CREEP

Para un sólido elástico sometido a tensiones a temperatura ambiente la deformación es una función de la fuerza aplicada:

$e = f(\sigma)$

sin embargo muchos materiales en ingeniera deben trabajar a mayores temperaturas entonces la deformación es una función de la fuerza, la temperatura y el tiempo:

$e = f(t, T, \sigma)$ esta deformación es la que se conoce con el nombre de creep.

¿Cual será la temperatura a la que se producirá creep?, eso depende del material, en general se tiene que:

$T > 0,3$ a $0,4\ T_f$ (ºK) Metales
$T > 0,4$ a $0,5\ T_f$ (ºK) Cerámicos

Este valor de la temperatura que producirá creep en **cerámicos y metales**, es generalmente superior a la temperatura ambiente y toma importancia cuando las estructuras deben desenvolverse en ambientes de mayores temperatura

En materiales **polimétricos**, sin embargo, el creep se produce a temperaturas mucho menores como la temperatura ambiente, por lo tanto cualquier estructura hecha de un material polimérico sufrirá creep en condicines ambientales normales.

La deformación de un material tiene tres etapas:
1. zona elástica
2. fluencia primaria
3. fluencia secundaria o estado de régimen

en esta tercera etapa la deformación aumenta exponencialmente con el tiempo:

$d\varepsilon / dt = B\ \sigma^n$

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\textbf{total}} = \boldsymbol{\varepsilon}_{\textbf{elas}} + \boldsymbol{\varepsilon}_{\textbf{creep}}$$

pero se sabe que $\varepsilon_{elas} = \sigma / E$

$$\varepsilon_{ceep} = B\ \sigma^n$$

El comportamiento de un material se puede modelar mediante el comportamiento de dos materiales ideales:

Sólido elástico: Es un material que posee una forma definida, que se deforma producto de la aplicación de una fuerza, y que finalmente vuelve a su forma original una vez que cesa la aplicación de estas. en este caso toda la energía entregada por la fuerza se gasta en recuperar la forma original.

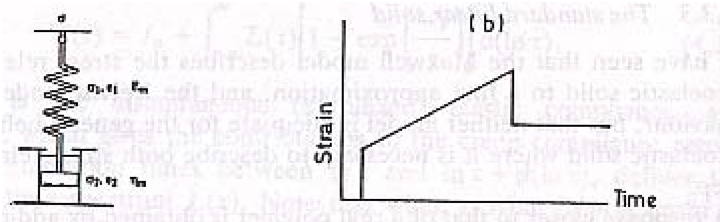
Líquido viscoso: no tiene forma definida y fuye de manera irreversible ante la aplicación de una fuerza.

Generalmente los materiales polimétricos tienen un comportamiento intermedio entre el sólido elástico y el líquido viscoso. Es decir un comportamiento **viscoleástico**: ante la aplicación de una carga el material se **deforma instantáneamente** como un **sólido elástico** y si esta se **mantiene** el cuerpo se deforma como un **líquido viscoso**.

Modelamiento:

Sólido elástico:	resorte:	$\sigma = E\,\varepsilon$
Líquido viscoso:	amortiguador:	$\sigma = \eta\ (d\varepsilon / dt)$

MODELO DE MAXWELL



Este modelo consiste de un **resorte** y un **amortiguador** conectados en **serie**

$\sigma_1 = E_m e_1$ y $\sigma_2 = \eta_m \dfrac{de_2}{dt}$

$\sigma = \sigma_1 = \sigma_2$ **y** $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\varepsilon_1}{dt} + \frac{\varepsilon_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \sigma_1 = E_m e_1$$

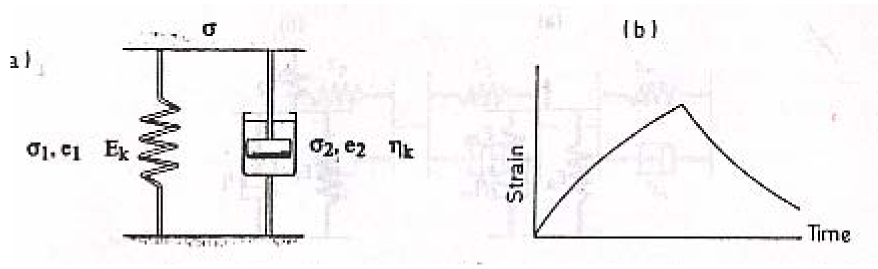
$$\Rightarrow \quad \frac{d\sigma}{dt} = E_m \frac{d\varepsilon_1}{dt} \qquad \Rightarrow \quad \sigma_2 = \eta_m \frac{de_2}{dt}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{de_1}{dt} = \frac{1}{E_m}\frac{d\sigma}{dt} \qquad \Rightarrow \quad \frac{de_2}{dt} = \frac{\sigma_2}{\eta_m}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E_m}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta_m}$$

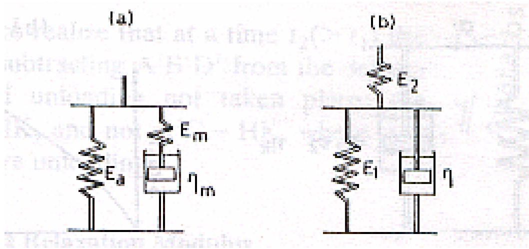
MODELO DE KELVIN – VOIGT

Este modelo consiste de un resorte de módulo E_k, colocado en paralelo con un pistón que contiene un líquido de viscosidad η_k (ver figura 4).



$$\sigma_1 = E_m e_1 \qquad \text{y} \qquad \sigma_2 = \eta_m \frac{de_2}{dt}$$

MODELO DE SÓLIDO LINEAL PROMEDIO



EJERCICIOS:

1. El comportamiento de cierto plástico se puede representar por un resorte y un amortiguador de constantes 5 GN/m^2 y 100 GNs/m^2 respectivamente. Si se aplica una tensión de 15 MN/m^2 durante 100 segundos y luego se retira.

a) Deduzca la relación de deformación para los modelos de Maxwell y Kelvin
b) Calcule la deformación a los 50 segundos y a 100 segundos para ambos modelos.
c) Dibuje ε versus t para ambos modelos hasta 150 segundos.

• Pauta, C2, CI34A :

Hernán Aravena

1

P1/

a) → Maxwell :

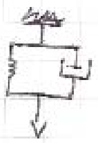
$$e_t = \varepsilon_1 + \varepsilon_2 \quad ; \quad \sigma_1 = E_1 \cdot \varepsilon_1$$

$$\sigma_t = \sigma_1 = \sigma_2 = cte \quad ; \quad \sigma_2 = \eta\left(\frac{\partial \varepsilon_2}{\partial t}\right)$$

$\Rightarrow \varepsilon_1 = \sigma_1 / E_1$ y dado que $\sigma = cte \Rightarrow d\varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{\eta}\, dt \Rightarrow \varepsilon_2 = \frac{\sigma_2}{\eta}\cdot t$

$$\Rightarrow \boxed{e_t = \frac{\sigma}{E_1} + \frac{\sigma}{\eta}\cdot t}$$

→ Kelvin :



$$\sigma_t = \sigma_1 + \sigma_2 \quad ; \quad \sigma_1 = E_1 \varepsilon$$

$$\varepsilon_t = \varepsilon_1 = \varepsilon_2 \quad ; \quad \sigma_2 = \eta\left(\frac{\partial \varepsilon}{\partial t}\right)$$

$$\Rightarrow \sigma_t = E_1 \varepsilon + \eta \cdot \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} \Rightarrow \sigma_t - E_1 \varepsilon = \eta \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\eta}\cdot \partial t = \frac{\partial \varepsilon}{(\sigma_t - E_1 \varepsilon)} \quad / \int \quad \Rightarrow \frac{1}{\eta}\int_0^t \partial t = \int_0^{\varepsilon} \frac{\partial \varepsilon}{(\sigma_t - E_1 \varepsilon)}$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\eta}(t - 0) = -\frac{1}{E_1}\ln(\sigma_t - E_1\varepsilon) + \frac{1}{E_1}\ln(\sigma_t)$$

$$\Rightarrow -\frac{E_1}{\eta}\cdot t = \ln\left(\frac{\sigma_t - E_1\varepsilon}{\sigma_t}\right) \quad / e \quad \Rightarrow \frac{\sigma_t - E_1\varepsilon}{\sigma_t} = e^{-\frac{E_1}{\eta}\cdot t}$$

$$\Rightarrow \boxed{\varepsilon = \frac{\sigma - \sigma e^{-\frac{E_1}{\eta}\cdot t}}{E_1}}$$

$\sigma = 15\ [MN/m^2]$; $E_1 = 5\ [GN/m^2]$; $\eta = 100\ [GN \cdot seg/m^2]$

$M = 10^6$; $G = 10^9$

$\rightsquigarrow$ Maxwell: $\varepsilon_T(t) = \dfrac{\sigma}{E} + \dfrac{\sigma}{\eta} \cdot t = \dfrac{15 \cdot 10^6}{5 \cdot 10^9} + \dfrac{15 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^9} \cdot t$

$\Rightarrow$ • $t = 50$ seg $\Rightarrow$ $\varepsilon_T(50) = 0{,}0105$

• $t = 100$ seg $\Rightarrow$ $\varepsilon_T(100) = 0{,}018$

$\rightsquigarrow$ Kelvin: $\varepsilon_T(t) = \dfrac{\sigma - \sigma e^{-\frac{E}{\eta} \cdot t}}{E} = \dfrac{15 \cdot 10^6 \left(1 - e^{-\frac{15 \cdot 10^6}{100 \cdot 10^9} \cdot t}\right)}{5 \cdot 10^9}$

$\Rightarrow$ • $t = 50$ seg $\Rightarrow$ $\varepsilon_T(50) = 0{,}00275$

• $t = 100$ seg $\Rightarrow$ $\varepsilon_T(100) = 0{,}00298$

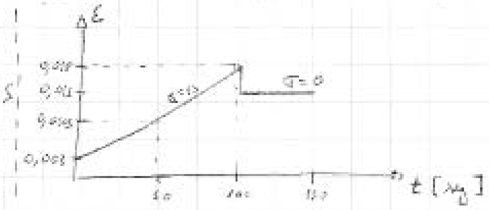
c) después de los 100 seg $\rightsquigarrow$ $\sigma = 0$

$\rightsquigarrow$ Maxwell: $t = 0 \Rightarrow \varepsilon = \sigma/E = 0{,}003$

, a los 100 seg $\sigma = 0 \Rightarrow \varepsilon_{res} = 0$

$\dfrac{\partial \varepsilon_{am}}{\partial t} = 0 \Rightarrow \varepsilon_{am} = cte = \varepsilon_{am}(100) = 0{,}015$

$\Rightarrow$ a partir de los 100 seg $\rightsquigarrow$ $\varepsilon_T = 0{,}015$, además con $\varepsilon_T(50)$ y $\varepsilon_T(100$



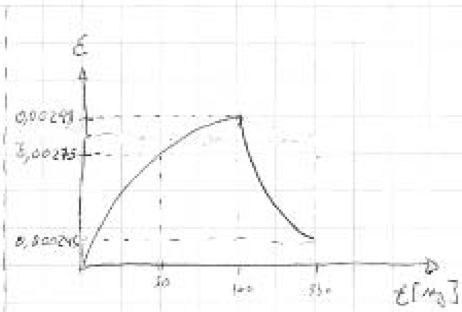
$\rightsquigarrow$ Kelvin: $t = 0 \Rightarrow \varepsilon = \dfrac{\sigma - \sigma_1}{E} = 0$, con $\varepsilon_T(50)$ y $\varepsilon_T(100)$ conocidos.

, además para $\sigma = 0 = E \cdot \varepsilon + \eta \dfrac{\partial \varepsilon}{\partial t}$

$\Rightarrow -\dfrac{E}{\eta}\, dt = \dfrac{d\varepsilon}{\varepsilon} \Rightarrow -\dfrac{E}{\eta}\, t \Big|_0^t = \ln(\varepsilon) \Big|_{0{,}00298}^{\varepsilon}$

$\Rightarrow \varepsilon = 0{,}00298 \cdot e^{-\frac{Et}{\eta}}$

$\Rightarrow \varepsilon_T(150-100) = 0{,}000245$



2 A tensiones menores a 6 MN/ m^2 y tiempos inferiores a 10000 s, el comportamiento de un material sigue el modelo de Maxwell. Determine las dos constantes del modelo, sabiendo que ante la aplicación de una carga de 4 MN/m2, a los 1000s la deformación es 0,31% y a los 2000s es de 0,33%

3b) MAXWELL $\varepsilon(t) = \frac{\sigma_0}{E} + \frac{\sigma_0}{\eta} t$

$$\frac{d\varepsilon(t)}{dt} = \frac{\sigma_0}{\eta}$$

IGUALANDO PENDIENTE INICIAL

$\sigma_0 = 4\ MN/m^2$ $\dot{\varepsilon} = \frac{0{,}0033 - 0{,}0031}{2000 - 1000} = 2 \times 10^{-7}\ \frac{1}{s}$

$$\eta = \frac{4\ MN/m^2}{2 \times 10^{-7}\ \frac{1}{s}} = 20{,}0 \cdot 10^{12}\ \frac{N \cdot s}{m^2} = 20{,}0 \cdot 10^{6}\ \frac{MN}{m^2} \cdot s$$

$$\varepsilon(t=1000) = 0{,}0031 = \frac{4\ MN/m^2}{E} + \frac{4\ MN/m^2}{20{,}0 \cdot 10^6\ \frac{MN}{m^2} \cdot s} \cdot 1000$$

$$\Rightarrow E = 1380\ \frac{MN}{m^2}$$

Nota: ESTOS VALORES VARÍAN (LEVEMENTE) DEPENDIENDO DE LA TENSION ELEGIDA

3.c. Calcule la tensión en el material después de 900 s si el material es mantenido a 4% de deformación constante

3c) $\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{1}{E}\frac{d\sigma}{dt} + \frac{\sigma}{\eta}$

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{d\sigma}{\sigma} = -\frac{E}{\eta} dt$$

$$\ln \sigma = -\frac{E}{\eta} dt$$

$$\sigma(t) = \sigma_0\, e^{-\frac{E}{\eta} \cdot dt}$$

$\sigma_0 = \varepsilon_0 E$

$\sigma_0 = 0{,}04 \cdot 1380\ \frac{MN}{m^2}$

$= 55{,}20\ MN/m^2$

$$\sigma(900) = 55{,}20\ \frac{MN}{m^2} \cdot e^{-\frac{1380}{20 \cdot 10^6} \cdot 900}$$

$$= 51{,}87\ \frac{MN}{m^2}$$