

# Solución de Problemas Mediante Búsqueda (1)

Carlos Hurtado L.

Depto de Ciencias de la Computación,  
Universidad de Chile

# Contenido

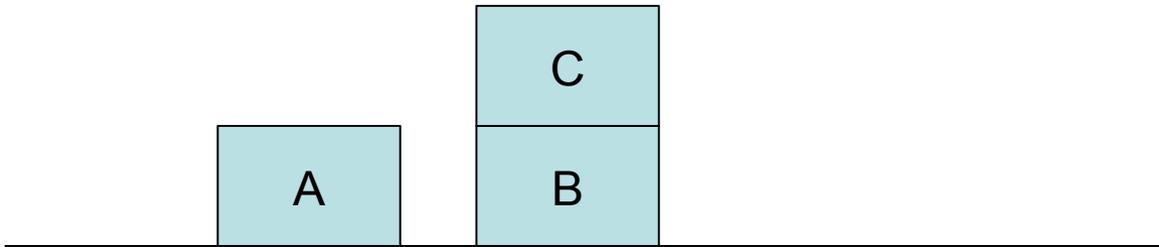
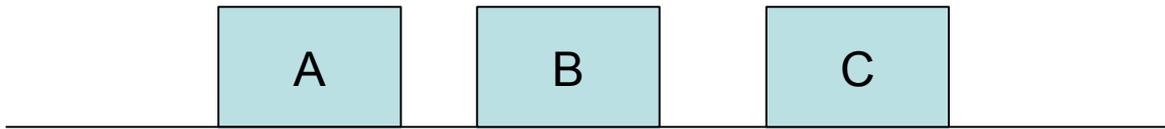
- Solución de problemas mediante búsqueda
  - Modelación de problemas como búsquedas
  - Estrategias de búsquedas (heurísticas)
  - Juegos
- Referencias: capítulos 7, 8 y 9.  
Inteligencia Artificial, Una Nueva Síntesis. N. Nilsson

# Problemas de Planificación

- Dado un "agente" que opera en un "mundo" a través de "acciones"
  - Las acciones producen cambios en el mundo
- Dado un objetivo
  - estado del mundo al que se quiere llegar
- Encontrar una secuencia de acciones que debe realizar el agente para cumplir el objetivo

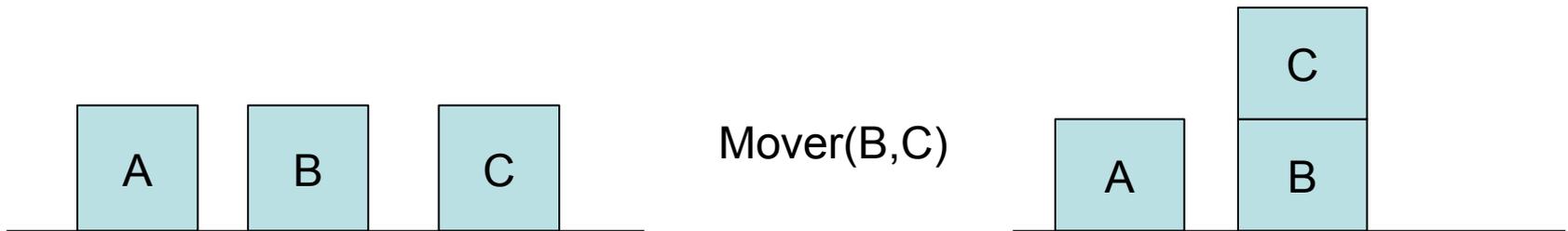
# Ejemplo

- Mundo de bloques



# Mundo de Bloques

- Acciones del Agente:
  - mover(x,y): pone el bloque X sobre Y
  - X es A,B, o C; Y es A,B,C o "suelo".



# Grafo de Estados

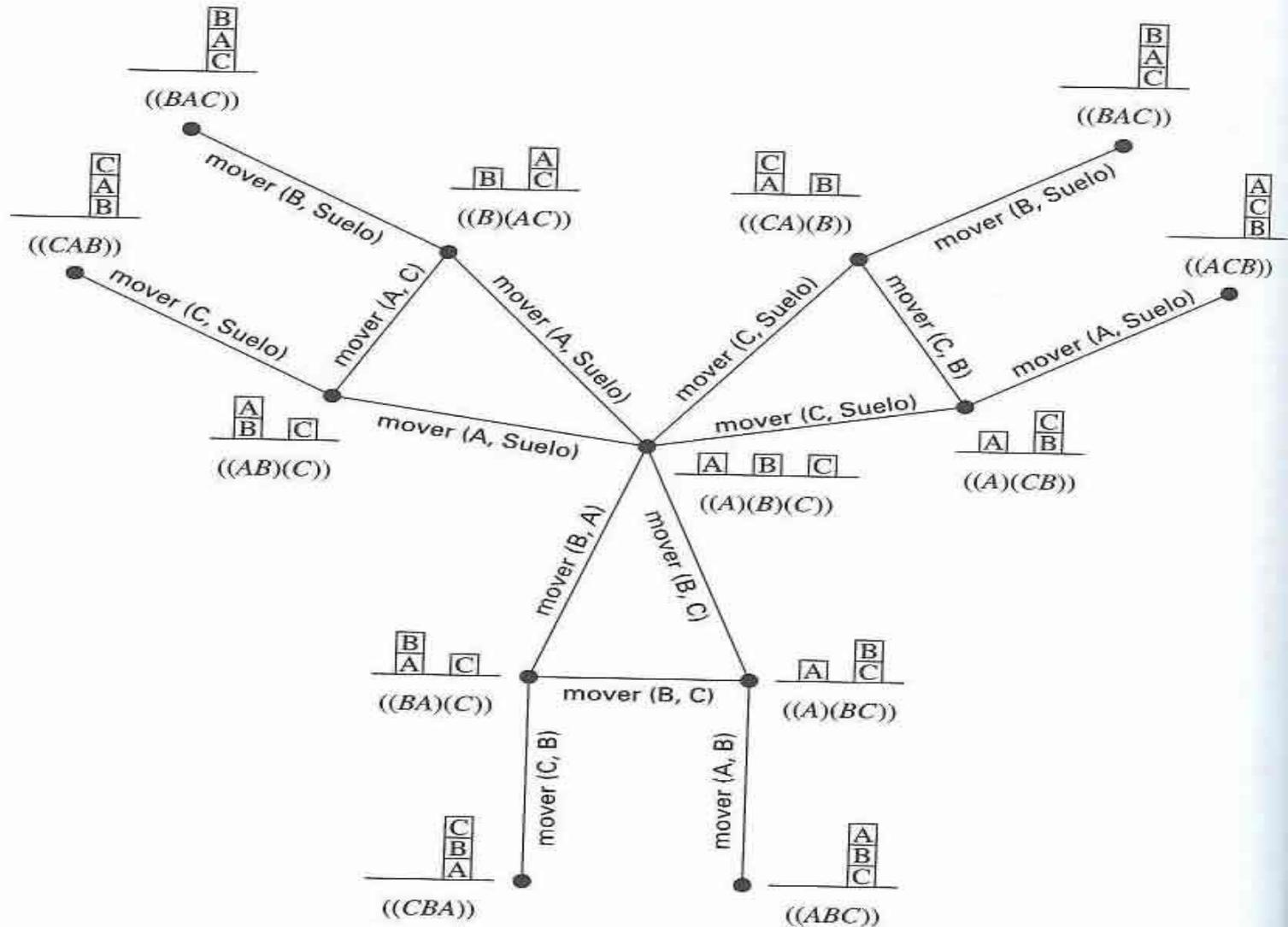


Figura 7.2.

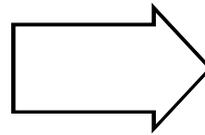
# Planificación y Búsqueda en Grafos

- El "plan" del agente puede ser visto como un camino en el grafo de estados
  - Esto suponiendo que el grafo es estático (el mundo sólo cambia por efecto de las acciones del agente)
  - En caso contrario encontrar un plan es más complejo
- Planificación: encontrar un camino entre el estado inicial y el estado objetivo
- Podemos estar interesados en determinados caminos:
  - El más corto, el de menor costo, sujeto a restricciones, etc.

# Ejemplo: puzzle de ocho piezas

Estado Inicial

2	8	3
1	6	4
7		5

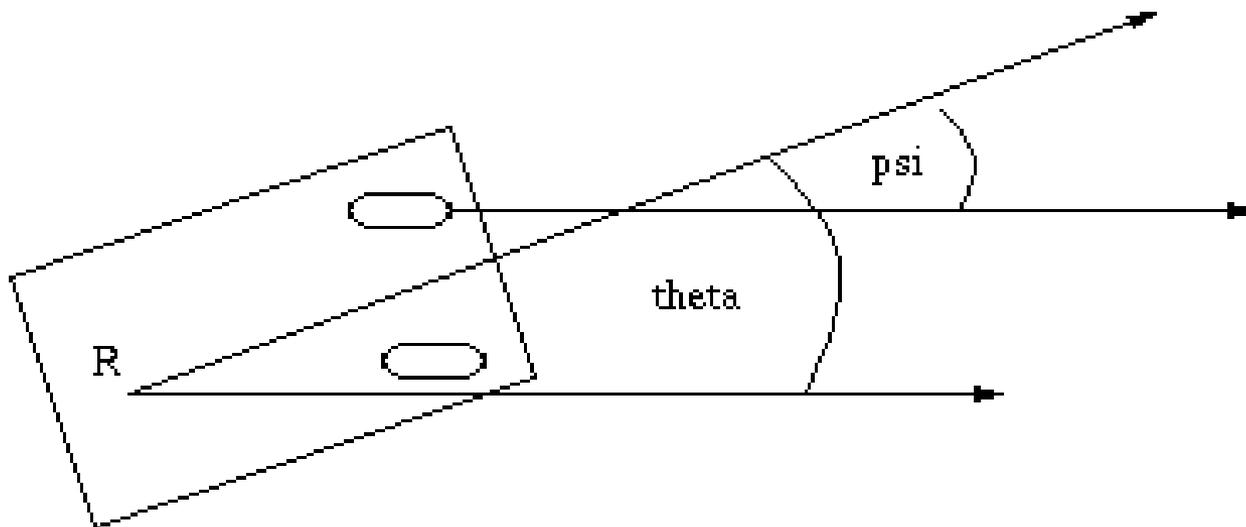


Objetivo

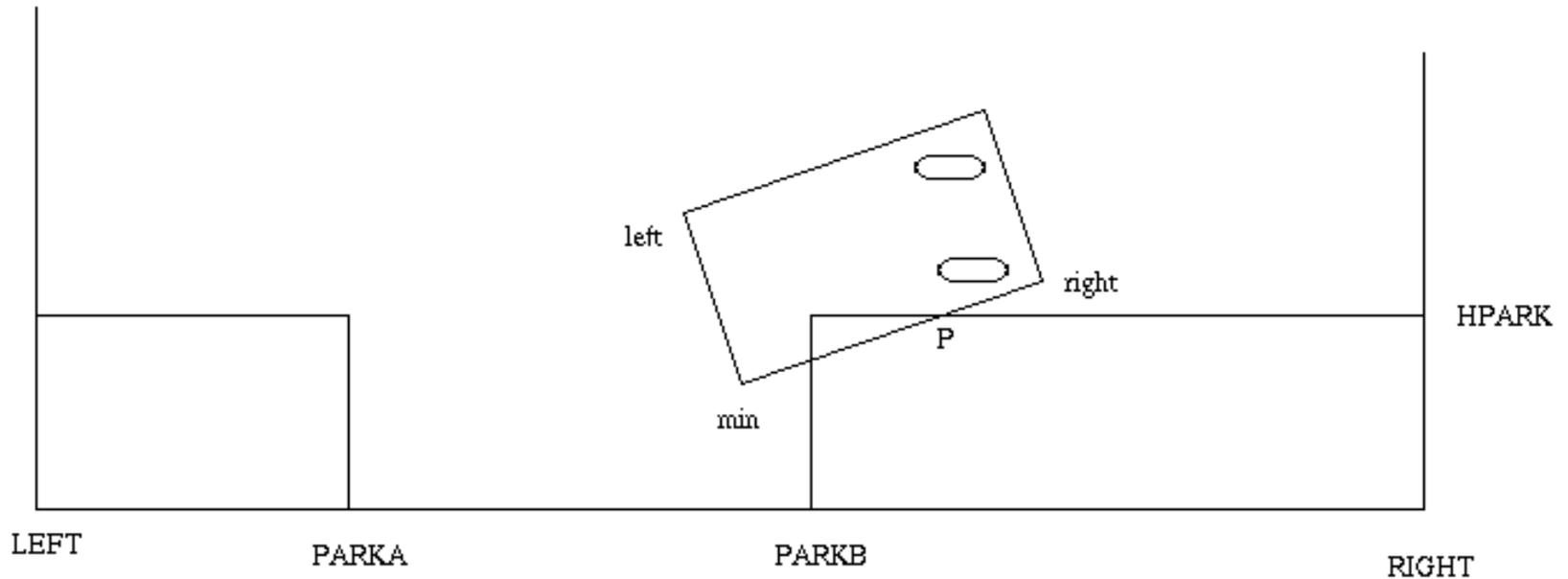
1	2	3
8		4
7	6	5

# Ejemplo: Agente Estacionador de Autos

- Espacio de estados:  $(x, y, \theta)$
- Acciones:  $(v, \psi)$



# Agente Estacionador de Autos: evitando colisiones



# Agente Estacionador de Autos

- Basado en Técnicas de Búsqueda en Grafos: se uso una variante del algoritmo  $A^*$
- Estacionada convencional 
- Estacionada no convencional 
- Plan ineficiente 

# IA y Búsqueda en Grafos

- Robótica: planificación de acciones en robots.
- Juegos: puzzles, Backgammon, Ajedrez,
- Problemas combinatorios: programación, logística, problemas de optimización.
- Demostraciones matemáticas y lógicas.
  - Resolución es un problema de búsqueda.
- Diagnósticos en sistemas expertos
- MUCHOS problemas en IA pueden ser modelados como búsqueda en grafos

# Grafos

- Grafo dirigido:  $(N,E)$ :
  - $N$  es un conjunto de nodos, representan estados;
  - $E$  es un conjunto de arcos dirigidos entre nodos; representan acciones.
- Nodos y arcos están etiquetados con propiedades:
  - Propiedades de nodos: ej., valore, atributos, etc.
  - Propiedades de arcos: costo de la acción, atributos, etc.
- Árbol:
  - Nodo raíz, no está conectado desde ningún nodo
  - Cada nodo está directamente conectado desde un único nodo
- Camino: secuencia de nodos  $(n_1, \dots, n_k)$  donde  $n_i$  está directamente conectado a  $n_{i+1}$
- Ciclo: camino  $(n_1, \dots, n_k)$  donde  $n_1 = n_k$
- Camino y Grafo acíclico: no tienen ciclos

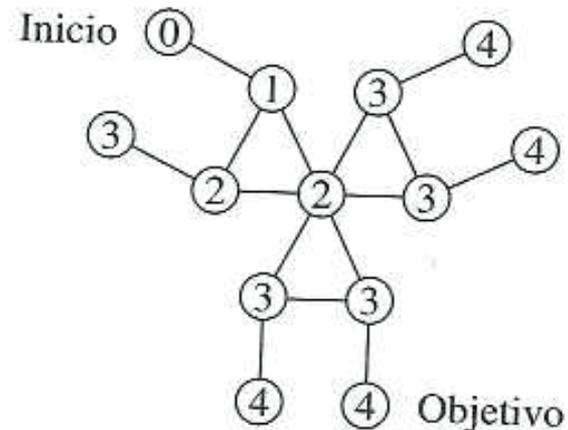
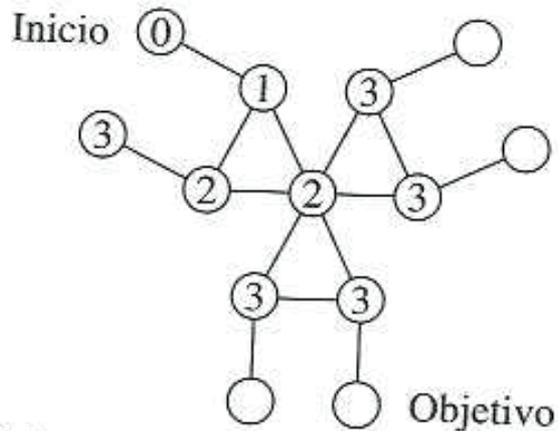
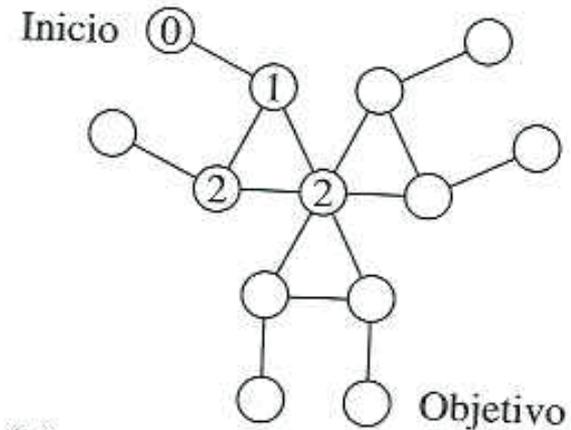
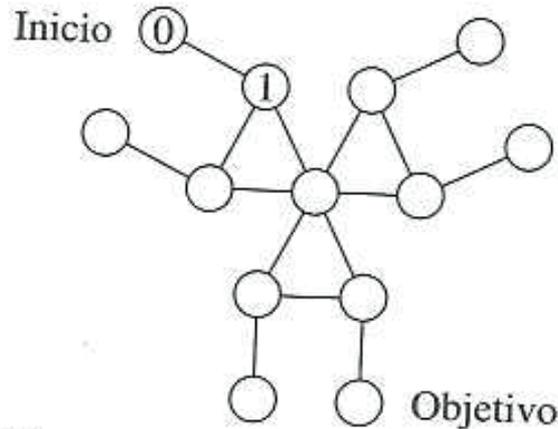
# Problema de Búsqueda en Grafos

- Dado un grafo  $(N,E)$ , un nodo de inicio  $s \in N$ , un conjunto de nodos objetivos  $G \subset N$ , encontrar un camino desde  $s$  a algún nodo en  $G$  que satisfaga una propiedad  $X$ :
- Propiedades posibles:
  - $X = \text{"null"}$ : cualquier camino sirve
  - $X = \text{"P es el mejor camino a un nodo en G"}$ : criterio de optimización
    - Ejemplo: camino más corto, menor costo, más rápido, etc.
  - $X = \text{"P tiene calidad mayor que q"}$ : problema de "satisfacción"
    - Ejemplo: camino que me lleve de un punto a otro en menos de  $q$  minutos.

# Grafos Implícitos vs. Explícitos

- Los problemas de búsqueda más interesantes involucran grafos implícitos:
  - No siempre posible construir/almacenar grafos de estados,
    - Ej., Ajedrez tiene aprox.  $10^{10}$  estados.
  - Mejor generar estados vecinos a medida que recorremos el grafo
  - Requiere definir qué acciones usar para generar vecinos

# Algoritmo Genérico de Búsqueda

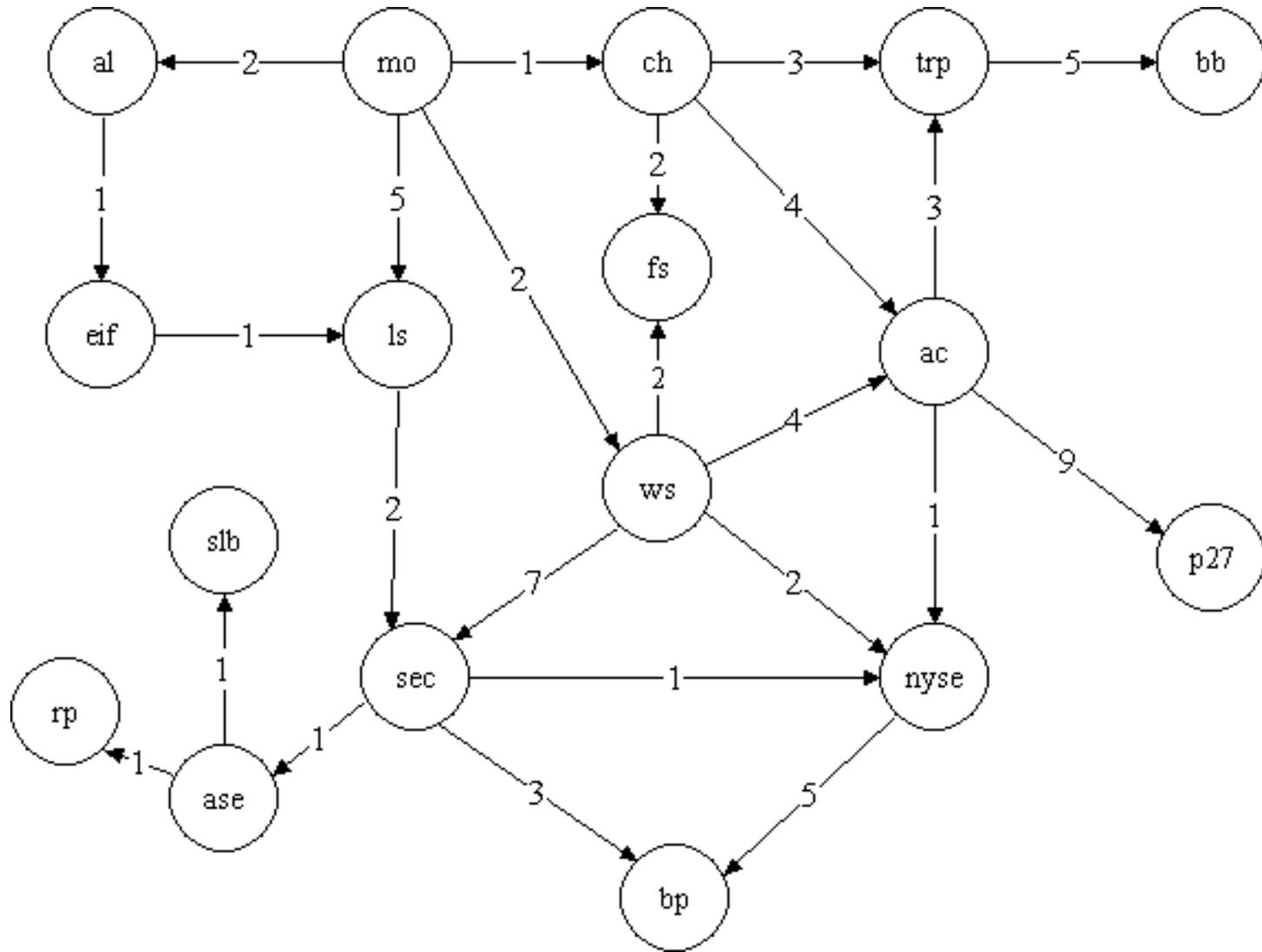


# Algoritmo Genérico de Búsqueda

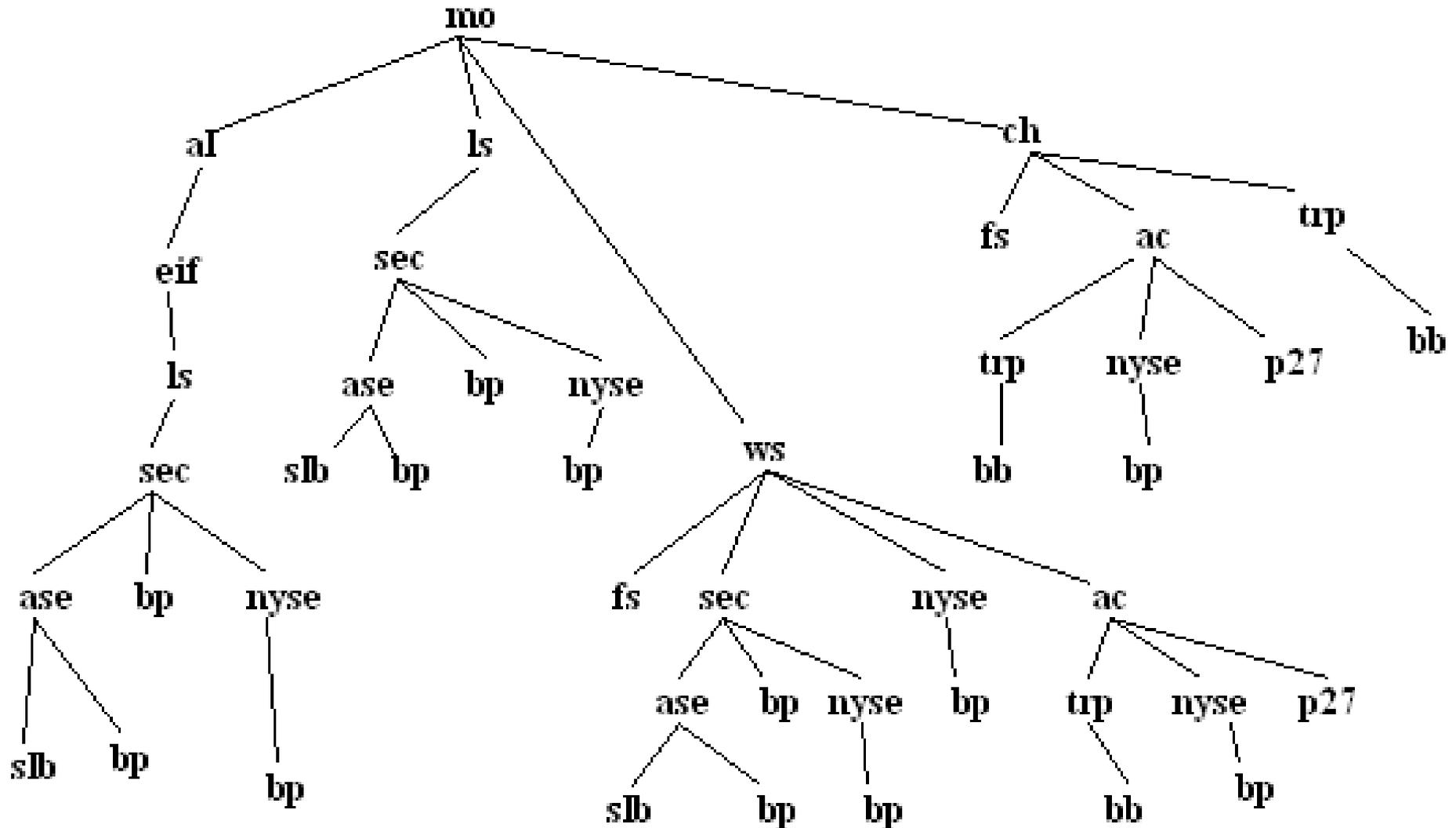
- Input:  $(V,E)$ ,  $s$ ,  $G$ ,  $X$
- Variables:
  - FRONTERA: lista de nodos a visitar, inicialmente  $s$
  - Tr: árbol de búsqueda, originalmente contiene un nodo etiquetado con  $s$
- While (FRONTERA no es vacío) do
  - Sacar primer nodo  $n$  de FRONTERA
  - Si  $n$  está en  $G$  y su camino satisface  $X$  stop, entregar solución
  - Agregar al final de FRONTERA nodos  $P$  apuntados por  $n$
  - Por cada nodo  $r$  en  $P$ , agregar un nuevo nodo a Tr, etiquetarlo con  $r$  y conectarlo desde el nodo de Tr asociado a  $n$
  - Reordenar FRONTERA de acuerdo a algún esquema

# Manhattan Bike Currier (Acíclico)

## Ref. Curso IA U. of Toronto



# Arbol de Búsqueda (s = mo)



# Árbol de búsqueda

- Guarda los caminos generados (recordar que estamos buscando caminos)
- Un nodo de grafo puede aparecer más de una vez en el árbol de búsqueda
- El árbol de búsqueda puede ser mucho más grande que el grafo original
- Al nivel  $k$  del árbol de búsqueda:
  - se tienen todos los estados que se pueden alcanzar desde  $s$  en  $k$  pasos
  - Todo camino de largo  $k$  desde  $s$  en el grafo es un camino en el árbol de búsqueda
- **FRONTERA** contiene las hojas del árbol

# Estrategias de Búsqueda

- Búsqueda Primero en Anchura
- Búsqueda Primero en Profundidad

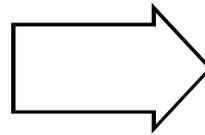
# Búsqueda Primero en Anchura (breadth-first search)

- El árbol de búsqueda se genera a lo ancho
- Variante: búsqueda de costo uniforme (Dijkstra, 1959)
  - Se expanden los nodos de igual costo
- Costo en memoria:
  - El árbol es exponencial en su profundidad máxima

# Ejemplo: puzzle de ocho piezas

Estado Inicial

2	8	3
1	6	4
7		5



Objetivo

1	2	3
8		4
7	6	5

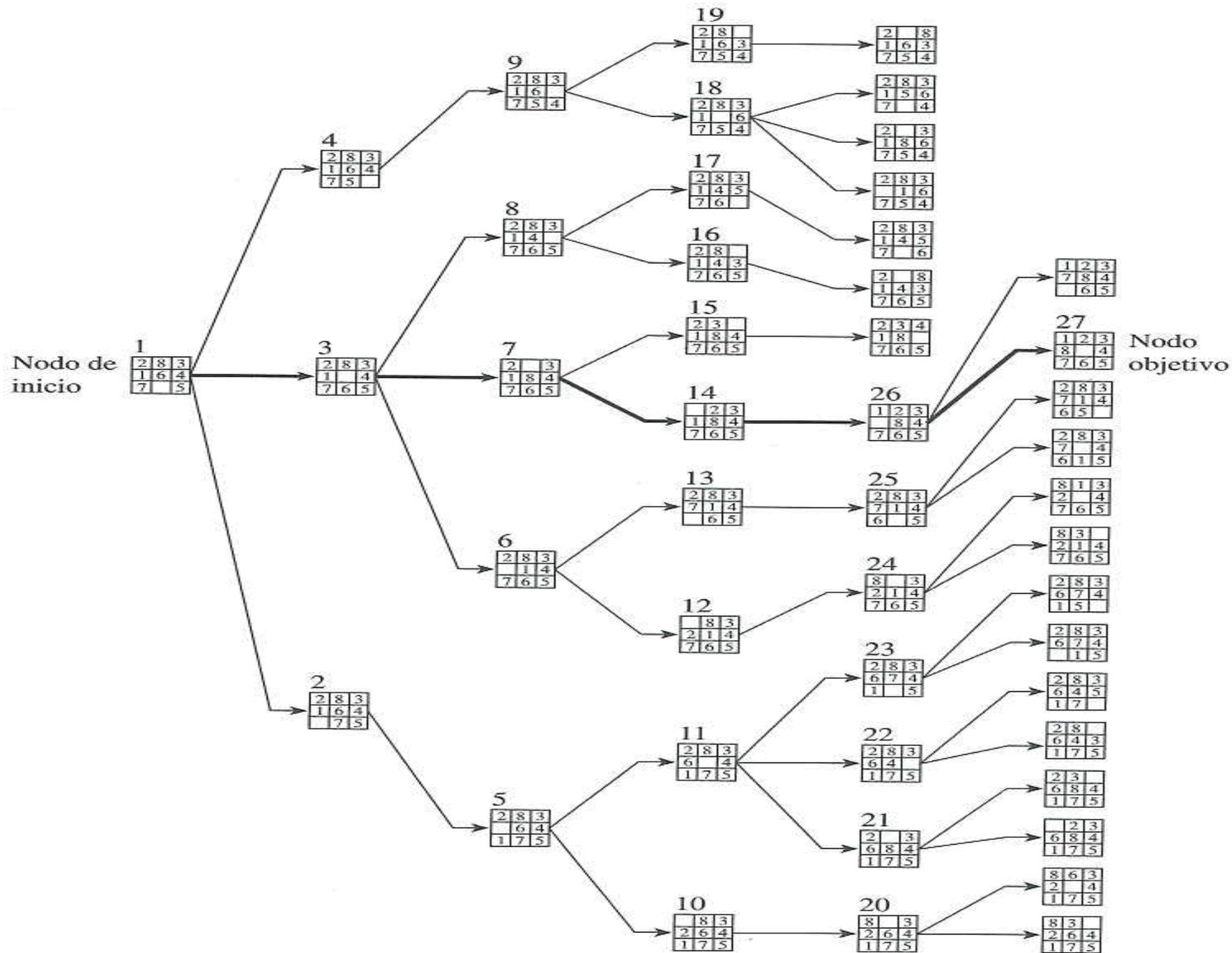
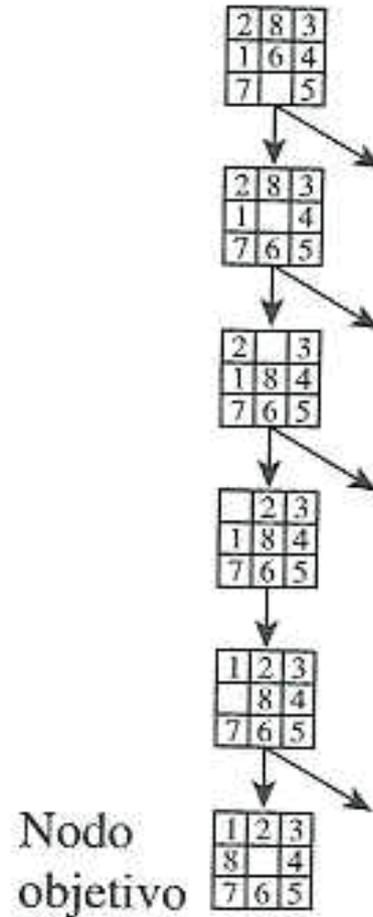


Figura 8.2.

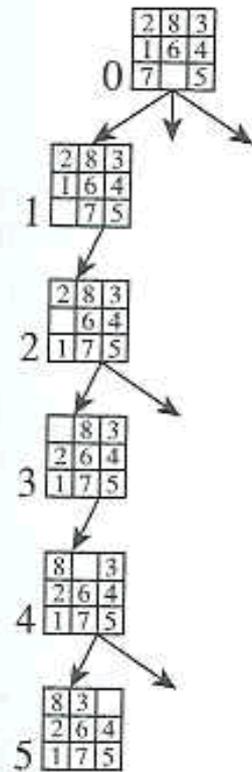
# Búsqueda primero en profundidad (depth-first search)

- El árbol de búsqueda se genera en profundidad y sólo almacenamos un solo camino en el.
- Usualmente se fija una profundidad límite
- El tamaño del árbol de búsqueda es a lo más lineal en la profundidad límite.
- Requiere saltos hacia atrás (backtracking)
  - Ejemplo, si se llega a una profundidad límite saltar hacia atrás.
- Sin embargo, si encontramos el nodo objetivo, no podemos asegurar que es el de menor profundidad (camino más corto).

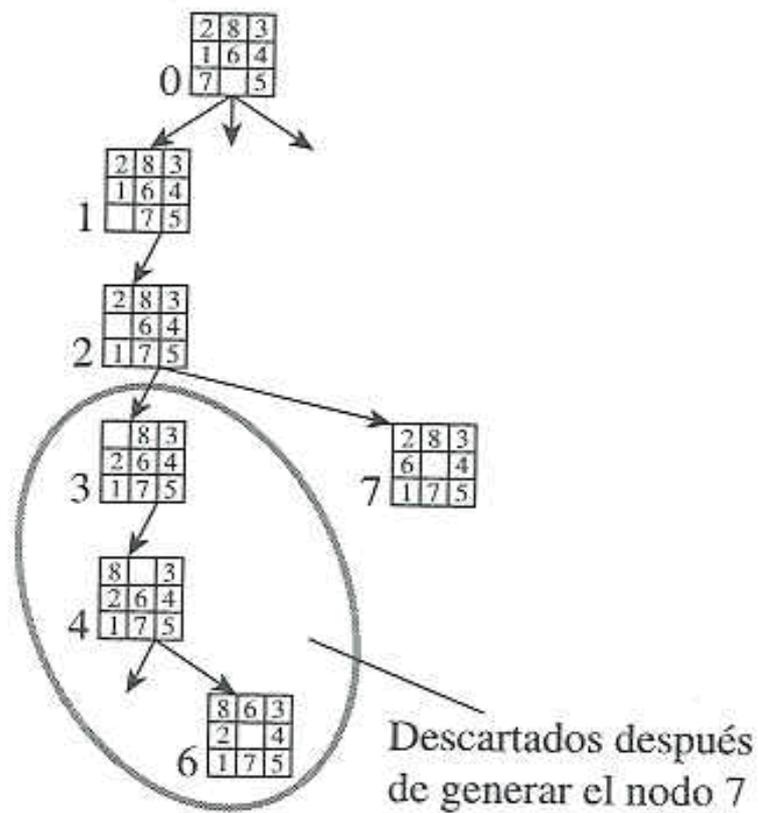
# Ejemplo: búsqueda en profundidad



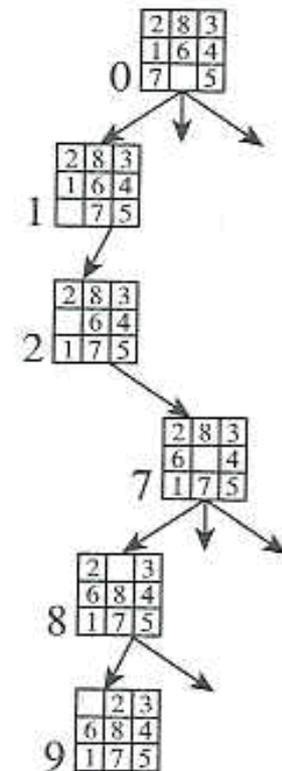
# Ejemplo: búsqueda en profundidad con profundidad límite 5



(a)



(b)



(c)

# Descenso Iterativo

- En cada paso buscamos en profundidad con profundidad límite
- Después de cada paso aumentamos la profundidad límite
- Más adelante mostraremos que el número de nodos expandidos no es necesariamente mucho mayor que en la búsqueda en anchura

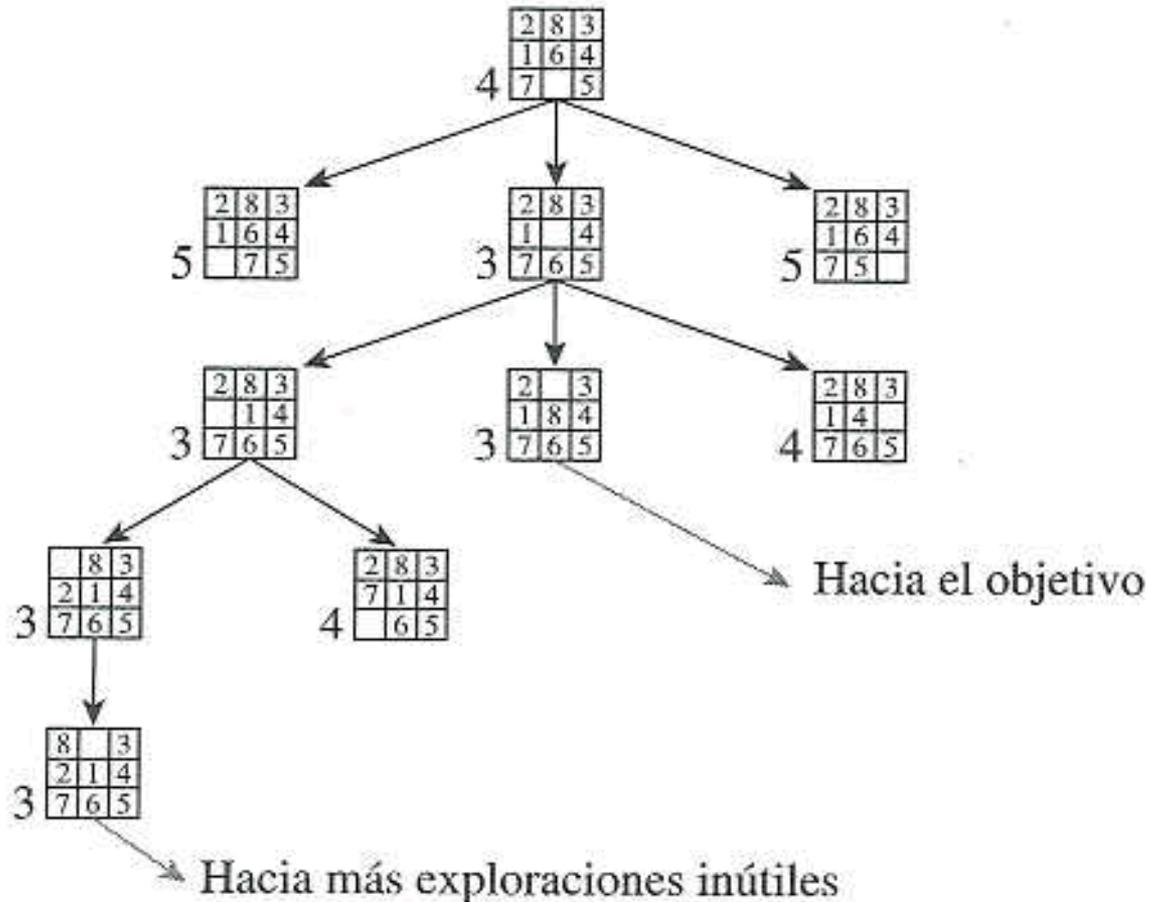


# Búsqueda Heurística

- Tenemos una función  $f$  (función de evaluación) que determina cómo ordenamos la lista FRONTERA
- $f$  es una función definida sobre las descripciones de los estados
- $f$  define cuál es el mejor nodo para expandir
  - A menor  $f(n)$ , expandir  $n$  es mejor
- En la mayoría de los casos es posible encontrar buenas funciones de evaluación

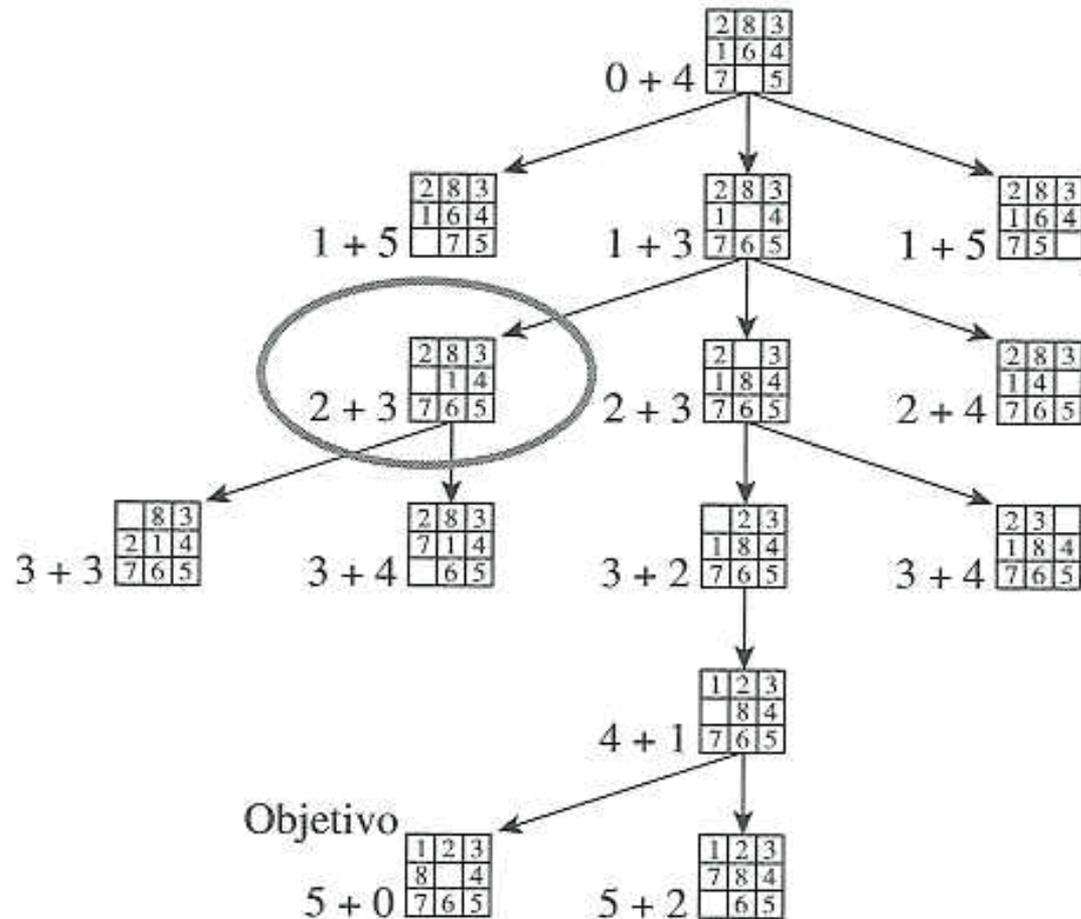
# Búsqueda Heurística: Ejemplo

- $f(n)$  = número de fichas descolocadas (comparadas con el estado objet



# Factor de profundidad

- Funciona mejor  $f(n) = g(n) + h(n)$



# Algoritmo A\*

- [Hart, Nilsson and Raphael, 1968]
- *Idea:*
  - *Algoritmo genérico, pero...*
  - *Reordenar FRONTERA de acuerdo a función  $f$*

# Algoritmo A\*

- Input:  $(V, E)$ ,  $s$ ,  $G$ ,  $X$
- Variables:
  - FRONTERA: lista de nodos a visitar, inicialmente  $s$
  - Tr: árbol de búsqueda, originalmente contiene un nodo etiquetado con  $s$
- While (FRONTERA no es vacío) do
  - Sacar primer nodo  $n$  de FRONTERA
  - Si  $n$  está en  $G$  (y su camino satisface  $X$ ) stop, entregar solución
  - Agregar al final de FRONTERA nodos  $P$  apuntados por  $n$
  - Por cada nodo  $r$  en  $P$ , agregar un nuevo nodo a Tr, etiquetarlo con  $r$  y conectarlo desde el nodo de Tr asociado a  $n$
  - *Reordenar FRONTERA de acuerdo a función  $f$*