MODELOS DE ASIGNACIÓN A TRANSPORTE PÚBLICO

CI63D

SIMULACIÓN ESTRATÉGICA DE SISTEMAS DE TRANSPORTE URBANO


Generación y Atracción
Distribución
Partición Modal
Asignación

CONTENIDO PRESENTACIÓN

a) Principales supuestos del modelo

b) El problema de las líneas comunes

c) Definición de la red

d) Formulación matemática del problema

e) Algoritmo de solución

Modelo con consideración de líneas comunes:

Los viajeros de un sistema de transporte público esperan en el paradero a un subconjunto de las líneas allí disponibles (líneas comunes o líneas atractivas).

a) Principales supuestos del modelo

- El tiempo de espera es una función creciente que depende de la capacidad de la (o de las) líneas esperadas y del flujo de pasajeros que las usan.

- El tiempo de viaje en vehículo es fijo (determinado externamente por el nivel de congestión existente sobre la red vial). Así la "congestión" esta asociada en este caso a la capacidad limitada de los vehículos con que se presta el servicio
- En general, existen muchas rutas para viajar entre un par O/D dado, en una red de servicios de transporte público. Se supone que los viajeros eligen aquella que minimice su costo generalizado de viaje (primer principio de Wardrop). Esto es equivalente a lo supuesto en modelos de equilibrio de tráfico en redes viales congestionadas (transporte privado).

Al aumentar los flujos de pasajeros, algunas rutas se congestionarán ⇒ otras rutas se harán convenientes. Aumento congestión ⇒ aumento del número de rutas usadas.

b) El problema de las líneas comunes

Cuando no se supone congestión (no hay restricción de capacidad de los vehículos) el conjunto de líneas comunes (o atractivas) entre dos nodos está predefinido. Dados los tiempos de viaje y las frecuencias de las líneas que pasan por dos nodos A y B se puede determinar aquel subconjunto (que considerado como una sola línea) permite minimizar el tiempo (o costo generalizado) total esperado de viaje.

Así, cuando no se considera congestión, el problema conjunto de asignación y selección de líneas comunes puede separarse.

- Primero se define una red *G(N,S)*
- Luego se asigna la matriz de viajes sobre esa red (se obtienen flujos en secciones de ruta)
- Luego se reparten los flujos anteriores entre las líneas (secciones de línea) y se cargan a segmentos.

¿Qué sucede cuando consideramos restricción de capacidad?

Es evidente que al considerarse la restricción de capacidad de los vehículos cambia el concepto de líneas comunes.

Cuando no se considera congestión (por restricción de capacidad de los vehículos), el conjunto de líneas comunes o atractivas es aquel que entre dos nodos A y B permite al viajero minimizar su tiempo (costo) total esperado de viaje (directo entre A y B) si aborda en A el primer vehículo disponible perteneciente a alguna de las líneas del conjunto.

Nada se dice sobre la disponibilidad de espacio.

Así, al considerar restricción de capacidad, el método de determinación de conjuntos de líneas comunes (problema de programación hiperbólica) ya no puede usarse.

Ya no basta con considerar tiempos de viaje y frecuencias (frecuencias nominales) pues con eso sólo no se toma en cuenta si se puede o no abordar un determinado vehículo.

En lugar de frecuencia nominal interesa conocer la frecuencia efectiva (espacios disponibles por unidad de tiempo). Evidentemente esta última depende del flujo de pasajeros.

$\Rightarrow$ Asignación y selección de líneas atractivas ya no son problemas separables. ¿Problema?

¿Cómo abordar el problema?

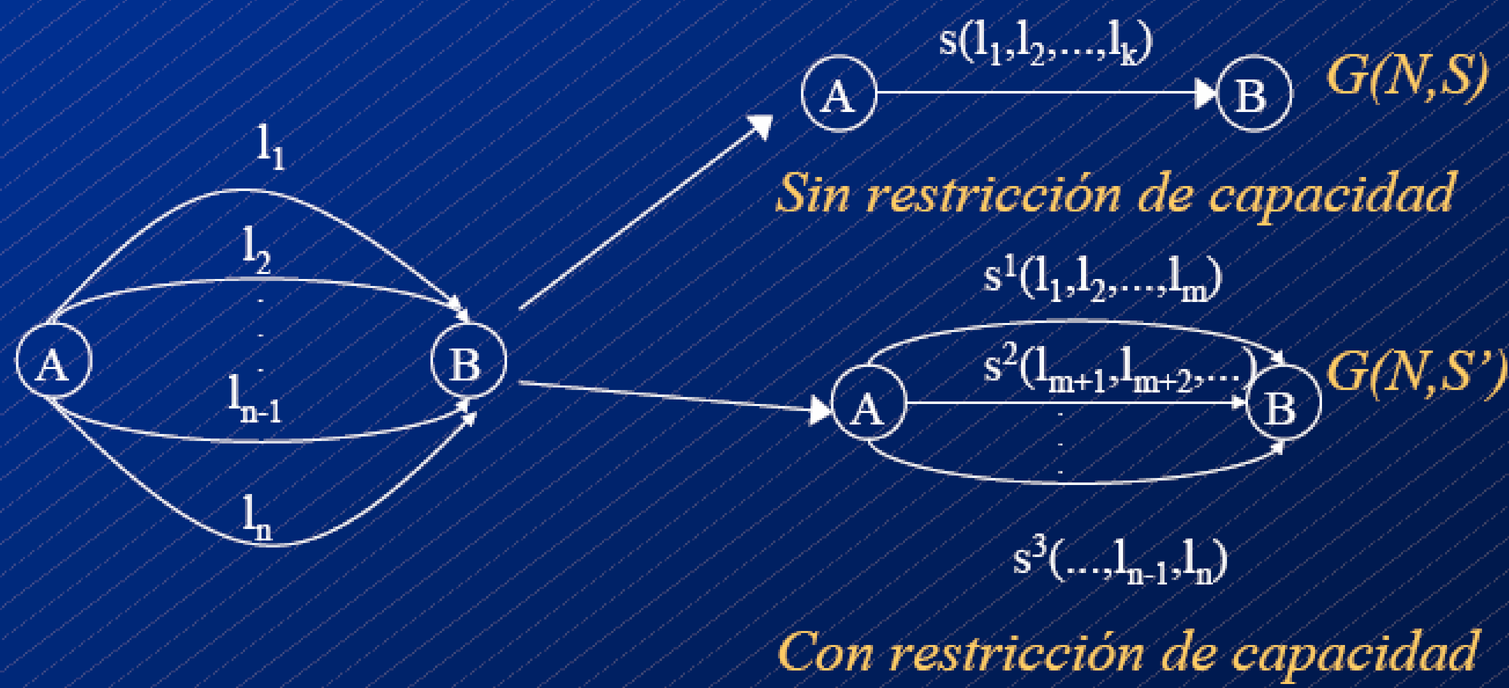
Se considera la siguiente simplificación:

Supóngase un par de nodos A-B tal que desde A hacia B circula un conjunto de servicios de transporte público caracterizados por un tiempo de viaje en vehículo, t_l, y una frecuencia nominal, f_l, para toda línea $l \in As$, donde As representa al conjunto de servicios mencionado.

Se crea más de un arco s para unir A con B (cuando no hay restricción de capacidad basta con uno solo; aquel que contiene a las líneas óptimas obtenidas al resolver el problema hiperbólico). ¿Por qué?

- El primer arco virtual contiene a las líneas atractivas para el caso en que no se considera restricción de capacidad (líneas $l \in \overline{As}$)
- Con las líneas restantes (líneas de $\overrightarrow{As}$-As) se vuelve a resolver un problema hiperbólico, obteniendo así un nuevo conjunto de líneas que dan origen a un 2º arco virtual
- Se continua haciendo lo mismo, hasta que se terminan las líneas de *As*

Estos arcos virtuales, que como en el caso en que no hay restricción de capacidad, representan conjuntos de líneas se denominarán ahora "arcos de transporte público" y no arcos de líneas atractivas o comunes, para diferenciar esta situación del caso en que los "costos" son independientes de los flujos.

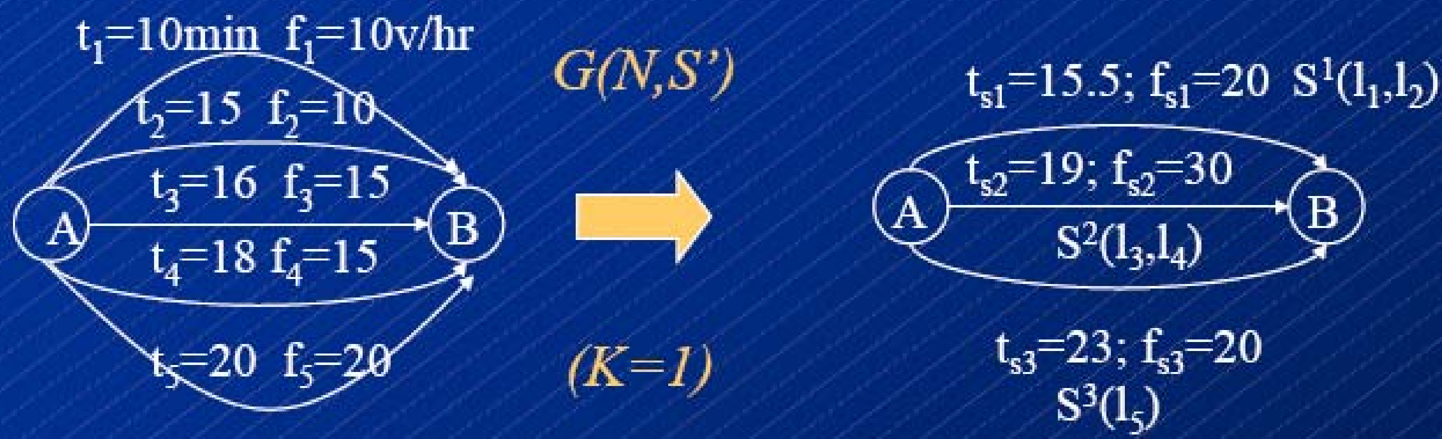


Nótese que si se codifica una red *G(N,S')* y sobre ella no hay congestión, sólo arco *s'* será usado entre A y B. ¿Por qué?

A medida que aumenta el flujo (se congestiona s^1) el arco s^2 puede hacerse conveniente $\rightarrow$ luego el s^3 etc. ¿Por qué?

Ejemplo:

Supongamos la red simple siguiente (para cada línea se indica el tiempo de viaje en vehículo y su frecuencia nominal)



Si cuando hay congestión el costo se considera igual a un término constante (tiempo de viaje más parte fija tiempo de espera) más un término dependiente del flujo (tiempo de espera variable):

- A flujo libre o muy bajo flujo s^1 tendrá un tiempo igual a $15.5 + \Delta$ (que varía con el flujo). Mientras $\Delta \leq 3.5 \Rightarrow$ solo s^1 será usado (caso en que no se considera restricción de capacidad es igual) .
- Al aumentar el flujo y al aumentar Δ, s^2 se hará atractiva: flujo se repartirá por equilibrio entre s^1 y s^2.
- Al seguir aumentando, llegará un flujo para el que los tres arcos serán usados.

Ventajas y limitaciones del enfoque

Permite separar problema de asignación del de selección de líneas comunes. $\Rightarrow$ la red $G(N,S')$ se puede construir primero y luego sobre ella se hace asignación de equilibrio

Pero:

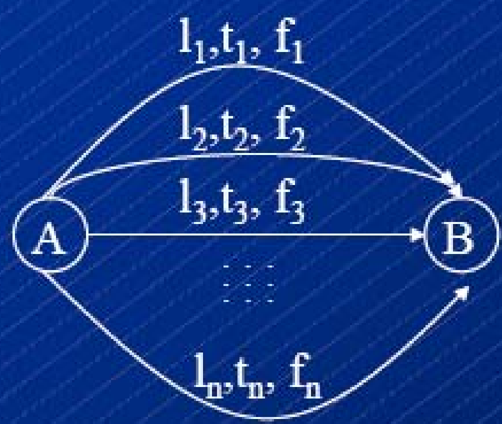
– Es una simplificación, que hace tratable el problema

– Crece fuertemente número de arcos de S'

En adelante, a una red como esta *(G(N,S'))* la denominaremos simplemente *G(N,S)*. Y a los arcos de S los nombraremos arcos de transporte público (o arcos virtuales de transporte público)

Debe recordarse que esta nueva red tiene arcos paralelos entre nodos ⇒ identificar a los arcos en algún identificador distinto a nodo origen - nodo destino

Sustento teórico del método propuesto para definir "arcos de transporte público". (Red $G(N,S)$)



t_i = tiempo de viaje en vehículo para línea l_i

f_i = frecuencia nominal línea l_i

$t_1 \leq t_2 \leq t_3 \ldots \leq t_n$

$L = \{l_1, l_2, \ldots, l_n\}$

Se puede demostrar que:

– Si las primeras "q" líneas ($l1$, $l2$,..., lq) L son atractivas (en una situación sin congestión), entonces, el conjunto de líneas atractivas a cualquier nivel de congestión, incluirá estas "q" líneas.

(Obviamente, a medida que aumenta la congestión las líneas "$q+1$"; "$q+2$"; etc. irán haciéndose atractivas y serán usadas para viajar entre el nodo A y el nodo B).

c) Definición de la red

c-1) Notación

c-2) Funciones de costo

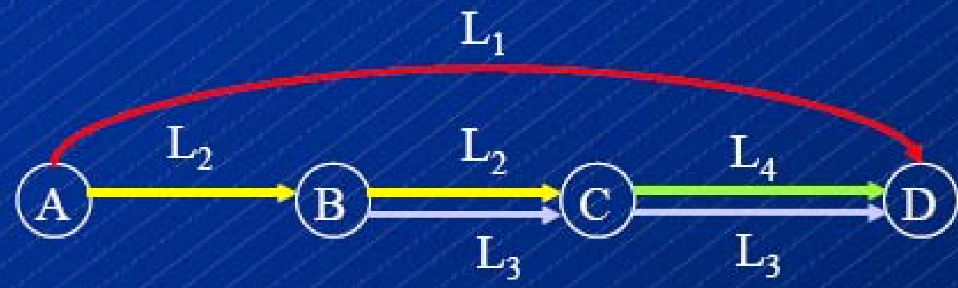
$$c_s = \bar{c}_s + \frac{\alpha}{f_s} + \beta \cdot \phi_s\left(\frac{V_s + \widetilde{V}_s}{K_s}\right) \qquad \text{(c-1)}$$

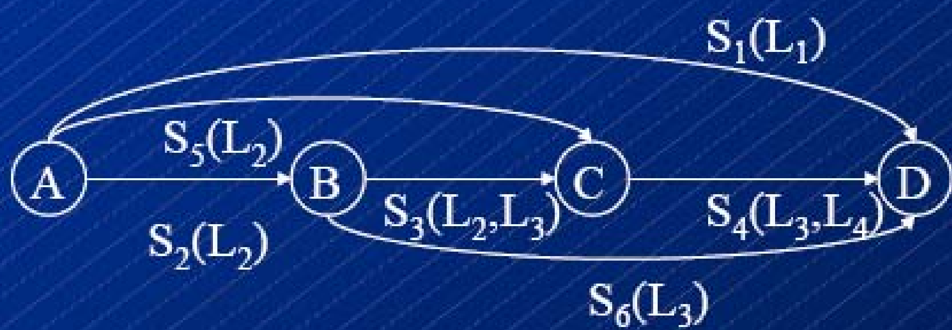
donde

$$\phi_s = \left(\frac{V_s + \widetilde{V}_s}{K_s}\right)^n$$

Jacobiano *J(c)* ASIMÉTRICO

Ejemplo:





$$c_1 = f\,(V_1)$$
$$c_2 = f\,(V_2, V_5)$$
$$c_3 = f\,(V_3, V_5, V_6)$$
$$c_4 = f\,(V_4, V_6)$$
$$c_5 = f\,(V_5, V_2)$$
$$c_6 = f\,(V_6, v_3{}^3)$$

d) Formulación matemática del problema

d-1) Congestión y frecuencias efectivas

Se define frecuencia efectiva de la línea *l* en el paradero *i(s)*:

$$f_l^{'s} = \frac{\alpha_l}{w_l^i} \qquad \text{(d-1)}$$

donde w_l^i = índice de tiempo de espera promedio

$$w_l^i \overset{def}{=} \frac{\alpha_l}{f_l} + \rho_l\left(\frac{\widetilde{v}_{il}}{k_l}\right) \qquad \text{(d-2)}$$

con $\tilde{v}_{il}$ pasajeros que abordan la línea *l* entes del paradero *i(s)* y se bajan después.

Importante: (d-2) es una definición que no significa que ese sea el tiempo de espera promedio de la línea *l* (los viajeros esperan conjuntos de líneas).

¿Relación entre f_l y $f_l^{\prime s}$?

$$f_l^{\prime s} \leq f_l$$

- Frecuencia nominal de una línea es la misma en todo paradero

- Frecuencia efectiva de una línea no existe. Existe la frecuencia efectiva de la línea en un paradero dado.
- En terminal de inicio del recorrido frecuencia efectiva y nominal son iguales.

d-2) Condiciones de equilibrio

Las condiciones de equilibrio de Wardrop (primer principio) son:

$$C_r \begin{cases} = u_w, & \forall r \in R_w / h_r \geq 0 \\ \geq u_w, & \forall r \in R_w / h_r = 0 \end{cases} \quad \forall w \in W \qquad \text{(d-3)}$$

Expresadas como desigualdad variacional:

$$C\left(H^*\right)\cdot\left(H^* - H\right) \leq 0, \quad \forall H \in \Omega \qquad \text{(d-4)}$$

donde Ω es el conjunto definido por:

$$\sum_{r \in R_w} h_r = T_w \qquad \forall w \in W \qquad \text{(d-5)}$$

$$\sum_{r \in R} \delta_{sr} h_r = V_s \qquad \forall s \in S' \qquad \text{(d-6)}$$

$$v_l^s = f_l^{'s}(v) \cdot \frac{1}{f_s^{'}} \cdot V_s \qquad \forall l \in B_s, \forall s \in S' \qquad \text{(d-7)}$$

$$h_r \geq 0 \qquad \forall r \in R \qquad \text{(d-8)}$$

Evidentemente (d-4) puede escribirse:

$$C\left(V^*\right)\cdot\left(V^* - V\right) \leq 0, \quad \forall V \in \Omega \qquad \text{(d-9)}$$

El principal problema de la formulación anterior radica en la existencia de las restricciones (d-7)

$$v_l^s = f_l^{\prime s}\left(v\right)\cdot\frac{1}{f^{\prime s}\left(v\right)}\cdot V_s$$

¿Por qué? $\Rightarrow$ No lineales

<u>Simplificación</u>: Repartir el flujo de un arco de transporte público, entre sus líneas, proporcionalmente a las frecuencias nominales. Esto es, reemplazar (d-7) por:

$$v_l^s = f_l^s \cdot \frac{1}{f_s} \cdot V_s \quad \forall l \in B_s, \forall s \in S' \qquad \text{(d-10)}$$

La formulación simplificada queda:

$$C(V^*) \cdot (V^* - V) \leq 0, \quad \forall V \in \Omega' \qquad \text{(d-11)}$$

donde Ω' es igual a Ω salvo que la restricción (d-7) es reemplazada por la (d-10)

Problema de esta versión simplificada:

No garantiza que algunas líneas no se sobrecarguen.

e) Algoritmo de solución

DIAGONALIZACIÓN

Paso 0: Encontrar solución inicial factible $\left(\overline{V}, \overline{v}\right)$

Paso 1: Diagonalizar *c(V)* en $\left(\overline{V}, \overline{v}\right)$

$$\Rightarrow \quad \hat{c} = \left\{\hat{c}_1\left(V_1\right), \hat{c}_2\left(v_2\right), \ldots\right\}$$

Paso 2: Resolver

$$C\left(V^*\right)\cdot\left(V^* - V\right) \leq 0, \quad \forall V \in \Omega'$$

$$\Rightarrow \left(\hat{V}, \hat{v}\right)$$

Paso 3: Test de parada

- Si $\left(\overline{V},\overline{v}\right)$ y $\left(\hat{V},\hat{v}\right)$ son suficientemente cercanos PARAR
- Si no ir al paso 4

Paso 4: Hacer $\left(\hat{V},\hat{v}\right) \rightarrow \left(\overline{V},\overline{v}\right)$

- Ir al paso 2

MODELOS DE ASIGNACIÓN A TRANSPORTE PÚBLICO

CI63D

SIMULACIÓN ESTRATÉGICA DE SISTEMAS DE TRANSPORTE URBANO