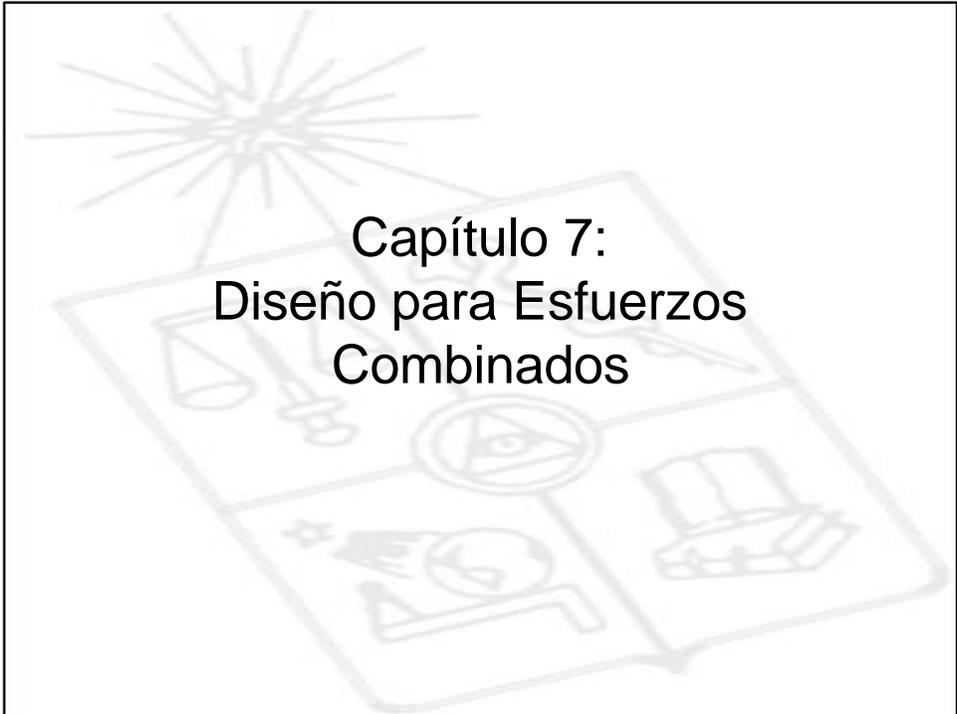




CI52R: ESTRUCTURAS DE ACERO

Prof.: Ricardo Herrera M.

Aux.: Phillipa Correa M.



Capítulo 7: Diseño para Esfuerzos Combinados

Programa CI52R

NÚMERO	NOMBRE DE LA UNIDAD	OBJETIVOS
7	Diseño para esfuerzos combinados	Identificar modos de falla de elementos bajo esfuerzos combinados. Diseñar dichos elementos.
DURACIÓN	CONTENIDOS	BIBLIOGRAFÍA
1 semana	7.1. Elementos bajo esfuerzos combinados. 7.2. Compresión y flexión. 7.3. Tracción y flexión. 7.4. Flexión biaxial.	[Salmon&Johnson, Cáp. 12] [McCormac, Cáp. 11] [AISC Cáp. H]

Capítulo 7: Diseño para Esfuerzos Combinados

7.1. Elementos sometidos a esfuerzos combinados

Elementos sometidos a esfuerzos combinados

Todos los elementos estructurales están sometidos a esfuerzos simultáneos.

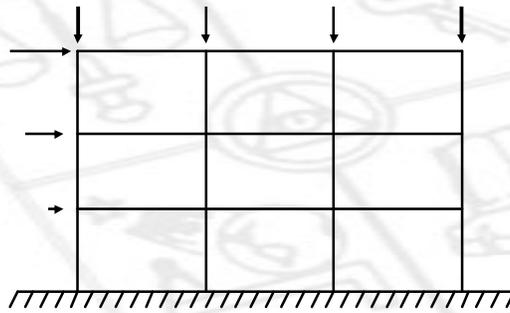
Sin embargo, dependiendo del elemento, algunos esfuerzos pueden ser despreciados para efectos del diseño del elemento.

Elementos sometidos a esfuerzos combinados

Aquellos elementos en que no se puede descartar la influencia de alguno de los esfuerzos son comúnmente denominados elementos viga-columna.

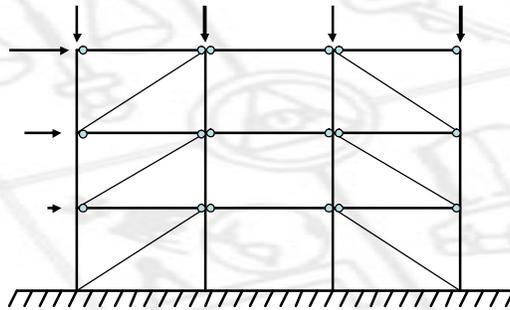
Ejemplos

- Columnas en marcos rígidos



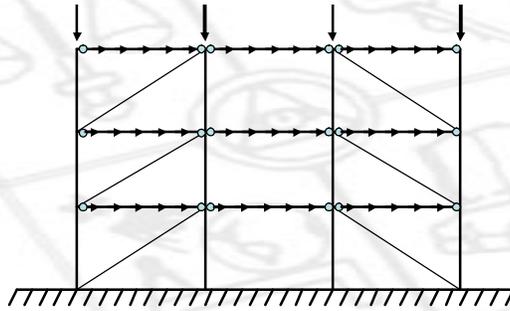
Ejemplos

- Columnas en marcos arriostrados



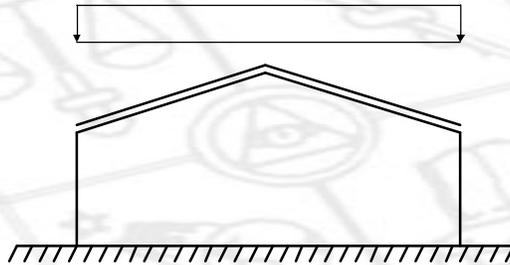
Ejemplos

- Vigas en edificios



Ejemplos

- Costaneras de techo



Capítulo 7: Diseño para Esfuerzos Combinados

7.2. Flexión y esfuerzo axial

Ecuación de interacción

- Perfiles I

$$\text{for } 0 \leq \frac{P}{P_y} \leq \frac{t_w(d - 2t_f)}{A}$$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = 1 - \frac{A^2 \left(\frac{P}{P_y}\right)^2}{4t_w Z_x}$$

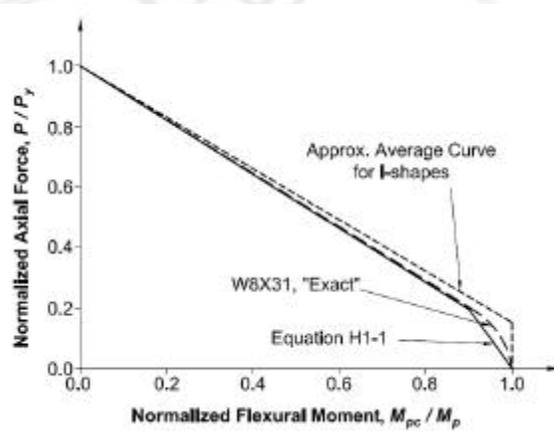
$$\text{for } \frac{t_w(d - 2t_f)}{A} \leq \frac{P}{P_y} \leq 1$$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = \frac{A \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)}{2Z_x} \left[d - \frac{A \left(1 - \frac{P}{P_y}\right)}{2b_f} \right]$$

$$\frac{M_{pc}}{M_p} = 1.18 \left(1 - \frac{P}{P_y}\right) \leq 1$$

Ecuación de interacción

- Perfiles I



Ecuación de interacción

- Podemos definir entonces una forma general de la ecuación de interacción

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_u}{M_n} \leq 1$$

la que puede ser modificada para considerar los efectos de inestabilidad

Ecuación de interacción

- Podemos tener entonces
 - Arriostamiento lateral impide inestabilidad

$$\frac{P_u}{P_y} + \frac{M_u}{1,18M_p} \leq 1$$

- Inestabilidad en el plano de flexión (pandeo)

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_u}{M_p(1 - P_u/P_e)} \leq 1$$

- Inestabilidad por volcamiento

$$\frac{P_u}{P_n} + \frac{M_u}{M_n(1 - P_u/P_e)} \leq 1$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- Elementos con mono o doble simetría en flexión en torno a ejes geométricos y compresión

$$\text{Si } \frac{P_r}{P_c} \geq 0,2 \quad \frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,0$$

$$\text{Si } \frac{P_r}{P_c} < 0,2 \quad \frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,0$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- LRFD

- P_r : Carga última determinada usando las combinaciones de carga LRFD.
- $P_c = \phi_c P_n$, determinada considerando solo compresión.
- M_r : Momento último determinado usando las combinaciones de carga LRFD.
- $M_c = \phi_b M_n$, determinada considerando solo flexión.

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- ASD

- P_r : Carga de servicio determinada usando las combinaciones de carga ASD.
- $P_c = P_n / \Omega_c$, determinada considerando solo compresión.
- M_r : Momento de servicio determinado usando las combinaciones de carga ASD.
- $M_c = M_n / \Omega_b$, determinada considerando solo flexión.

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- Elementos con mono o doble simetría en flexión en torno a ejes geométricos y tracción

$$\text{Si } \frac{P_r}{P_c} \geq 0,2 \quad \frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,0$$
$$\text{Si } \frac{P_r}{P_c} < 0,2 \quad \frac{P_r}{2P_c} + \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,0$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- LRFD
 - P_r : Carga última determinada usando las combinaciones de carga LRFD.
 - $P_c = \phi_t P_n$, determinada considerando solo tracción.
 - M_r : Momento último determinado usando las combinaciones de carga LRFD.
 - $M_c = \phi_b M_n$, determinada considerando solo flexión. C_b puede ser amplificado por $\sqrt{1 + \frac{P_r}{P_{ey}}}$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- ASD

- P_r : Carga de servicio determinada usando las combinaciones de carga ASD.

- $P_c = P_n / \Omega_t$, determinada considerando solo tracción.

- M_r : Momento de servicio determinado usando las combinaciones de carga ASD.

- $M_c = M_n / \Omega_b$, determinada considerando solo flexión. C_b puede ser amplificado por

$$\sqrt{1 + \frac{1,5P_r}{P_{ey}}}$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- Elementos con mono o doble simetría en flexión en torno a un eje geométrico y compresión

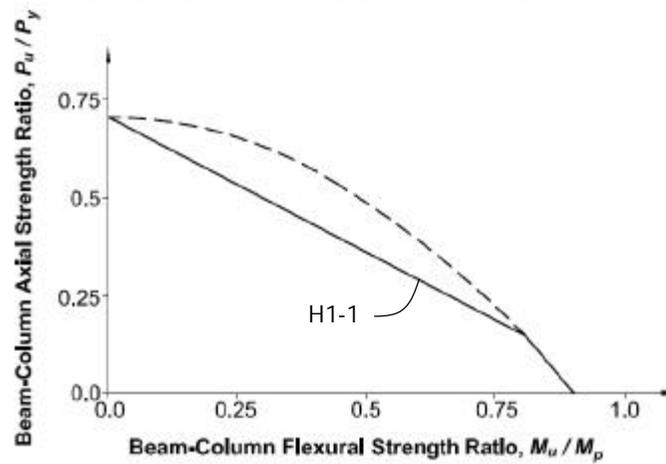
- Inestabilidad en el plano (pandeo): usar H1-1 con P_c , M_r y M_c en el plano de flexión.

- Volcamiento (inestabilidad fuera del plano)

- Flexión eje fuerte
$$\frac{P_r}{P_{co}} + \left(\frac{M_r}{M_{cx}} \right)^2 \leq 1,0$$

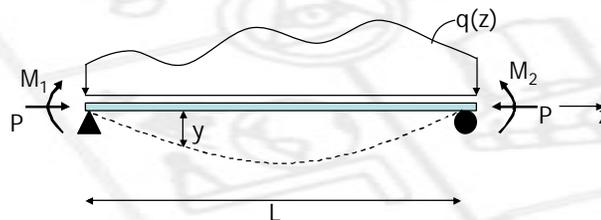
- Flexión eje débil
$$\frac{P_r}{P_{co}} \leq 1,0$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings



Momento requerido

- Falta definir M_u (efectos de 2^{do} orden)
- Consideremos el caso general de un elemento cuyos nodos extremos no pueden trasladarse:



Momento requerido (marco arriostrado)

- En el caso de momentos aplicados en los extremos solamente el momento máximo es

$$M_{\max} = M_2 \sqrt{\frac{1 - 2(M_1/M_2)\cos(kL) + (M_1/M_2)^2}{\sin^2(kL)}}$$

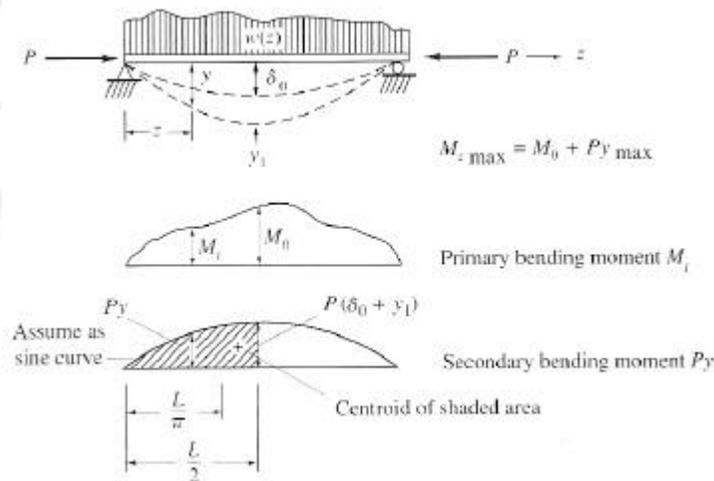
y si el elemento está sometido a un momento uniforme $M_1=M_2=M$

$$M_{\max} = M \sec\left(\frac{kL}{2}\right)$$

Momento requerido (marco arriostrado)

- Para el caso de un elemento sin momentos ni traslación en los extremos y en curvatura simple, se puede determinar una solución aproximada (ver Salmon & Johnson):
Asumiendo que el momento de segundo orden tiene forma sinusoidal, la deflexión adicional y_1 producida por este momento se puede determinar usando el método de la carga unitaria

Momento requerido (marco arriostrado)



Momento requerido (marco arriostrado)

- Entonces

$$y_1 = \frac{P}{EI} (y_1 + d_0) \left(\frac{L}{2} \right)^2 \frac{2}{P} \left(\frac{L}{P} \right) = (y_1 + d_0) \frac{PL^2}{P^2 EI} = (y_1 + d_0) \frac{P}{P_e}$$

despejando y_1

$$y_1 = d_0 \left[\frac{P/P_e}{1 - P/P_e} \right] = d_0 \left(\frac{a}{1 - a} \right)$$

Momento requerido (marco arriostrado)

- El momento máximo es entonces

$$M_{\max} = M_0 + P \cdot y_{\max} = M_0 + P \cdot (y_1 + d_0)$$

reemplazando y_1 y factorizando, se puede expresar el momento máximo como

$$M_{\max} = M_0 B_1 = M_0 \frac{C_m}{1-a}$$

donde

$$C_m = 1 + \left(\frac{P^2 E I d_0}{M_0 L^2} - 1 \right) a$$

TABLE 12.3.1 SUGGESTED VALUES FOR C_m FOR SITUATIONS WITH NO JOINT TRANSLATION*

Case	C_m (positive moment)	C_m (negative moment)	Primary Bending Moment
1	$1 + 0.2a^2$	—	
2	1.0	—	
3	$1 - 0.2a$	—	
4	$1 - 0.3a$	$1 - 0.4a$	
5	$1 - 0.4a$	$1 - 0.4a$	
6	$1 - 0.4a$	$1 - 0.3a$	
7	$1 - 0.6a$	$1 - 0.2a$	
8	Eq. (12.3.8)	not available	

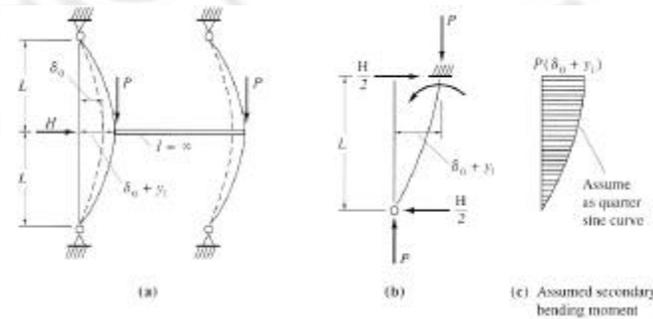
* Adapted from LRFD Commentary-Table C-C1.1 [1.12].

* $a = \frac{P}{E_c I_c}$ for ASD; $a = \frac{P_u}{P_c} = \frac{P_u}{\phi^2 E_c I_c / (KL)^2}$ for LRFD

(reproducido de Salmon & Johnson)

Momento requerido (marco no arriostrado)

- El tratamiento de elementos cuyos nudos extremos pueden trasladarse es más complicado. Considerando el caso de la figura



Momento requerido (marco no arriostrado)

- Notando que la situación es similar al caso sin traslación, con $L = 2L$

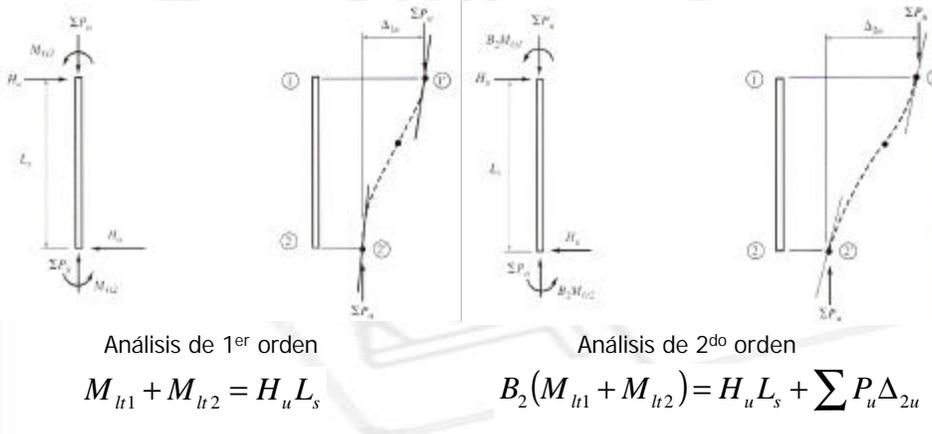
$$C_m = 1 + \left(\frac{p^2 E I d_0}{4 M_0 L^2} - 1 \right) a$$

además $d_0 = \frac{(H/2)L^3}{3EI}$ y $M_0 = \frac{HL}{2}$

entonces $C_m = 1 + \left(\frac{p^2}{12} - 1 \right) a = 1 - 0,18a$

Momento requerido (marco no arriostrado)

- Para el caso más general



Momento requerido (marco no arriostrado)

- Considerando proporcionalidad entre desplazamiento y fuerza para el análisis de 1^{er} orden $\Delta_{1u} = h \cdot H_u$

y aplicando el mismo principio entre el desplazamiento de 2^{do} orden y la carga lateral equivalente de 2^{do} orden resulta

$$B_2 = \frac{1}{1 - \sum P_u \left(\frac{\Delta_{1u}}{H_u L_s} \right)}$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings (Cáp. C)

- El momento máximo en un elemento considerando los efectos de 2^{do} orden puede calcularse directamente en el análisis o utilizando el método de amplificación de los resultados del análisis elástico de 1^{er} orden, donde

$$M_r = B_1 M_{nt} + B_2 M_{lt}$$

$$P_r = P_{nt} + B_2 P_{lt}$$

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- M_r : capacidad a flexión requerida incluyendo efectos de 2^{do} orden.
- M_{nt} : momento de 1^{er} orden asumiendo que no hay traslación.
- M_{lt} : momento de 1^{er} orden causado por traslación del marco solamente.
- P_r : capacidad axial requerida incluyendo efectos de 2^{do} orden.
- P_{nt} : esfuerzo axial de 1^{er} orden asumiendo que no hay traslación.
- P_{lt} : esfuerzo axial de 1^{er} orden causado por traslación del marco solamente.

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- El factor B_1 considera el efecto de amplificación del diagrama de momento sin considerar traslación de los nudos (P- δ) y se calcula como

$$B_1 = \frac{C_m}{1 - \alpha P_r / P_{el}} \geq 1$$

con

$$P_r = P_{nt} + P_{lt} \quad P_{el} = \frac{\pi^2 EI}{(K_1 L)^2} \quad C_m = 0,6 - 0,4 \frac{M_1}{M_2}$$

(No hay cargas en el tramo)

AISC Specification for Structural Steel Buildings

- El factor B_2 considera el efecto de amplificación del diagrama de momento debido a traslación de los nudos (P- Δ) y se calcula como

$$B_2 = \frac{1}{1 - \alpha \sum P_{nt} / \sum P_{e2}} \geq 1$$

con

$$\sum P_{e2} = R_M \frac{\sum HL}{\Delta_H} \quad \alpha = \begin{cases} 1 & \text{LRFD} \\ 1,6 & \text{ASD} \end{cases}$$

$$R_M = \begin{cases} 1 & \text{marcos arriostrados} \\ 0,85 & \text{otros} \end{cases}$$

Procedimiento de diseño

- Para iniciar la iteración de diseño, puede ser conveniente utilizar una carga axial equivalente. Supongamos que

$$\frac{P_r}{P_c} \geq 0,2$$

Entonces

$$\frac{P_r}{P_c} + \frac{8}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,0$$

Procedimiento de diseño

- Podemos definir una carga axial equivalente como

$$P_{uEQ} = P_r + \frac{8P_c}{9} \left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right)$$

y suponiendo que la capacidad en flexión es igual al momento plástico

$$P_{uEQ} = P_r + \frac{8f_c F_{cr} A_g}{9} \left(\frac{M_{rx}}{f_b F_y Z_x} + \frac{M_{ry}}{f_b F_y Z_y} \right)$$

Procedimiento de diseño

- Reordenando

$$P_{uEQ} = P_r + \frac{8 f_c F_{cr}}{9 f_b F_y} \left(\frac{A_g}{Z_x} M_{rx} + \frac{A_g}{Z_y} M_{ry} \right)$$

- Una ecuación simplificada ha sido propuesta por Yura (notas NASCC 1988)

$$P_{uEQ} = P_r + \frac{2}{d} M_{rx} + \frac{7,5}{b_f} M_{ry}$$

Capítulo 7: Diseño para Esfuerzos Combinados

7.3. Flexión biaxial

Flexión Biaxial

- Para flexión con respecto al eje débil, el estado límite de volcamiento no es aplicable.
- Cuando la flexión es en torno al eje fuerte, el volcamiento puede ser el modo de falla que controla.
- En el caso de flexión biaxial, se produce un caso intermedio en que el volcamiento depende de la magnitud del momento en torno al eje débil.

Flexión Biaxial

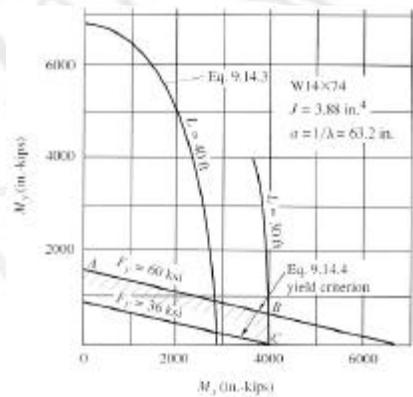
- La resistencia al volcamiento está dada por una combinación lineal de los momentos M_x y M_y

$$\frac{M_x^2}{EI_y GJ} + \frac{M_y^2}{EI_x GJ} = \left(\frac{p}{L}\right)^2 \left[1 + \frac{EC_w p^2}{L^2 GJ}\right]$$

- La resistencia a la plastificación está limitada a la primera fluencia.

Flexión Biaxial

- La figura muestra estas curvas para un perfil doble T



AISC Specification for Structural Steel Buildings

- Usar ecuación de interacción para flexión combinada con esfuerzo axial

$$\left(\frac{M_{rx}}{M_{cx}} + \frac{M_{ry}}{M_{cy}} \right) \leq 1,0$$