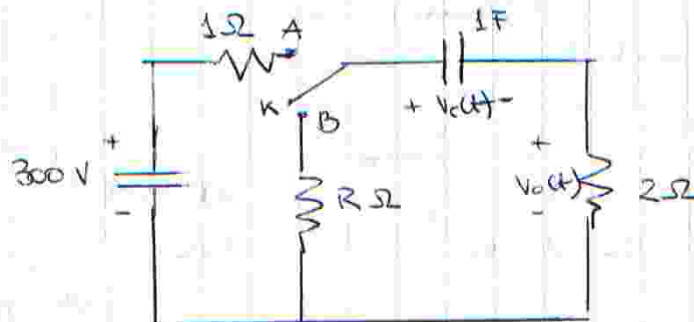


Pauta Tarea 2

P1) El condensador está inicialmente descargado, en $t=0$, el interruptor K pasa a A . Cuando $V_C(t)$ alcanza un 50% de su valor inicial, el interruptor se conecta a B .



1.) $V_C(t)$ para $t \geq 0$

LvK:

$$300 = 1 \cdot I_C + V_C + 2I_C$$

$$300 = 1 \cdot C \frac{dV_C}{dt} + V_C + 2C \frac{dV_C}{dt}$$

$$\Rightarrow 300 = 3C \frac{dV_C}{dt} + V_C$$

$$\Rightarrow V_C = 300 \text{ V}$$

La solución general es; $V_C(t) = A e^{-1/3t} + 300$

CJ:

$$V_C(0^-) = 0 \Rightarrow t = -300$$

$$V_O(0^+) = \frac{V_O(0)}{2} = \frac{1}{2} \left(2 \frac{dV_C(0)}{dt} \right) = \frac{dV_C(0)}{dt} = 300 \left(\frac{1}{3} e^{-1/3 \cdot 0} \right)$$

$$V_O(0^+) = 600 \text{ V}$$

Luego; $V_O(t) = 2 \cdot \frac{dV_C(t)}{dt}$; $V_O(t^*) = 2 \cdot 300 \cdot \frac{1}{3} e^{-1/3 \cdot t^*} = 600$

$$\Rightarrow t^* = \ln 23 \text{ s}$$

$$t^* \approx 2,08 \text{ s}$$

Para $t > t^*$;

$$\text{LNB: } V_C + V_R + V_L = 0$$

$$\Rightarrow V_C + (2+R) \frac{dV_C}{dt} = 0$$

$$\Rightarrow V_C = A' e^{-t/(2+R)}$$

Se sabe que $A' e^{-t^*/(2+R)} = 300 (1 - e^{-1/3 t^*})$
Luego $A' e^{-t^*/(2+R)} = 150$
 $\Rightarrow A' = 150 e^{(2+R)t^*/3}$

Finalmente;

$$V_C(t) = \begin{cases} 300(1 - e^{-1/3 t}) & \text{for } 0 < t < t^* \\ 150 e^{-\frac{(t - \ln 2^3)}{2+R}} & \text{for } t \geq t^* \end{cases}$$

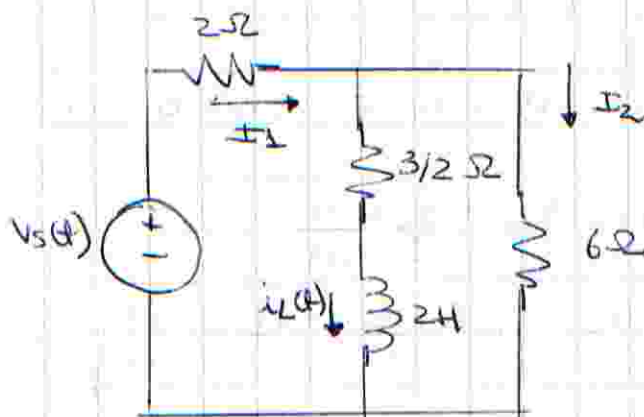
2.) R, $t_0 = 5.5s$ después de conectarse a B, V_C sea su tercio del valor que tenía en el instante que se cambia a B.

$$V_C(t = 5.5 + t^*) = 50V$$

$$\Rightarrow 150 e^{-5.5/(2+R)} = 50$$

$$\Rightarrow R \approx 3 \Omega //$$

P2 | Determinar para $i_L(t)$;



1) la respuesta al impulso para $t \geq 0$.

$$\text{LKV } \textcircled{1} V_s(t) = 2I_1 + \frac{3}{2}i_L + 2\frac{di_L}{dt}$$

$$\textcircled{2} 6I_2 = \frac{3}{2}i_L + 2\frac{di_L}{dt}$$

$$\text{LCK } \textcircled{3} I_1 = i_L + I_2$$

Reemplazando $\textcircled{2}$ en $\textcircled{3}$ y $\textcircled{3}$ en $\textcircled{1}$, se llega a;

$$V_s(t) = 4i_L + \frac{8}{3}\frac{di_L}{dt} \quad // \quad i_L = \frac{V_s(t)}{4 + \frac{8}{3}D}$$

Considerando $V_s(t) = \delta(t)$, para $t > 0$ se tiene:

$$4i_L + \frac{8}{3}\frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow i_L(t) = A e^{-3/2t}$$

Para determinar A , se considera $t=0$.

$$4 \int_{0^-}^{0^+} i_L dt + \frac{8}{3} \int_{0^-}^{0^+} \frac{di_L}{dt} dt = \int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt \Rightarrow \frac{8}{3} (i_L(0^+) - i_L(0^-)) = 1$$

$$i_L(0^+) = \frac{3}{8}$$

$$\Rightarrow A = 3/8 \Rightarrow i_L = 3/8 e^{-3/2 t}$$

2) la respuesta de estado (ero a una entrada 10 u(t))

$$\text{Se sabe ; } v(s) = 4i_L + \frac{8}{s} \frac{di_L}{dt}$$

$$\text{Con } v_s(t) = 10 \text{ u(t)} \quad , \text{ luego } i_L = \frac{10}{4} //$$

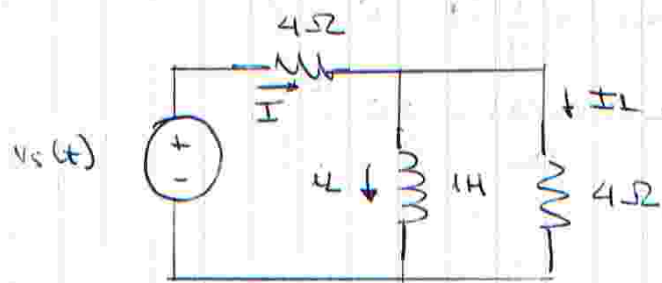
Se calcula la solución homogénea: $i_{LH} = A' e^{-3/2 t}$

$$\Rightarrow i_L(t) = \frac{10}{4} + A' e^{-3/2 t}$$

$$\text{Estado ero ; } i_L(0) = 0 \Rightarrow \frac{10}{4} + A' = 0 \Rightarrow A' = -\frac{10}{4}$$

$$\text{Finalmente ; } i_L(t) = \frac{10}{4} (1 - e^{-3/2 t}) //$$

P3 | Determinar la respuesta al impulso $h(t)$ para $i_L(t)$.



1) Como respuesta de entrada cero y condiciones iniciales en 0^+ .

$$\text{LCK } (1) v_s(t) = 4I + L \frac{di_L}{dt}$$

$$(2) 4I_L = \frac{di_L}{dt}$$

$$\text{LCK } (3); I = i_L + i_L$$

Reemplazando (2) en (3) y (3) en (1) se tiene: $v_s(t) = 4i_L + 2L \frac{di_L}{dt}$

Luego con $v_s(t) = \delta(t)$ se tiene;

$$\int_{0^-}^{0^+} \delta(t) dt = \int_{0^-}^{0^+} 4i_L dt + 2 \int_{0^-}^{0^+} \frac{di_L}{dt} dt = 1$$

$$\Rightarrow 2(i_L(0^+) - i_L(0^-)) = 1 \Rightarrow i_L(0^+) = 1/2$$

$$\text{Considerando entrada cero } 4i_L + 2L \frac{di_L}{dt} = 0 \Rightarrow i_L = \frac{1}{2} e^{-2t} //$$

2) A partir de la respuesta al escalón;

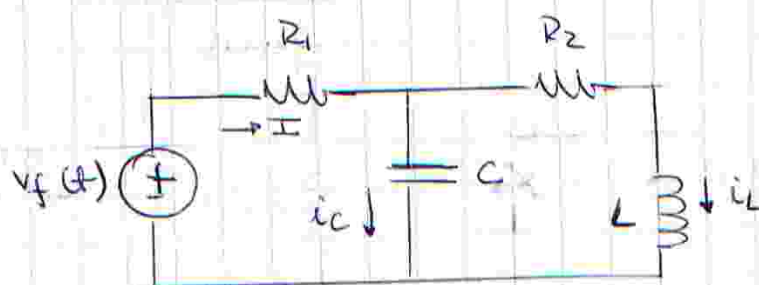
$$u(t) = 4i_L + 2L \frac{di_L}{dt} \Rightarrow i_L = \frac{1}{4} e^{-2t} + \frac{1}{4}$$

$$\text{Con: } i_L(0) = A' + \frac{1}{4} = 0 \rightarrow A' = -\frac{1}{4}$$

$$\rightarrow A(t) = \frac{1}{4} (1 - e^{-2t})$$

$$\rightarrow h(t) = \frac{dA(t)}{dt} = \frac{1}{2} e^{-2t} //$$

P4 | Determinar respuesta al impulso para $i_L(t)$ como respuesta de entrada cero y condiciones iniciales en 0^+ .



LVK: ① $v_f(t) = R_1 I + v_c$
 ② $R_2 i_L + L \frac{di_L}{dt} = v_c$

LCK: $I = i_c + i_L$ ③

Reemplazando ② en ③ y ③ en ①, se tiene:

$$v_f(t) = \frac{2L di_L}{dt} + \frac{L^2 di_L^2}{dt^2} + 2i_L //$$

$$\Rightarrow s^2 + 2s + 2 = 0 \Rightarrow s_{1,2} = -1 \pm i //$$

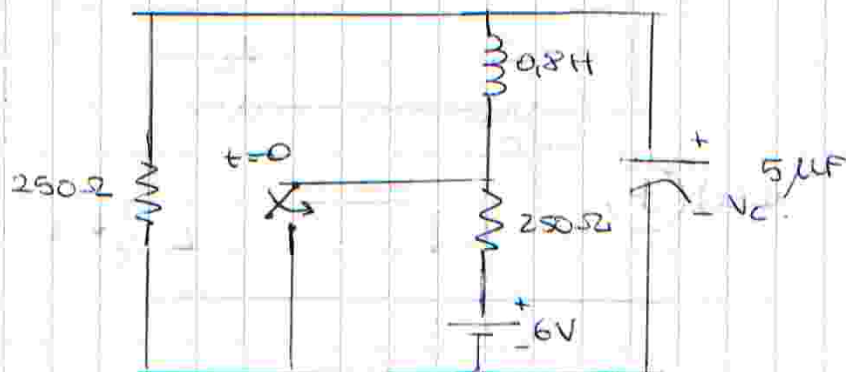
$\Rightarrow$ luego la solución es de tipo subamortiguado:

$$\Rightarrow i_L = \frac{\omega_0^2}{2\omega_d} e^{-\alpha t} \sin(\omega_d t) ; \text{ con } s_{1,2} = -\alpha \pm j\omega_d$$

y $\omega_0 = \sqrt{\alpha^2 + \omega_d^2}$

Reemplazando valores: $i_L(t) = e^{-t} \cdot \sin t //$

P5 | Determinar $V_C(t)$, $t \geq 0$. Suponiendo que para $t=0^-$ la red está en régimen permanente.



En $t \geq 0$ se tiene: LKV: ① $250 I' = -0.8 \frac{dV_C}{dt} = V_C$

LCK: ② $i_L = i_C + I'$

Reemplazando ② en ①: $0.8 \cdot 2 \frac{d^2 V_C}{dt^2} + \frac{0.8}{250} \frac{dV_C}{dt} + V_C = 0$

$$\Rightarrow 4 \cdot 10^{-6} \frac{d^2 V_C}{dt^2} + 0.0032 \frac{dV_C}{dt} + V_C = 0$$

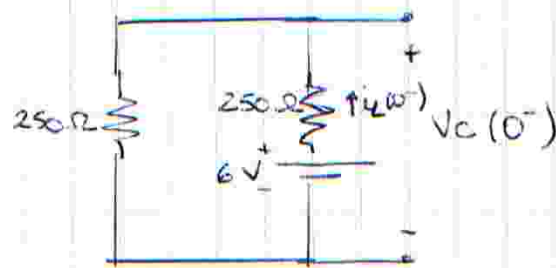
La solución es: $4 \cdot 10^{-6} \Delta^2 + 0.0032 \Delta + 1 = 0$

$$\Rightarrow \Delta_{1,2} = -400 \pm j300$$

La solución es de tipo inframonopuede;

$$V_C(t) = A e^{-400t} \cos(300t + \phi) *$$

Se determinan las condiciones iniciales en $t=0^-$.
 Como en $t=0^-$ el circuito está en régimen permanente y la fuente de voltaje es constante; C se comporta como un circuito abierto y L como un corto circuito.



$$\begin{aligned} \text{LTK: } 6 &= 500 \cdot i_L(0^-) \Rightarrow i_L(0^-) = 12 \text{ mA} \\ &\Rightarrow V_C(0^-) = 12 \text{ mA} \cdot 500 \Omega \\ &V_C(0^-) = 3 \text{ V} // \end{aligned}$$

Luego aplicando estas CI a la solución se tiene;

$$V_C(0^-) = A \cos \phi = 3$$

$$\begin{aligned} \text{Por otra parte: } i_L &= \frac{V_C}{250} + C \frac{dV_C}{dt} \\ \Rightarrow i_L &= \frac{A e^{-400t} \cos(300t + \phi) + 5 \cdot 10^{-6} A (-400 e^{-400t} \sin(300t + \phi))}{250} \end{aligned}$$

$$\text{Luego, } i_L(0^-) = 12 \cdot 10^{-3} = 0,5 \cdot 12 \cdot 10^{-3} - 0,5 \cdot 3 \cdot A \sin \phi = 12 \cdot 10^{-3}$$

$$\Rightarrow A \sin \phi = -4$$

$$\Rightarrow A = 5 \text{ y } \phi = -0,9273 \text{ rad}$$

$$\Rightarrow V_C(t) = 5 e^{-400t} \cdot \cos(300t - 0,9273) \text{ V.}$$