



DEPARTAMENTO DE INGENIERÍA CIVIL
FACULTAD DE CIENCIAS FÍSICAS Y MATEMÁTICAS
UNIVERSIDAD DE CHILE

Flujo Uniforme (Apuntes de Clases)

por Marcos Contreras

Julio 1999

Flujo uniforme y altura normal

Características del flujo uniforme

Para el régimen de flujo uniforme se considera que posee las siguientes características principales, ver figura 1:

1. La profundidad, el perímetro mojado, la velocidad y el caudal en cada sección del canal son constantes.
2. La línea de energía, la superficie del agua y el fondo del canal son paralelos; es decir, sus pendientes son todas iguales, o $i_f = i_w = i_0 = i$.

Para propósitos prácticos, el requerimiento de una velocidad constante puede interpretarse libremente como el requerimiento de que el flujo posea una velocidad media constante. Sin embargo, en rigor, esto significaría que el flujo posee una velocidad constante en cada punto de la sección del canal dentro del tramo del flujo uniforme. En otras palabras, la distribución de velocidades a través de la sección del canal no se altera dentro del tramo. Este patrón estable de la distribución de velocidades puede obtenerse cuando la llamada “capa límite” se encuentra desarrollada por completo.

Se considera que el flujo uniforme es sólo permanente, debido a que el flujo uniforme no permanente prácticamente no existe. En corrientes naturales, aún el flujo uniforme permanente es raro, debido a que en ríos y corrientes en estado natural casi nunca se experimenta una condición estricta de flujo uniforme. A pesar de esta desviación de la realidad, a menudo se supone una condición de flujo uniforme para el cálculo de flujo en corrientes naturales. Los resultados obtenidos a partir de esta suposición son aproximados y generales, pero ofrecen una solución relativamente simple y satisfactoria para muchos problemas prácticos.

Nótese que el flujo uniforme no puede ocurrir a velocidades muy altas, a menudo descritas como *ultra rápidas*. Esto se debe a que, cuando el flujo uniforme alcanza una cierta velocidad alta, se vuelve muy inestable generándose ondas en su superficie. A velocidades más altas el flujo eventualmente atraparé aire y se volverá inestable.

Establecimiento del flujo uniforme

Cuando el flujo ocurre en un canal abierto, el agua encuentra resistencia a medida que fluye aguas abajo. Esta resistencia por lo general es contrarrestada por las componentes de fuerzas gravitacionales que actúan sobre el cuerpo de agua en la dirección del movimiento, ver figura 2. Un flujo uniforme se desarrollará si la resistencia se balancea con las fuerzas gravitacionales.

La magnitud de la resistencia, cuando otros factores físicos del canal se mantienen constantes, depende de la velocidad de flujo. Si el agua entra al canal con lentitud, la velocidad y, por consiguiente, la resistencia son pequeñas, y la resistencia es sobrepasada por las fuerzas de gravedad, dando como resultado una aceleración de flujo en el tramo de aguas arriba.

La velocidad y la resistencia se incrementarán de manera gradual hasta que se alcance un balance entre las fuerzas de resistencia y de gravedad. A partir de este momento, y de ahí en adelante, el flujo se vuelve uniforme.

El tramo de aguas arriba que se requiere para el establecimiento del flujo uniforme se conoce como *zona transitoria*. En esta zona el flujo es acelerado y variado. Si el canal es más corto que la longitud transitoria requerida para las condiciones dadas, no puede obtenerse flujo uniforme. Hacia el extremo de aguas abajo del canal, la resistencia puede ser excedida de nuevo por las fuerzas gravitacionales y el flujo nuevamente se vuelve variado.

A modo de una explicación gráfica, en la figura 1 se muestra un canal largo con tres pendientes diferentes: subcrítica, crítica y supercrítica.

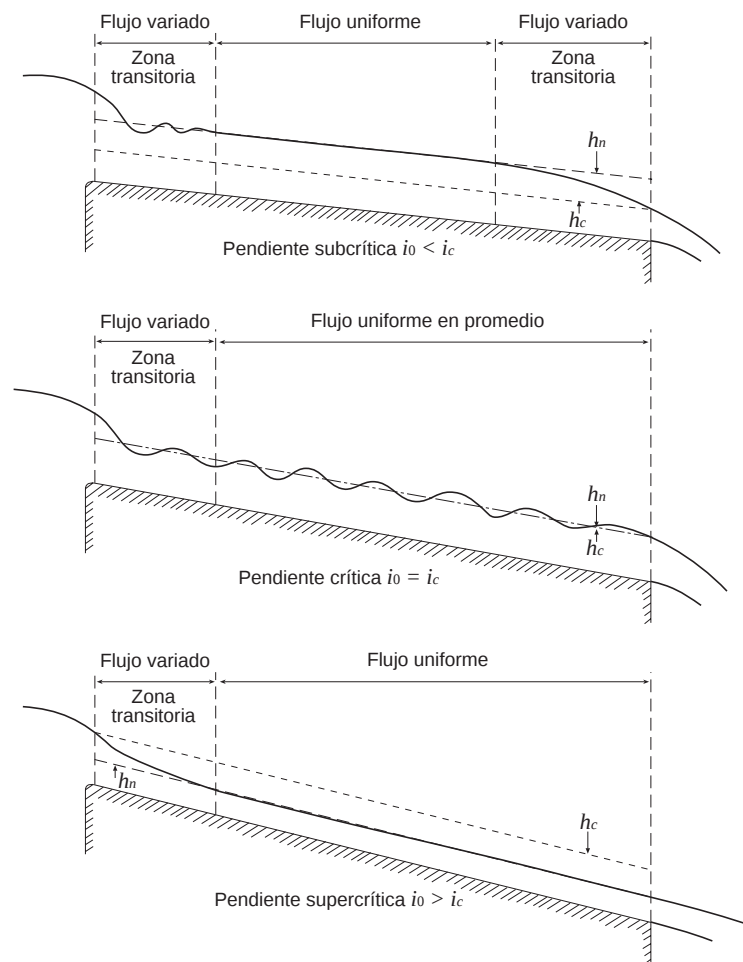


Figura 1: Establecimiento de flujo uniforme en un canal largo.

En la pendiente subcrítica, ver esquema superior de la figura 1, el agua en la zona de

transición aparece ondulante. El flujo es uniforme en el tramo medio del canal pero variado en los dos extremos.

En la pendiente crítica, ver esquema intermedio de la figura 1, la superficie del agua del flujo crítico es inestable. En el tramo intermedio pueden ocurrir ondulaciones, pero en promedio la profundidad es constante y el flujo puede considerarse uniforme.

En la pendiente supercrítica, ver esquema inferior en la figura 1, la superficie de agua en la zona transitoria pasa del nivel subcrítico al nivel supercrítico a través de una caída hidráulica gradual. Después de la zona de transición el flujo se aproxima al uniforme.

La profundidad del flujo uniforme se conoce como *altura normal*. En todas las figuras la línea de trazos largos representa la línea de la altura normal o h_n , y la línea de trazos cortos representa la línea de altura crítica o h_c .

La longitud de la zona transitoria depende del caudal y de las condiciones físicas del canal, como la condición de entrada, la forma, la pendiente y la rugosidad. Desde un punto de vista hidrodinámico, la longitud de la zona de transición no debería ser menor que la longitud requerida para el desarrollo completo de la capa límite bajo las condiciones dadas.

Expresión de la velocidad en flujo uniforme

Para los cálculos hidráulicos la velocidad media de un flujo uniforme turbulento en canales abiertos por lo general se expresa aproximadamente por la llamada *ecuación de flujo uniforme*. La mayor parte de las ecuaciones prácticas de flujo uniforme pueden expresarse de la siguiente manera:

$$V = C R_h^x i^y \quad (1)$$

donde,

V : es la velocidad media en m/s

R_h : es el radio hidráulico en m

i : es la pendiente de energía

x e y : son exponentes

C : es un factor de resistencia al flujo

El factor C varía con la velocidad media V , el radio hidráulico R_h , la rugosidad del canal n , la viscosidad y muchos otros factores¹.

Para propósitos prácticos, puede suponerse que el flujo en un canal natural es uniforme bajo condiciones normales, es decir, si no existen flujos de creciente o flujos notablemente variados causados por irregularidades en el canal. Al aplicar una ecuación de flujo uniforme

¹En flujo uniforme, $i = i_f = i_w = i_0$. Cuando se aplica la ecuación de flujo uniforme al cálculo de la pendiente de energía en flujo gradualmente variado, la pendiente de energía se denominará específicamente mediante i_f en lugar de i .

a una corriente natural se entiende que el resultado es muy aproximado, debido a que las condiciones del flujo están sujetas a más factores inciertos de los que se involucrarían en un canal artificial regular. Tal como lo señaló Schneckenberg (1951), una buena ecuación de flujo uniforme para un canal aluvial con transporte de sedimentos y flujo turbulento debería tener en cuenta muchas de las variables que se describen a continuación.

Ω : el área de escurrimiento

V : la velocidad media

V_{ms} : la velocidad máxima en la superficie

P_m : el perímetro mojado

R_h : el radio hidráulico

h : la máxima profundidad

i_w : la pendiente de la superficie de agua

n : un coeficiente que representa la rugosidad del canal

Q_s : la carga de sedimentos en suspensión

Q_b : la carga de lecho

μ : la viscosidad dinámica del agua

T : la temperatura del agua

En la literatura británica y chilena se utiliza el término *coeficiente de rugosidad* para llamar a n .

Se ha desarrollado y publicado una gran cantidad de ecuaciones prácticas de flujo uniforme, pero ninguna de estas ecuaciones cumple todas las cualidades de una buena ecuación, tal como se definió antes. Las ecuaciones mejor conocidas y más ampliamente utilizadas son las ecuaciones de Chézy y de Manning, las cuales se describirán en las siguientes secciones y se utilizarán in extenso en esta memoria.

La Ecuación de Chézy

En 1769 el ingeniero francés Antoine Chézy desarrolló probablemente la primera ecuación de flujo uniforme, la famosa ecuación de Chézy, que a menudo se expresa como sigue:

$$V = C\sqrt{R_h i} \quad (2)$$

donde,

V : es la velocidad media en m/s

R : es el radio hidráulico en m

i : es la pendiente de la línea de energía

C : es un factor de resistencia al flujo o C de Chézy

La ecuación de Chézy puede deducirse matemáticamente a partir de dos suposiciones.

Primera suposición. Fue hecha por Chézy, ésta establece que la fuerza que resiste el flujo por unidad de área del lecho de la corriente es proporcional al cuadrado de la velocidad; es decir, esta fuerza es igual a KV^2 , donde K es una constante de proporcionalidad.

La superficie de contacto del flujo con el lecho de la corriente es igual al producto del perímetro mojado y la longitud del tramo del canal o $P_m L$, ver figura 2. Luego la fuerza total que resiste al flujo es igual a $KV^2 P_m L$.

Segunda suposición. Es el principio básico del flujo uniforme, el cual se cree que fue establecido por primera vez por Brahms (1757) en 1754. Éste establece que en el flujo uniforme la componente efectiva de la fuerza gravitacional que causa el flujo debe ser igual a la fuerza total de resistencia.

La componente efectiva de la fuerza gravitacional en un tramo de longitud L de canal, ver figura 2, es paralela al fondo del canal e igual a

$$w\Omega L \sin \theta = w\Omega L i_0$$

donde,

w : es el peso unitario del agua

Ω : es el área de escurrimiento

θ : es el ángulo de la pendiente de fondo

i_0 : es la pendiente del canal

L : porción del canal estudiada

La pendiente bajo consideración se define como el seno del ángulo de inclinación, $i_0 = \sin \theta$. Como en el flujo uniforme y permanente se cumple $i_0 = i$, entonces se tiene igualando la fuerza gravitacional y la resistencia,

$$w\Omega L i = KV^2 P_m L$$

Despejando V y como $\frac{\Omega}{P_m} = R_h$ y si $\sqrt{w/K}$ se reemplaza por una factor C , la ecuación anterior se reduce a la ecuación de Chézy:

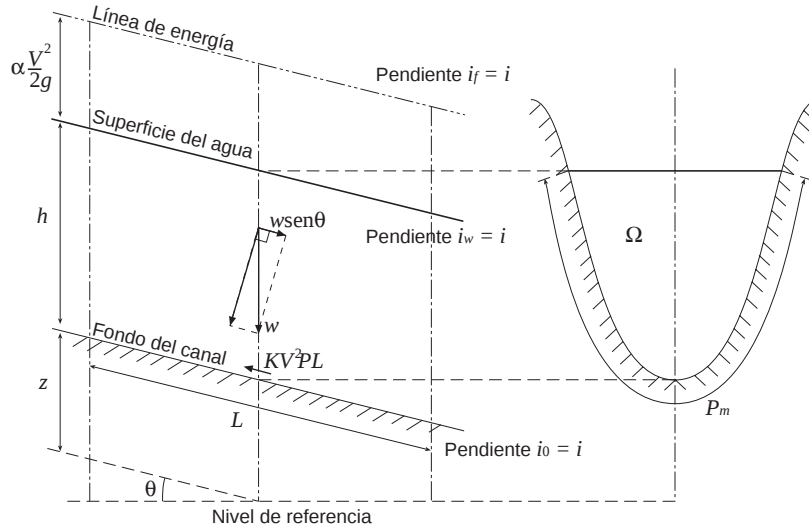


Figura 2: Deducción de la ecuación de Chézy para flujo uniforme en un canal abierto.

$$V = \sqrt{\left(\frac{w}{K}\right)\left(\frac{\Omega}{P_m}\right)i} = C\sqrt{R_h i}$$

Para determinar el valor del C de Chézy. Se pueden utilizar diversas ecuaciones dentro de las cuales destacan:

La ecuación de G.K. En 1869, dos ingenieros suizos, Ganguillet y Kutter (1901), publicaron una ecuación que expresa el valor de C .

$$C = \frac{23 + \frac{0,00155}{i} + \frac{1}{n}}{1 + \left(23 + \frac{0,00155}{i}\right) \frac{n}{\sqrt{R_h}}} \quad (3)$$

donde,

i : pendiente

R_h : radio hidráulico

n : coeficiente de rugosidad, específicamente n de Kutter

Debe considerarse que la ecuación **utiliza unidades métricas**. Originalmente la ecuación fué publicada en unidades inglesas pero Francisco J. Domínguez (1959) publicó en su libro “Hidráulica” la fórmula en unidades MKS.

La ecuación de Bazin. En 1897, el ingeniero hidráulico francés H. Bazin (1897) propuso una ecuación de acuerdo con lo cual el C de Chézy se considera función del R_h pero no de la pendiente i .

$$C = \frac{87}{1 + \frac{m}{\sqrt{R_h}}} \quad (4)$$

donde,

R_h : radio hidráulico

m : coeficiente de rugosidad, específicamente m de Bazin

Debe considerarse que la ecuación **utiliza unidades métricas**. Francisco J. Dominguez (1959) publicó en su libro “Hidráulica” la fórmula en unidades MKS.

Los valores de m han sido especificados mediante una tabla propuesta por el mismo Bazin y que no viene al caso reproducirla en esta sección.

La ecuación de Powell. En 1950, Powell (1950) sugirió una ecuación logarítmica para la rugosidad de canales artificiales. Esta ecuación, una función recursiva de C , es

$$C = -42 \log \left(\frac{C}{4R} + \frac{\varepsilon}{R_h} \right) \quad (5)$$

donde,

$\mathbb{R}$: número de Reynolds = vh/ν

R_h : radio hidráulico

ε : medida de la rugosidad, específicamente ε de Powell

Debe considerarse que la ecuación **utiliza unidades inglesas**.

Los valores de ε han sido especificados mediante una tabla propuesta por el mismo Powell y que no viene al caso reproducirla en esta sección.

La Ecuación de Manning

En 1889 el ingeniero irlandés Robert Manning (1891) presentó una ecuación, la cual se modificó más adelante hasta llegar a su conocida forma actual.

$$V = \frac{1}{n} R_h^{\frac{2}{3}} i^{\frac{1}{2}} \quad (6)$$

donde,

V : es la velocidad media en m/s

R_h : es el radio hidráulico en m

i : es la pendiente de energía

n : es el coeficiente de rugosidad o n de Manning

Esta ecuación fue desarrollada a partir de siete ecuaciones diferentes, basada en los datos experimentales de Bazin y además verificada mediante 170 observaciones. Debido a la simplicidad de su forma y a los resultados satisfactorios que arroja en aplicaciones prácticas, la ecuación de Manning se ha convertido en la más utilizada de todas las ecuaciones de flujo uniforme para cálculos de flujos en canales abiertos.

Dentro de los rangos normales de pendiente y radio hidráulico, los valores del n de Manning y del n de Kutter son numéricamente muy parecidos. Para propósitos prácticos, los dos valores pueden considerarse idénticos cuando la pendiente es igual o mayor que 0,0001, y el radio hidráulico está entre 0,3 m y 10 m.

Al comparar la ecuación de Chézy con la ecuación de Manning, puede verse que

$$C = \frac{1}{n} R_h^{\frac{1}{6}} \quad (7)$$

Esta ecuación da una relación importante entre el C de Chézy y el n de Manning.

El exponente del radio hidráulico en la ecuación de Manning no es una constante, sino que varía en un rango que por lo general depende de la forma y la rugosidad del canal. Por esta razón, algunos ingenieros hidráulicos prefieren el uso de la ecuación con un exponente variable. Por ejemplo, la ecuación de flujo uniforme muy utilizada en la Unión Soviética es la

que ocupa un exponente variable; ésta es la ecuación de *Pavlovskii* (1940) propuesta en 1925. En unidades métricas esta ecuación es:

$$C = \frac{1}{n} R_h^y \quad (8)$$

con

$$y = 2,5\sqrt{n} - 0,13 - 0,75\sqrt{R_h}(\sqrt{n} - 0,10) \quad (9)$$

y donde C es el factor de resistencia en la ecuación de Chézy expresada en unidades métricas. El exponente y depende del coeficiente de rugosidad y del radio hidráulico. Esta ecuación es válida para valores de R_h entre 0,1 m y 3,0 m y para valores de n entre 0,011 y 0,040. Para propósitos prácticos, por lo general se sugieren las siguientes formas aproximadas de la ecuación 9:

$$y = 1,5\sqrt{n} \quad \text{para } R_h < 1.0 \text{ m} \quad (10)$$

$$y = 1,3\sqrt{n} \quad \text{para } R_h > 1.0 \text{ m} \quad (11)$$

Selección del coeficiente de rugosidad de Manning

Al aplicar la ecuación de Manning o la ecuación de G. K. (ver ecuación 3), la mayor dificultad está en la determinación del coeficiente de rugosidad n , ya que no existe un método exacto para la selección del valor de n .

Con el nivel de conocimiento actual, seleccionar un valor de n significa estimar la resistencia al flujo en un canal determinado, lo cual realmente es un asunto de intangibles. Para ingenieros veteranos, esto significa utilizar profundos criterios de ingeniería y experiencia; para principiantes, no pasa de ser un proceso de adivinanza, y diferentes profesionales obtendrán diferentes resultados.

Diferentes apreciaciones permiten la determinación correcta del coeficiente de rugosidad, éstos son:

1. Entender los factores que afectan el valor de n con el fin de adquirir el conocimiento básico del problema y disminuir el rango de incertidumbre.
2. Consultar una tabla de valores comunes de n para canales de diferentes tipos.
3. Examinar y familiarizarse con la apariencia de algunos canales comunes cuyos coeficientes de rugosidad se conocen.

4. Determinar el valor de n mediante un procedimiento analítico basado en la distribución de velocidades teóricas en la sección transversal de un canal y en los datos de medición de velocidad o de rugosidad.

En esta memoria no se abordarán en profundidad ninguna de las apreciaciones anteriores, para ello deberá consultarse la bibliografía correspondiente. Algunos valores comunes de n se muestran en la tabla 1.

Tipo de canal y descripción	Valor normal
Conductos cerrados que fluyen parcialmente llenos:	
Metal. Latón Liso	0,010
Acero. Estriado y soldado	0,012
Metal corrugado. Drenaje de aguas lluvias	0,024
Vidrio	0,010
Hormigón. Alcantarilla recta y libre de basuras	0,011
Hormigón. Alcantarilla curva y algo de basuras	0,013
Hormigón. Sin pulir, molduras metálicas	0,013
Hormigón. Sin pulir, molduras de madera lisa	0,014
Hormigón. Sin pulir, molduras de madera rugosa	0,017
Canales Revestidos o desarmables:	
Albañilería de ladrillo, barnizada	0,013
Albañilería de ladrillo, revestida con cemento	0,015
Albañilería de piedra partida, cementada	0,025
Asfalto Liso	0,013
Asfalto Rugoso	0,013
Canales Excavados o dragados:	
En tierra, recto y uniforme, limpio	0,022
En tierra, recto y uniforme, pastos cortos, algunas malezas	0,027
Cortes en roca, lisos y uniformes	0,035
Cortes en roca, afilados e irregulares	0,040
Sin mantención, malezas densas altas, matorrales	0,080
Sin mantención, malezas densas altas, matorrales densos	0,100

Tabla 1: Valores del coeficiente de rugosidad n .

Conductividad de una sección de canal

El caudal de flujo uniforme en un canal puede expresarse como el producto de la velocidad, representada por la ecuación 1, y el área, o

$$Q = V\Omega = C\Omega R_h^x i^y = Ki^y \quad (12)$$

donde

$$K = C\Omega R_h^x \quad (13)$$

El término K se conoce como conductividad de la sección de canal; es una medida de la capacidad de transporte de la sección del canal, debido a que es directamente proporcional a Q .

Cuando se utiliza la ecuación de Manning o la ecuación de Chézy como ecuación de flujo uniforme, es decir, cuando $y = 1/2$, el caudal de la ecuación 12 se convierte en

$$Q = K\sqrt{i} \quad (14)$$

y la conductividad es por lo tanto,

$$K = \frac{Q}{\sqrt{i}} \quad (15)$$

Esta ecuación puede utilizarse para calcular la conductividad cuando tanto el caudal Q como la pendiente del canal i están determinados.

Cuando se utiliza la ecuación de Chézy, la ecuación 13 se convierte en

$$K = C\Omega R_h^{\frac{1}{2}} \quad (16)$$

donde C es el factor de resistencia de Chézy. De manera similar, cuando se utiliza la ecuación de Manning,

$$K = \frac{1}{n}\Omega R_h^{\frac{2}{3}} \quad (17)$$

Las anteriores dos ecuaciones se utilizan para calcular la conductividad cuando la geometría del área mojada y el factor de resistencia o coeficiente de rugosidad están determinados. Debido a que la ecuación de Manning se utiliza con bastante amplitud, la mayor parte de los análisis y cálculos siguientes se basarán en la ecuación 17.

El factor de sección para cálculo de flujo uniforme

La expresión $\Omega R_h^{2/3}$ se conoce como *factor de sección para el cálculo de flujo uniforme*, y es un elemento importante en el cálculo de flujo uniforme. A partir de la ecuación 17, este factor puede expresarse como

$$\Omega R_h^{\frac{2}{3}} = nK \quad (18)$$

y, a partir de la ecuación 15,

$$\Omega R_h^{\frac{2}{3}} = \frac{nQ}{\sqrt{i}} \quad (19)$$

En primer lugar, la ecuación 19 se aplica a una sección de canal cuando el flujo es uniforme. La parte derecha de la ecuación contiene los valores de n , Q e i ; pero su parte izquierda depende sólo de la geometría del área mojada. Por consiguiente, la ecuación muestra que para una determinada condición de n , Q e i , existe *sólo una* profundidad posible para mantener un flujo uniforme, siempre y cuando el valor de $\Omega R_h^{2/3}$ sea una función creciente de la profundidad, lo cual es cierto en la mayor parte de los casos. Esta profundidad se conoce como la **altura normal**.

Cuando en una sección de canal se conocen n e i , en la ecuación 19 puede verse que puede existir *sólo un caudal* para mantener un flujo uniforme a través de una sección dada, siempre y cuando $\Omega R_h^{2/3}$ sea una función creciente de la profundidad. Este caudal es el *caudal normal*.

La ecuación 19 es una herramienta muy útil para el cálculo y el análisis del flujo uniforme. Cuando se conocen el caudal, la pendiente y la rugosidad, esta ecuación da el factor de sección $\Omega_n R_{hn}^{2/3}$ y, por consiguiente, la altura normal h_n . Por otra parte, cuando n , Ω y h_n y por consiguiente el factor de sección, se conocen, puede calcularse el caudal normal Q utilizando esta ecuación en la siguiente forma:

$$Q = \frac{1}{n} \Omega R_h^{\frac{2}{3}} \sqrt{i} \quad (20)$$

Problemas de cálculo de flujo uniforme

El cálculo de flujo uniforme puede llevarse a cabo a partir de dos ecuaciones: la ecuación de continuidad y una ecuación de flujo uniforme. Cuando se utiliza la ecuación de Manning como ecuación de flujo uniforme, el cálculo involucrará las siguientes seis variables:

1. El caudal normal Q
2. La velocidad media de flujo V
3. La profundidad normal h_n
4. El coeficiente de rugosidad n
5. La pendiente de canal i
6. Los elementos geométricos que dependen de la forma de la sección de canal, como Ω , R_h , etc.

En la mayoría de los casos, cuando se conocen cuatro de las anteriores seis variables, las dos restantes pueden determinarse a partir de las dos ecuaciones. Los siguientes son algunos de los tipos de problemas de cálculo de flujo uniforme:

- **Calcular el caudal normal.** En aplicaciones prácticas, este cálculo se requiere para la determinación de la capacidad de un canal determinado o para la construcción de una curva de calibración sintética para el canal.
- **Determinar la velocidad de flujo.** Este cálculo tiene muchas aplicaciones. Por ejemplo, a menudo se requiere para el estudio de efectos de socavación y sedimentación de un canal determinado.
- **Calcular la altura normal.** Este cálculo se requiere para la determinación del nivel de flujo en un canal determinado.
- **Determinar la rugosidad del canal.** Este cálculo se utiliza para averiguar el coeficiente de rugosidad en un canal determinado. El coeficiente determinado de esta manera puede utilizarse en otros canales similares.
- **Calcular la pendiente del canal.** Este cálculo se requiere para ajustar la pendiente de un canal determinado.
- **Determinar las dimensiones de la sección de canal.** Este cálculo se requiere principalmente para propósitos de diseño.

Tipo de problema	Caudal Q	Velocidad V	Altura h_n	Rugosidad n	Pendiente i	Elementos geométricos
1.	?	—	✓	✓	✓	✓
2.	—	?	✓	✓	✓	✓
3.	✓	—	?	✓	✓	✓
4.	✓	—	✓	?	✓	✓
5.	✓	—	✓	✓	?	✓
6.	✓	—	✓	✓	✓	?

Tabla 2: Algunos tipos de problemas de cálculo de flujo uniforme.

La tabla 2 relaciona las variables, conocidas y desconocidas involucradas en cada uno de los seis tipos de problemas antes mencionados. Las variables conocidas se indican mediante una marca de verificación (✓) y las incógnitas requeridas en el problema mediante un símbolo de interrogación (?). Las variables desconocidas que pueden determinarse con las variables conocidas se indican mediante un guión (—). Nótese que la tabla 2 no incluye todos los tipos de problemas. Al variar combinaciones de diferentes variables, conocidas y desconocidas, pueden formarse más tipos de problemas. En problemas de diseño, se introduce el uso de la sección hidráulicamente óptima y de reglas empíricas y por consiguiente se crean nuevos tipos de problemas.