ESTRAUS

UN MODELO DE EQUILIBRIO SIMULTÁNEO

DISTRIBUCIÓN

PARTICIÓN MODAL

ASIGNACIÓN

CI63D

SIMULACIÓN ESTRATÉGICA DE SISTEMAS DE TRANSPORTE URBANO

Características de ESTRAUS

- Equilibrio Simultáneo:
  - Distribución - Partición Modal - Asignación
- Múltiples Clases de Usuarios:
  - ingreso, disponibilidad de automóvil, propósito de viaje
- Red Multimodal
  - modos puros y combinados

Características de ESTRAUS

- Congestión en todas las Redes y Restricción de Capacidad en Transporte Público
- Estructura Jerárquica Flexible para los Modelos de Demanda
- Modelo de Distribución: Maximización de Entropía Doblemente Acotado
- Modelo de Partición Modal: LOGIT Jerárquico

Características de ESTRAUS

- Asignación de Equilibrio Determinístico en Redes de Transporte Público y Privado
- Implementación Computacional en Uso
- Algoritmo de Solución: Diagonalización
- Edición Interactiva de Redes y Análisis de Resultados con GIS

Red de Transporte Privado

- Red Vial $\Rightarrow$ *G (Nodos, Arcos)*

$c_a^{kp\tilde{m}}$: costo medio de operación

$f_a^{kp\tilde{m}}$: flujo en vehículos equivalentes tpte. privado

$\overline{F}_a$: flujo fijo en veh. equivalentes tpte. público

a : arco, *k* : usuario, *p* : propósito, $\tilde{m}$: modo

$$c_a^{kp\tilde{m}} = c_a^{kp\tilde{m}}\left(\sum_k \sum_p \sum_{\tilde{m}} f_a^{kp\tilde{m}}, F_a\right)$$

Red de Transporte Privado

- Interacciones simétricas entre flujos:
  - Todo vehículo produce el mismo impacto en la congestión
  - Jacobiano no diagonal, pero simétrico

Red de Transporte Público

- Red de servicios entre A y B
  - L_1: conjunto de *secciones de línea*

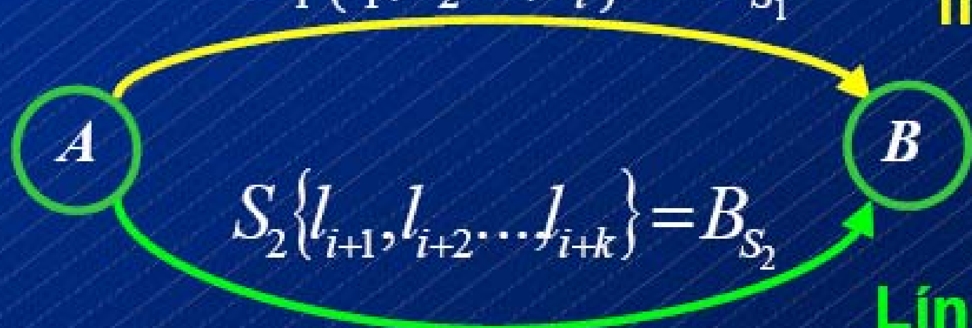
$$L_1 = \{l_1, l_2 \ldots l_n\}$$

Red de Transporte Público

- Red *G* (*Nodos*, *Secciones de Ruta*)
  - S_i:*sección de ruta* (conjunto de *líneas atractivas*)
  - problema hiperbólico que minimiza el tiempo generalizado de viaje

$$S_1\{l_1, l_2 \ldots, l_i\} = B_{S_1}$$

Líneas atractivas o líneas rápidas



$$S_2\{l_{i+1}, l_{i+2} \ldots l_{i+k}\} = B_{S_2}$$

Líneas lentas

Red de Transporte Público

$$c_s^{kpm} = \underbrace{\varphi^{kpm}(c_a^k)}_{\text{Costo tiempo de viaje}} + \underbrace{(P_{TAR})^{kpm} \cdot TAR_s^m}_{\text{Tarifa}} + \underbrace{(P_{WAIT})^{kpm}\left[\frac{\alpha^m}{d_{s_m}} + \beta^m\left(\frac{V_s^{kpm} + \tilde{V}_s^{kpm}}{(CAP)_s^m}\right)^{\eta^m}\right]}_{\text{Costo tiempo de espera}}$$

Costo tiempo de viaje

Depende de flujos vehiculares

Tarifa

Costo tiempo de espera

Depende de flujos de pasajeros en vehículos

Funciones de costo no diagonales y asimétricas

Condiciones Equilibrio de Flujos

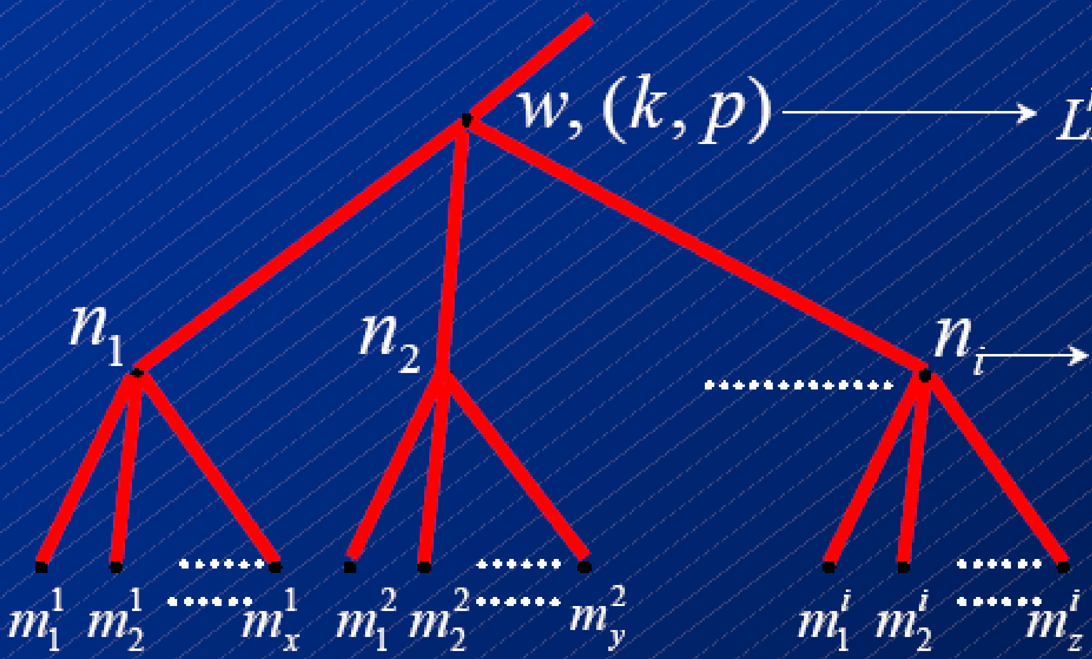
- Primer Principio de Wardrop para todo modo
- Individuos tratan de minimizar sus costos promedio de viaje cuando escogen sus rutas
- Rutas con flujo $\Rightarrow$ igual costo (mínimo)
- Rutas sin flujo $\Rightarrow$ costo mayor que el mínimo

Condiciones Equilibrio de Flujos

$$C_r^{kp\tilde{m}^*} - u_w^{kp\tilde{m}^*} \begin{cases} = 0 & \text{si } h_r^{kp\tilde{m}^*} > 0 \\ \geq 0 & \text{si } h_r^{kp\tilde{m}^*} = 0 \end{cases} \quad \forall r \in P_w^{\tilde{m}}, w \in W, k, p$$

$$C_r^{kp\tilde{m}} = \sum_{a \in A} C_a^{kp\tilde{m}} \delta_{ar}$$

Condiciones Equilibrio de Viajes



$$w, (k, p) \longrightarrow L_w^{kp} = -\frac{1}{\lambda^{kp}} \cdot \ln\left(\sum_n e^{-\lambda^{kp} \cdot V_w^{kpn}}\right)$$

$$n_i \longrightarrow V_w^{kpn} = -\frac{1}{\gamma^{kpn}} \cdot \ln\left(\sum_{m \in n} e^{-\gamma^{kpn} \cdot u_w^{kpm}}\right)$$

$$m_z^i \longrightarrow u_w^{kpm}$$

(m = mode)

Condiciones Equilibrio de Viajes

- Una rama del árbol de decisión:
  - Nivel superior $\Rightarrow$ elección de destino
  - Niveles inferiores $\Rightarrow$ elección de modo
- Estructura flexible permite incorporar otras variables de decisión y modelar otros tipos de comportamiento de la demanda

Condiciones Equilibrio de Viajes

1) Distribución de Viajes:

$$T_w^{kp} = A_i^{kp} O_i^{kp} B_j^p D_j^p e^{-\beta^{kp} \cdot L_w^{kp}}$$

Condiciones Equilibrio de Viajes

2) Proporción de viajes usando modo *m* en nido *n*

$$P_w^{kpm} = \frac{T_w^{kpm}}{T_w^{kpn}} = \frac{e^{-\gamma^{kpn} u_w^{kpm}}}{\sum_{m' \in n} e^{-\gamma^{kpn} u_w^{kpm'}}}$$

Condiciones Equilibrio de Viajes

3) Proporción de viajes en nido *n* con respecto a los viajes totales

$$P_w^{kpn} = \frac{T_w^{kpn}}{T_w^{kp}} = \frac{e^{-\lambda^{kp} V_w^{kpn}}}{\sum_{n'} e^{-\lambda^{kp} V_w^{kpn'}}}$$

Formulación Matemática

- Desigualdad variacional:

$$c\left(X^{*}\right)^{T}\left(X-X^{*}\right)-g\left(T^{*}\right)^{T}\left(T-T^{*}\right)\geq 0 \qquad X,T\in\Omega$$

- X: vector de flujos sobre arcos de red mltimodal
- T: vector de viajes entre pares O/D de la red
- C(X): vector de costos en arcos de la red
  (Jacobiano no diagonal y asimétrico)
- g(T): vector de funciones inversas de demanda

Formulación Matemática

- A causa de las funciones de costo de los arcos de la red de transporte público, el problema es asimétrico
- No existe un problema de optimización equivalente tipo Beckman
- Proceso de diagonalización:
  - resuelve un problema de optimización equivalente en cada iteración del algoritmo

Formulación Matemática

$$c_s^{kpm}\left(V_1, V_2, \ldots, V_s, \ldots, V_n\right) \rightarrow \hat{c}_s^{kpm}\left(\hat{V}_1, \hat{V}_2, \ldots, V_s, \ldots, \hat{V}_n\right)$$

$$\hat{V}_i = cte. \quad \forall \; i \neq s$$

Funciones de costo diagonalizadas dependen sólo de su propio flujo

Problema Diagonalizado

$$Z=\sum_{k}\sum_{p}\sum_{\bar{m}}\sum_{a}\int_{0}^{f_a^{kp\bar{m}}} c_a^{kp\bar{m}}(x)dx+\sum_{k}\sum_{p}\sum_{m}\sum_{s}\int_{0}^{V_s^{kpm}}\tilde{c}_s^{kpm}(x)dx+\sum_{k}\sum_{p}\sum_{\hat{m}}\sum_{s}\int_{0}^{V_s^{kp\hat{m}}}\tilde{c}_s^{kp\hat{m}}(x)dx$$

$$+\sum_{k}\sum_{p}\frac{1}{\beta^{kp}}\sum_{w}T_w^{kp}(\ln T_w^{kp}-1)-\sum_{k}\sum_{p}\frac{1}{\lambda^{kp}}\sum_{w}T_w^{kp}(\ln T_w^{kp}-1)$$

$$+\sum_{k}\sum_{p}\sum_{n}\frac{1}{\lambda^{kp}}\sum_{w}T_w^{kpn}(\ln T_w^{kpn}-1)-\sum_{k}\sum_{p}\sum_{n}\frac{1}{\gamma^{kpn}}\sum_{w}T_w^{kpn}(\ln T_w^{kpn}-1)$$

$$+\sum_{k}\sum_{p}\sum_{n}\frac{1}{\gamma^{kpn}}\sum_{m\in n}\sum_{w}T_w^{kpm}(\ln T_w^{kpm}-1)$$

$$s.a.:\ \Omega$$

Restricciones Ω

$$T_w^{kp} = \sum_n T_w^{kpn} \quad , \ \forall \ w, k, p \qquad \left(u_w^{kp}\right)$$

$$T_w^{kpn} = \sum_{m \in n} T_w^{kpm} \quad , \ \forall \ w, k, p, n \qquad \left(u_w^{kpn}\right)$$

$$T_w^{kpm} = \sum_{r \in P_w^m} h_r^{kpm} \quad , \ \forall \ w, k, p, m \qquad \left(u_w^{kpm}\right)$$

$$O_i^{kp} = \sum_j T_w^{kp} \quad , \ \forall \ i, k, p \qquad \left(\mu_w^{kp}\right)$$

$$D_j^p = \sum_k \sum_i T_w^{kp} \quad , \ \forall \ j, p \qquad \left(\eta_j^p\right)$$

Restricciones

- No negatividad de los flujos
- Relaciones entre flujos en rutas y flujos en arcos
- Repartición de flujos en arcos de transporte público (secciones de ruta), a secciones de línea

Condiciones de Optimalidad

- Langrangeano *(L):*
  - función objetivo del problema diagonalizado (*Z*)
  - restricciones multiplicadas por sus variables duales
- Derivando *L* con respecto a variables de decisión h_r^{kpm}, T_w^{kpm}, T_w^{kpn}, T_w^{kp}, e igualando a cero:
  - equilibrio de flujos (Asignación de Wardrop)
  - equilibrio de viajes (Distribución, Partición Modal)

Algoritmo de Solución

- Algoritmo de Diagonalización:
  - resuelve directamente la desigualdad variacional
- En cada iteración de Diagonalización:
  - resuelve problema de optimización diagonalizado usando algoritmo de Frank-Wolfe

Algoritmo de Solución

- Paso 0: Inicialización
- Paso 1: Diagonalizar Funciones de Costo
- Paso 2: Frank-Wolfe
  - Linealización (búsqueda de dirección)
  - Minimización unidimensional (paso de avance)
  - Nueva solución FW: si no converge, ir a Paso 2
- Paso 3: Test Convergencia Diagonalización
  - si no converge, ir a Paso 1

ESTRAUS

UN MODELO DE EQUILIBRIO SIMULTÁNEO

DISTRIBUCIÓN
PARTICIÓN MODAL
ASIGNACIÓN