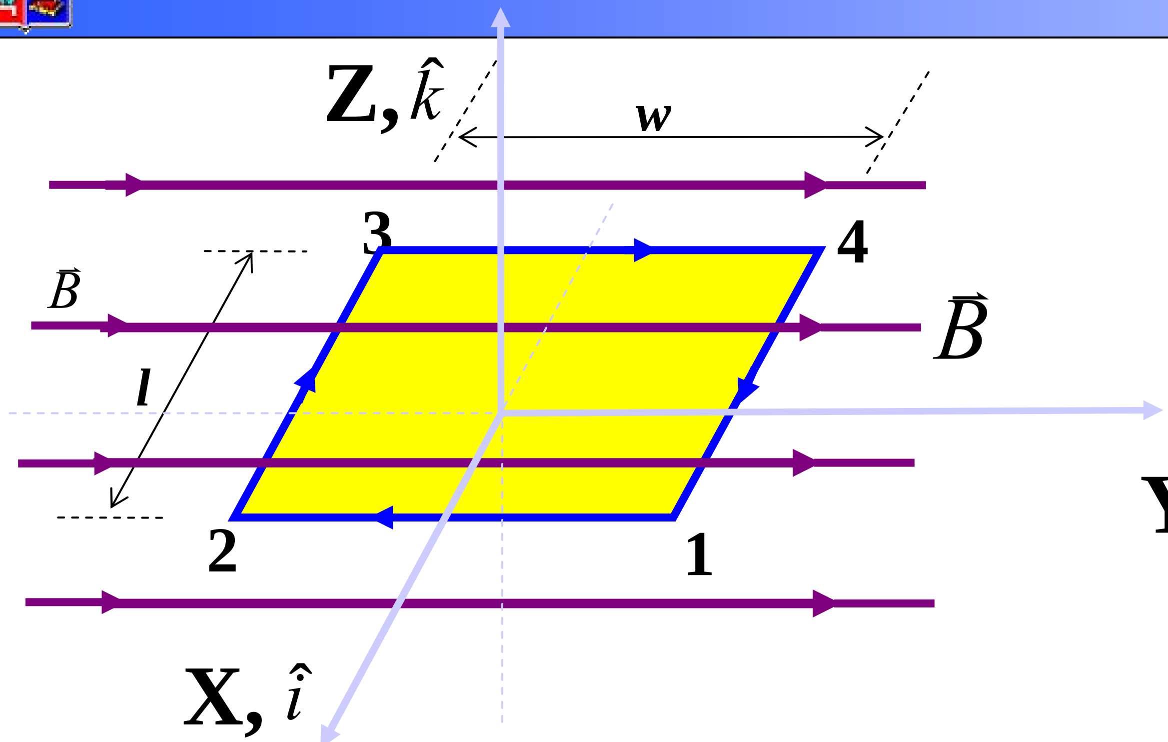
Ley de Biot y Savarat

$$\therefore \quad d\vec{F} = I d\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$



Torque Magnético





$$d\vec{F} = Id\vec{l} \times \vec{B}(\vec{r})$$

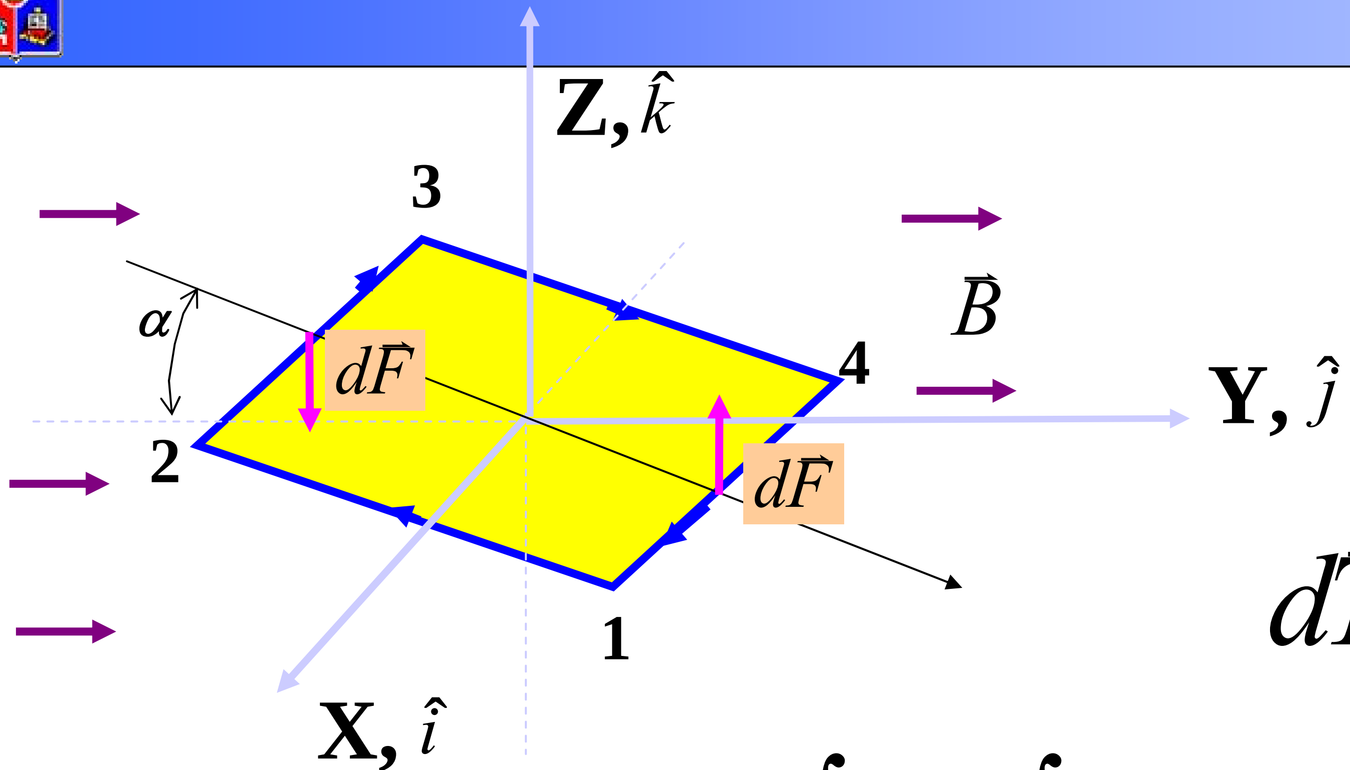
En lados 1-2 y 3-4

$Id\vec{l}$ es paralelo a $\vec{B}$

Luego F=0

$$\vec{F} = I\int_2^3 d\vec{l} \times \vec{B} + I\int_4^1 d\vec{l} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{F} = I\int_2^3 dx(-\hat{i}) \times \vec{B} + I\int_4^1 dx(\hat{i}) \times \vec{B}$$

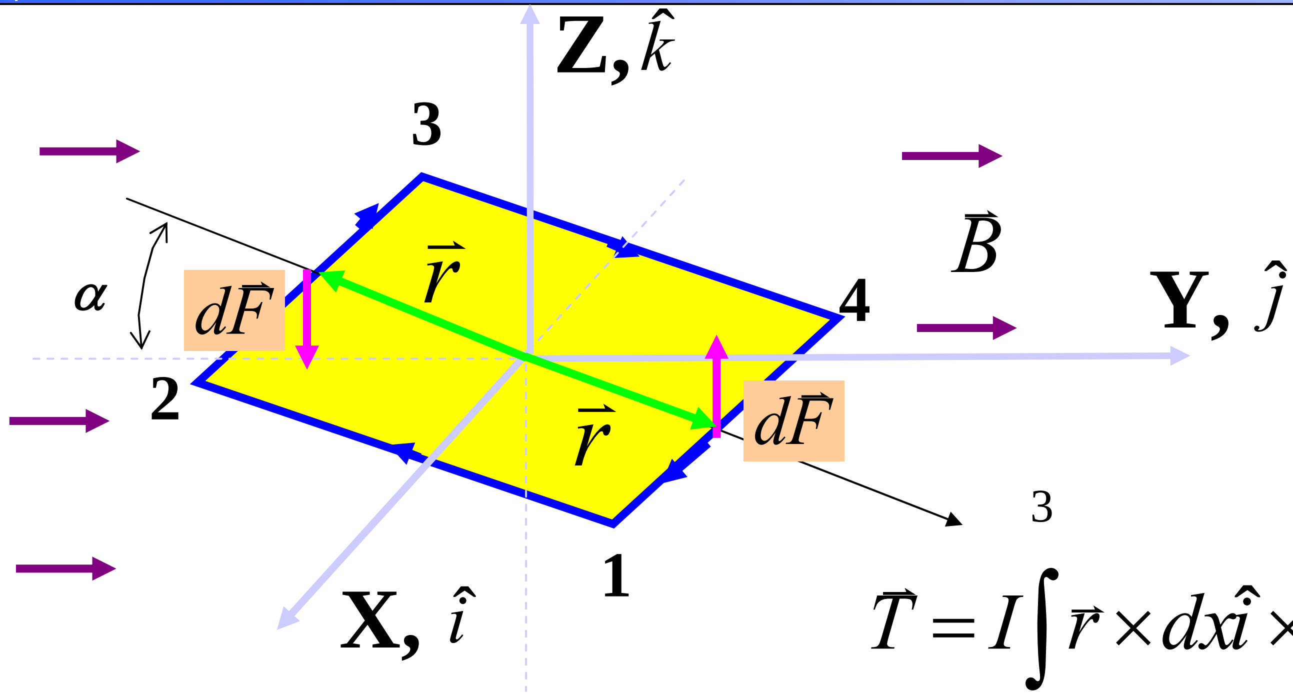
Fuerza neta nula sobre el circuito



$$d\vec{T} = \vec{r} \times d\vec{F}$$

$$\vec{T} = \oint_c d\vec{T} = \oint_c \vec{r} \times d\vec{F} = \oint_c \vec{r} \times i d\vec{l} \times \vec{B}$$

Torque neto no nulo sobre el circuito

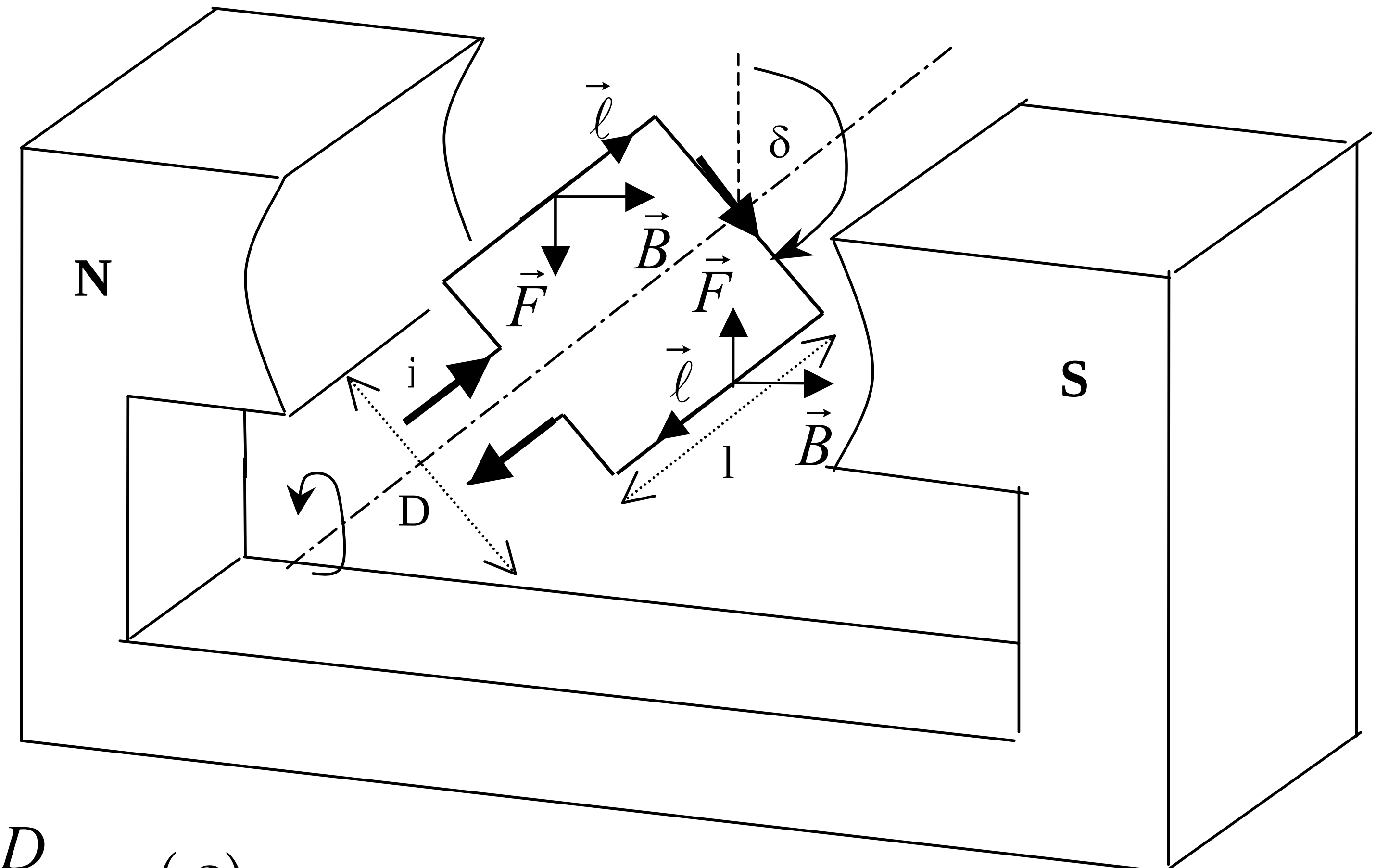


$$\vec{T} = I\int_{2}^{3} \vec{r} \times dx\hat{i} \times \vec{B} + I\int_{4}^{1} \vec{r} \times dx\hat{i} \times \vec{B}$$

Torque neto sobre el circuito

$$\vec{T} = \frac{IwlB}{2}\cos\alpha\,\hat{i} + \frac{IwlB}{2}\cos\alpha\,\hat{i} = IwlB\cos\alpha\,\hat{i}$$

❑ MOTOR ELEMENTAL



$$\left|\vec{F}\right| = i \cdot \ell \cdot \left|\vec{B}\right|$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \vec{T}_m = 2\vec{F} \times \vec{r} \\ \left|\vec{T}_m\right| = 2 \cdot \left|\vec{F}\right| \cdot \dfrac{D}{2} sen(\delta) \end{cases}$$

❑ PRINCIPIOS BÁSICOS DEL GENERADOR ELÉCTRICO

• LEY DE FARADAY

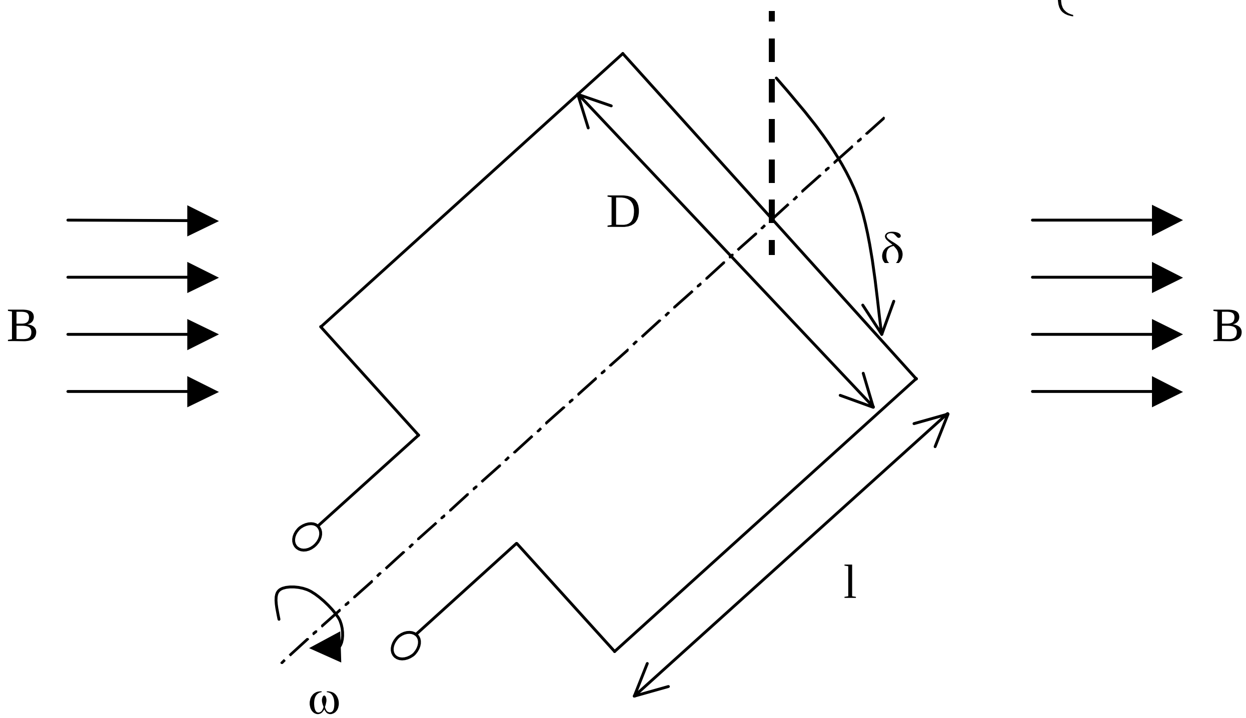
En un conductor que enlaza un flujo magnético variable, se induce una f.e.m:

$$e(t) = -\frac{d\phi(t)}{dt}$$

el cual hace circular una corriente por el conductor.

Si una espira gira a ω constante, sometida a B constante y $\delta\left(t=0\right)=0$ se tiene que el lujo enlazado es de la forma:

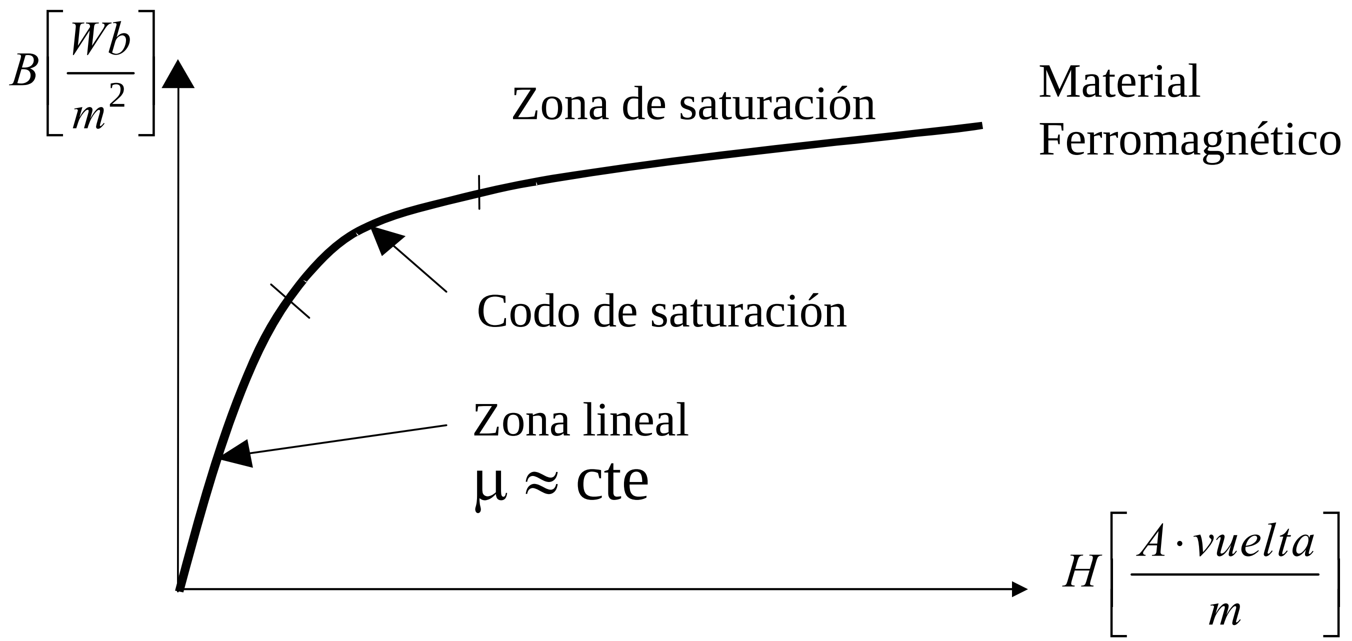
$$\phi\left(t\right)=\phi_{máx}\cos\left(\delta\right)\Rightarrow\phi\left(t\right)=\left|\vec{B}\right|\cdot\ell\cdot D\cdot\cos\left(\omega t\right)\Rightarrow\begin{cases}e=E_{máx}\cdot sen\left(\omega t\right)\\E_{máx}=\left|\vec{B}\right|\cdot\ell\cdot D\cdot\omega\end{cases}$$



2.2 CIRCUITOS MAGNÉTICOS

Conjunto de enrollados alimentados por corrientes y enlazados magnéticamente entre sí.

- **Curva de magnetización**



• Caso circuito simple

Si no hay flujos de fuga:

B, H constantes

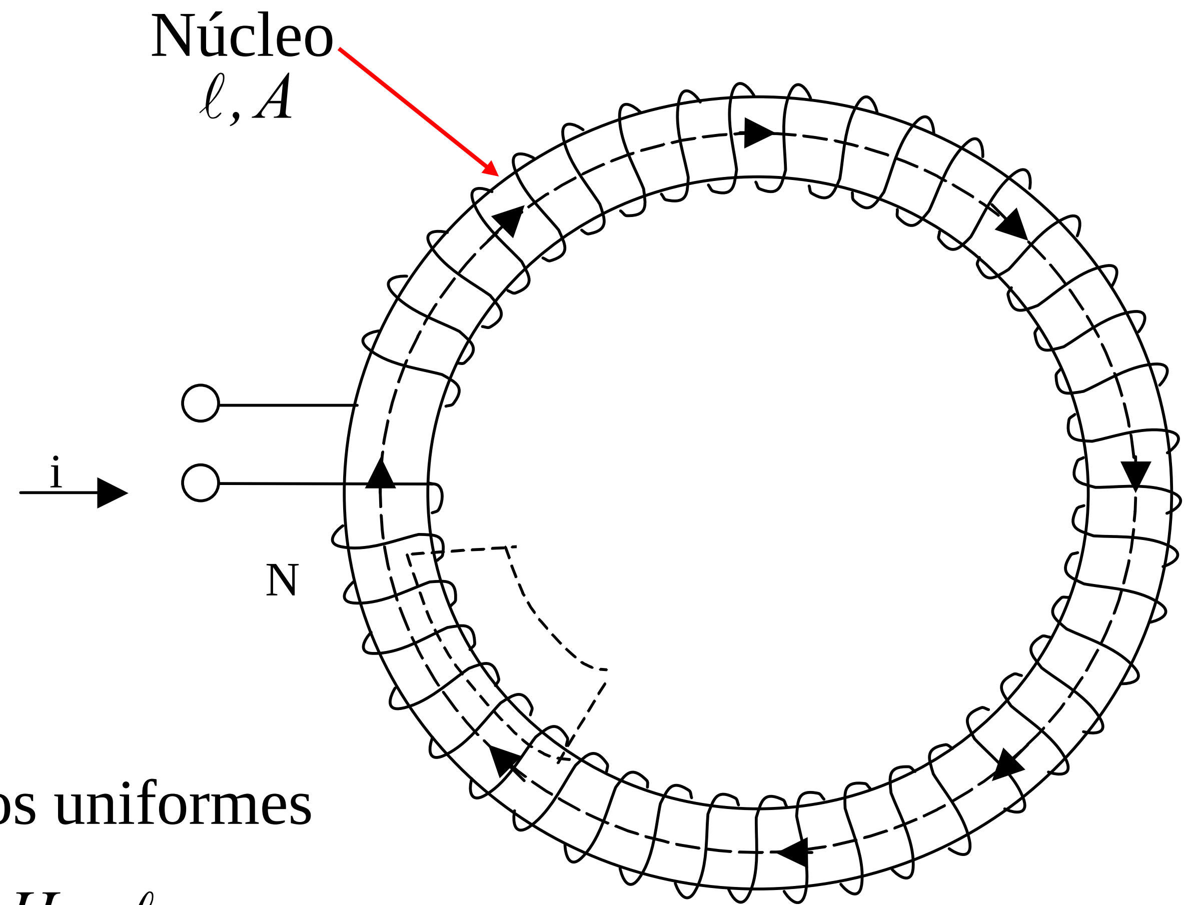
$$\oint \vec{H} \bullet d\vec{l} = I_{total}$$

$$H \bullet l = nI$$

• Caso general

Núcleo formado por trozos uniformes

$$\underbrace{N \cdot i}_{\substack{fuerza \\ magnetomotriz}} = \sum_{k} \underbrace{H_k \cdot \ell_k}_{\substack{caídas \\ magnéticas}}$$



❑ ANALOGÍA CON UN CIRCUITO ELÉCTRICO

- Fuerza magnetomotriz ⟷ • Fuerza electromotriz

$$F = N \cdot i = \phi \cdot \sum_k \frac{\ell_k}{\mu_k A_k}$$

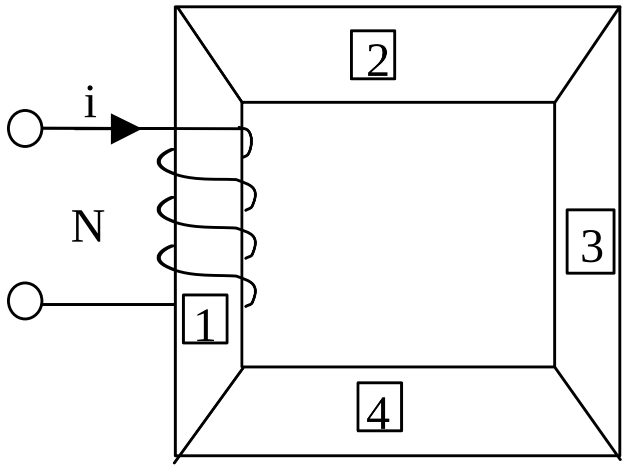
$$V = I \cdot \sum_k r_k$$

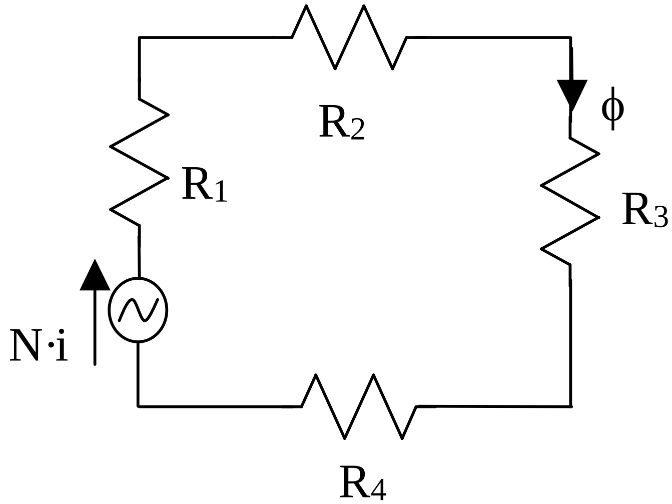
- Reluctancia ⟷ • Resistencia

$$R = \frac{\ell}{\mu \cdot A}$$

$$r = \frac{\ell_C}{\sigma \cdot A_C}$$

- Flujo magnético ϕ ⟷ • Corriente eléctrica I
- Permeabilidad magnética μ ⟷ • Conductividad eléctrica σ
- Caída magnética $H \cdot l$ ⟷ • Caída de voltaje ΔV
- Densidad de flujo B ⟷ • Densidad de corriente J





Para circuitos magnéticos lineales con un solo enrollado, se tiene:

$$N \cdot i = \phi \cdot \sum_k R_k = \phi \cdot R_{eq}$$

donde R_{eq} la reluctancia equivalente vista desde la fuente.

En circuitos magnéticos no lineales usar la Ley de Ampère y la curva *B-H*.

❑ CORRIENTE VARIABLE EN EL TIEMPO

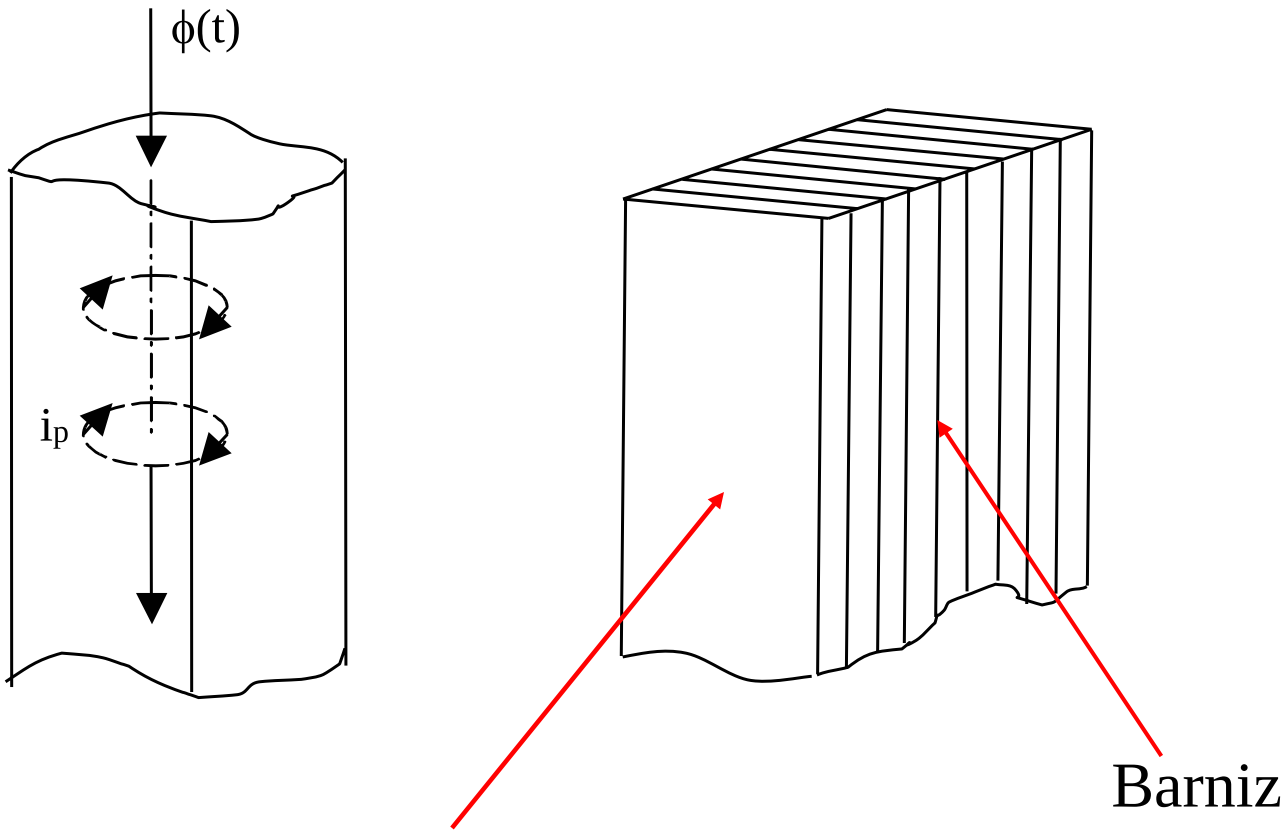
CORRIENTE ALTERNA $\longrightarrow$ PÉRDIDAS MAGNÉTICAS

• **Pérdidas de Histéresis:**

Roce molecular debido al constante cambio de orientación de las moléculas magnéticas al ser excitadas por un campo magnético alterno.

• **Pérdidas por corrientes parásitas o de Foucault (i_p):**

Un flujo variable en el tiempo induce corrientes parásitas que circulan en el núcleo. Se producen pérdidas de Joule de la forma $r_{fierro} \cdot i_P^2$

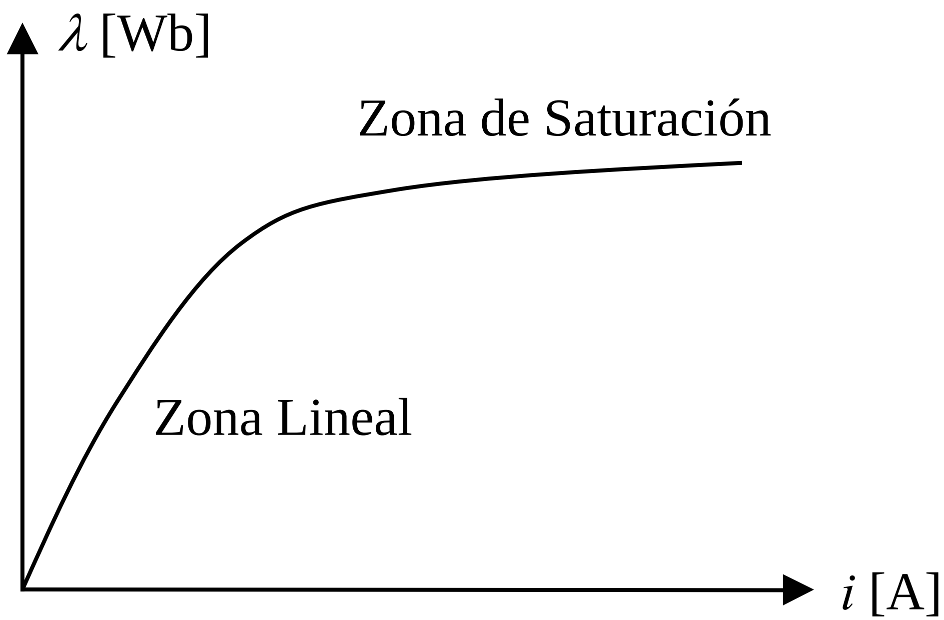


Núcleo laminado para restringir la trayectoria de las corrientes parásitas

❑ INDUCTANCIAS

• **Inductancia propia de un enrollado en un circuito magnético:**

$$L = \frac{d\lambda}{di} \qquad \text{con} \quad \lambda = N \cdot \phi$$

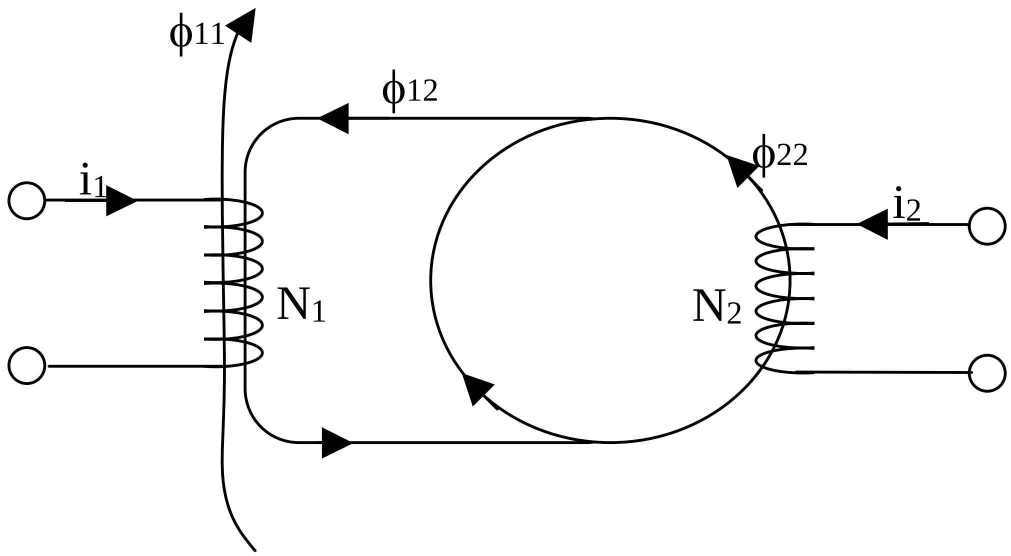


En la zona lineal se tiene:

$$L = \frac{\lambda}{i} = \frac{N \cdot \phi}{i}$$

$$\Rightarrow L = \frac{N^2}{R_{eq}}$$

- **Caso de más de una bobina**



- Inductancia propia: $L_{11} = N_1 \dfrac{\phi_{11}}{i_1}$
- Inductancia mutua: $L_{12} = N_1 \dfrac{\phi_{12}}{i_2}$

- **Para *n* bobinas:**
  - Inductancias propias: $L_{jj} = N_j \dfrac{\phi_{jj}}{i_j}$
  - Inductancias mutuas: $L_{jk} = N_j \dfrac{\phi_{jk}}{i_k} \quad \left(k = 1, 2, \ldots, n \neq j\right)$

en general, $L_{jk} = L_{kj}$

- El voltaje en una bobina *j*: $v_j = \sum_{k=1}^{n} L_{jk} \dfrac{di_k}{dt}$

en forma matricial: $\left[v\right] = \left[L\right] \dfrac{d}{dt} \left[i\right]$

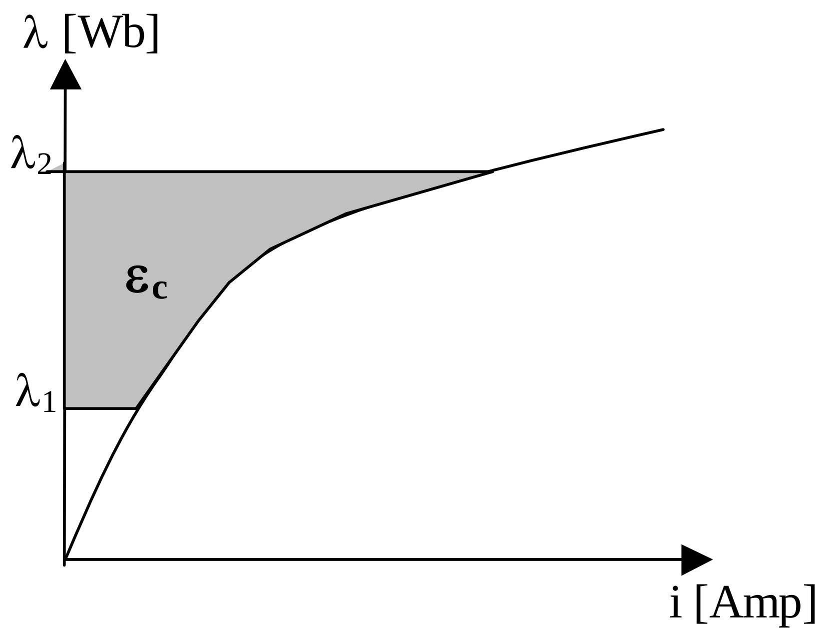
❑ ENERGÍA EN EL CAMPO MAGNÉTICO

Sin considerar pérdidas, la energía acumulada en el campo es igual a la energía eléctrica.

$$\varepsilon_c = \int_{t_1}^{t_2} p(t)\,dt = \int_{t_1}^{t_2} v(t)\cdot i(t)\,dt$$

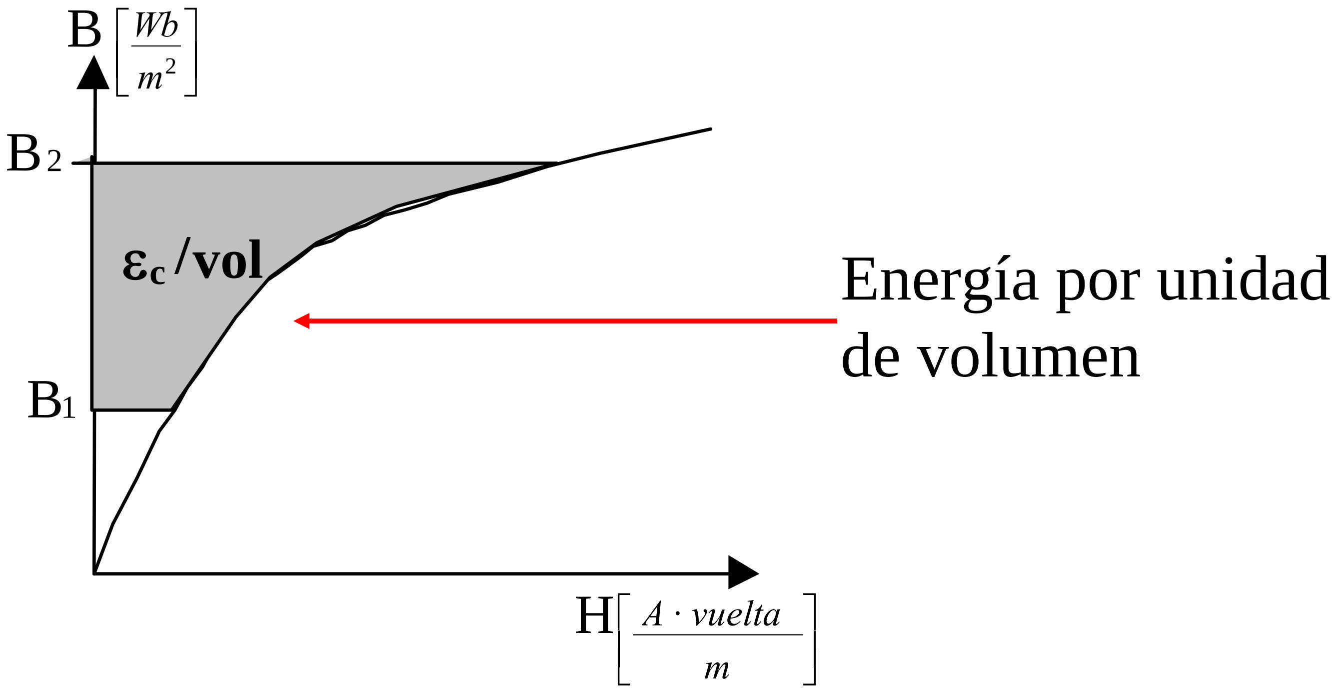
como $v(t) = \dfrac{d\lambda}{dt}$ se tiene:

$$\varepsilon_c = \int_{\lambda_1}^{\lambda_2} i \cdot d\lambda$$

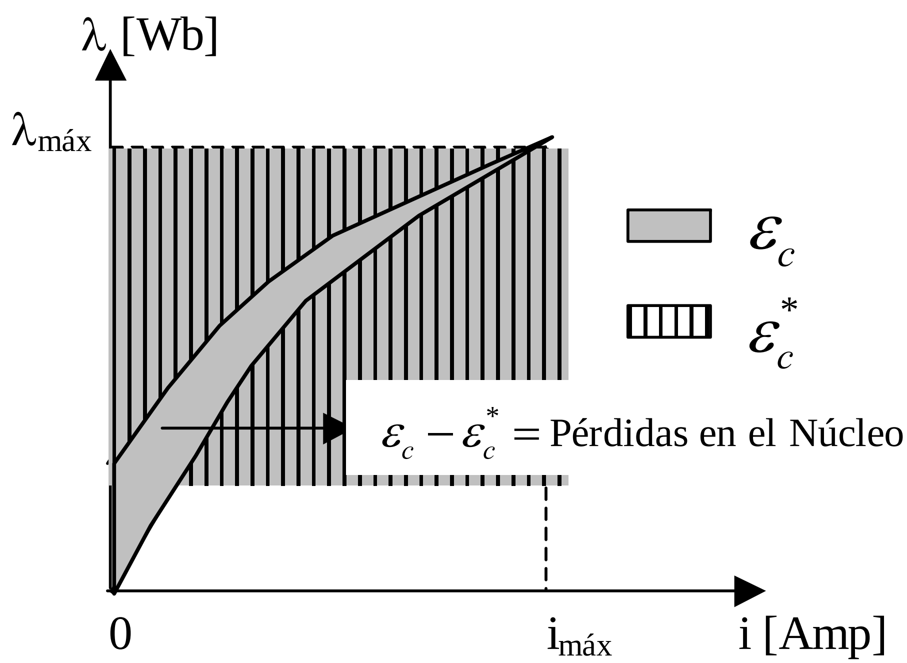


Al expresar λ e i en función de B y H, se obtiene:

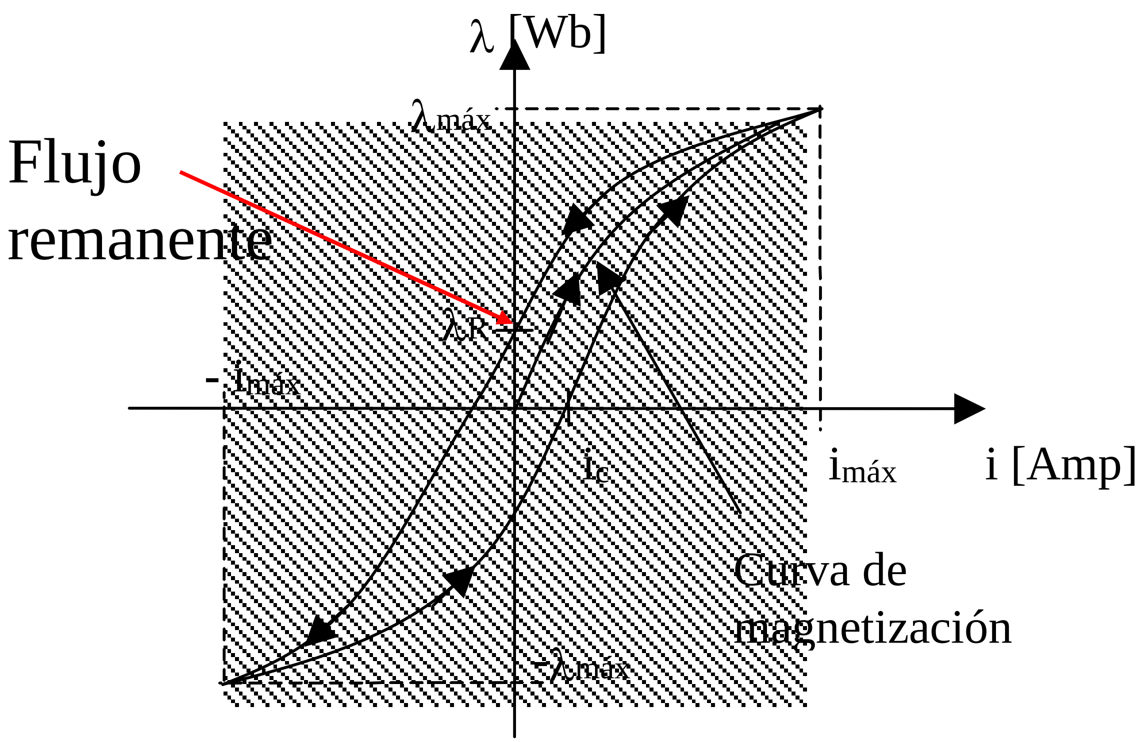
$$\varepsilon_c = \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB \Rightarrow \frac{\varepsilon_c}{vol} = \int_{B_1}^{B_2} H \cdot dB \quad \left[\frac{Joule}{m^3}\right]$$



Si existen pérdidas en el núcleo la energía devuelta a la fuente será menor que la energía entregada al campo.



Si la corriente es alterna el gráfico λ-i será una trayectoria llamada *ciclo de histéresis*, cuya área representa las pérdidas en el núcleo.

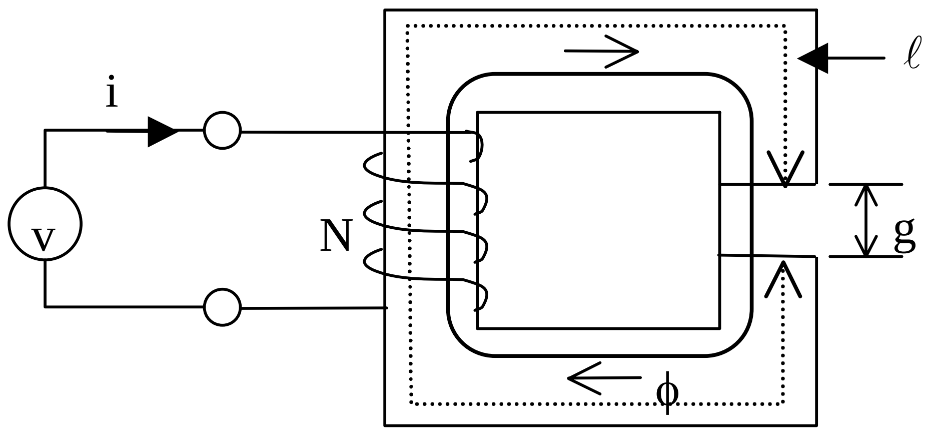


❑ CIRCUITOS MAGNÉTICOS CON ENTREHIERRO

Considerando un circuito magnético lineal, con un núcleo de longitud media ℓ sin pérdidas, con un entrehierro (*eh*) de longitud g, se tiene:

$$B_{eh} = B_{Fe} = B = \frac{\phi}{A}$$

$$N \cdot I = H_{Fe} \cdot \ell + H_{eh} \cdot g$$



Si el núcleo es ideal, $H_{Fe} = 0$

$$\Rightarrow N \cdot I \cong H_{eh} \cdot g = \frac{B_g}{\mu_o}$$

La energía acumulada es: $\varepsilon_c \cong \frac{1}{2} B H_{eh} \cdot vol_{eh}$

La inductancia es: $L = \dfrac{N^2}{R_{Fe} + R_{eh}}$

Como $\mu \to \infty \Rightarrow R_{Fe} \to 0$

$$\Rightarrow L \cong \frac{N^2}{R_{eh}} = \frac{N^2}{g} \mu_0 A$$