

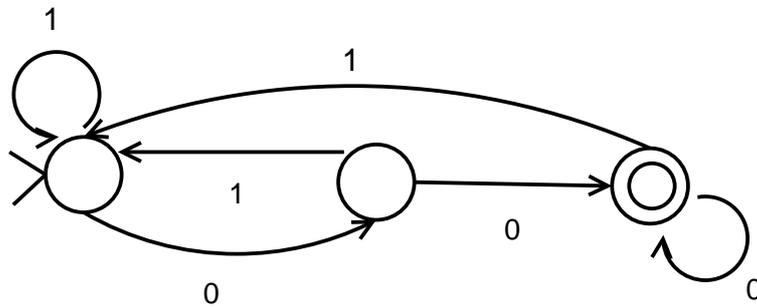
Pauta Tarea1 CC30B

8 de abril de 2007

Problema 1:

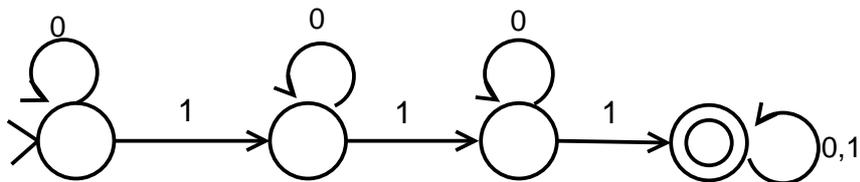
a) $\{ w \mid w \text{ termina con } 00 \}$ (0.5pts.)

Solución:



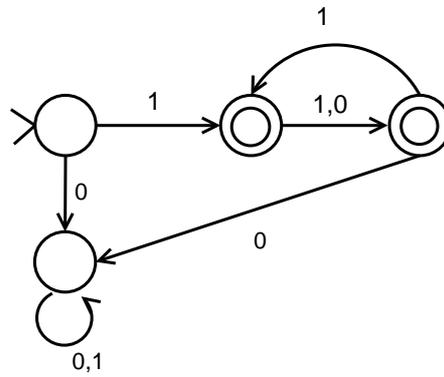
b) $\{ w \mid w \text{ contiene al menos tres } 1\text{'s} \}$ (0.5pts.)

Solución:



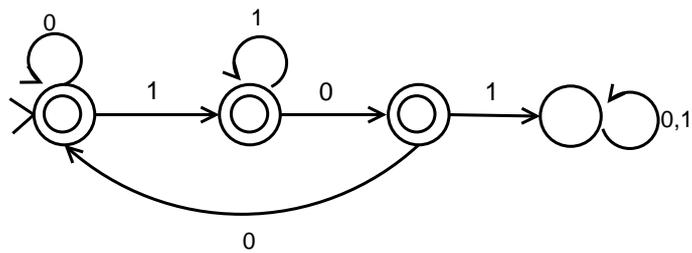
c) $\{ w \mid w \text{ tiene un 1 en cada posición impar} \}$ (1pt.)

Solución:



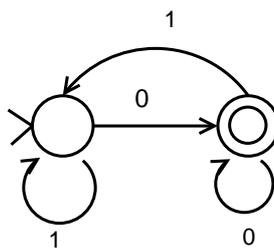
d) $\{ w \mid w \text{ no contiene la cadena 101} \}$ (1pt.)

Solución:



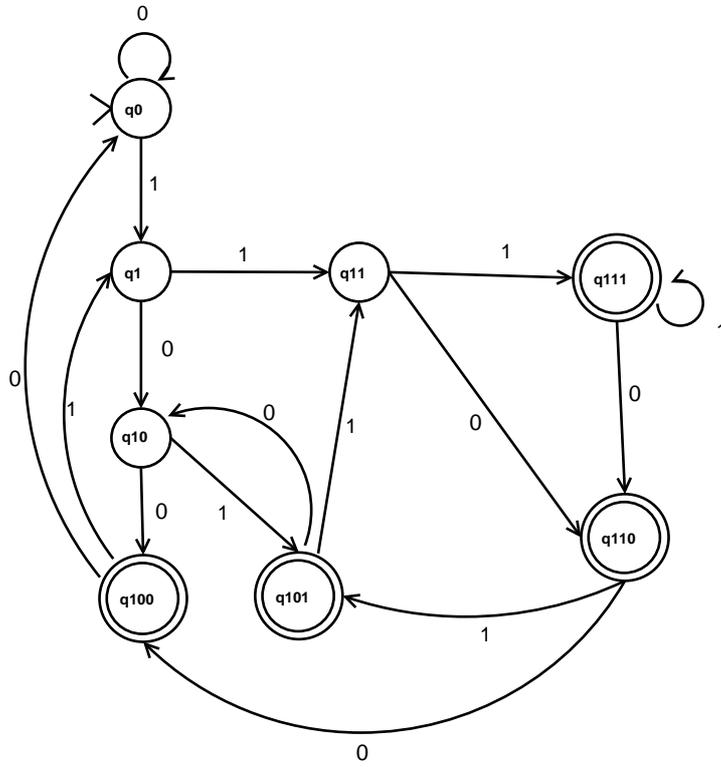
e) $\{ w \mid w \text{ representa un número múltiplo de 2 escrito en binario} \}$ (1pt.)

Solución:



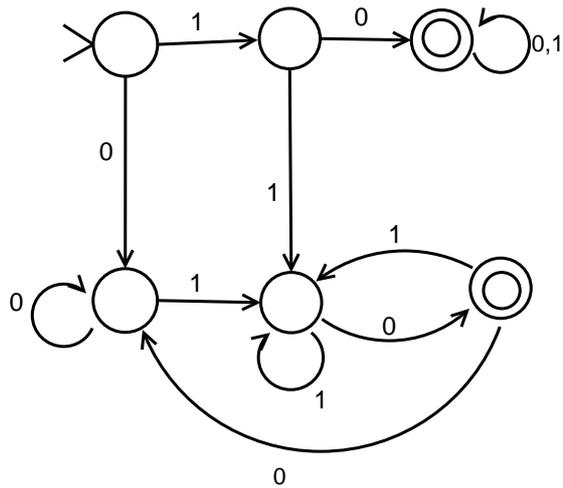
f) $\{ w \mid \text{el tercer s\u00edmbolo de izquierda a derecha de } w \text{ es } 1 \}$ (1pt.)

Soluci\u00f3n:



g) $\{ w \mid w \text{ comienza o termina (o ambos) con } 10 \}$ (1pt.)

Soluci\u00f3n:



Problema 2

- a) Entregue la descripción formal del AFD de la figura 1 (ver enunciado). (**3 pts.**)

Solución:

$$M=(Q,\Sigma,\delta,q,F)$$

$$Q = \{q_0, q_1, q_2, q_3, q_4\}$$

$$\Sigma = \{0,1\}$$

$$q=q_0$$

$$F = \{q_0, q_1, q_2\}$$

δ	0	1
q_0	q_1	q_2
q_1	q_1	q_3
q_2	q_4	q_2
q_3	q_1	q_3
q_4	q_4	q_2

- b) Describa en Castellano el lenguaje generado por el AFD de la figura 1. Su descripción debe ser lo más breve y descriptiva posible. (**3 pts.**)

Solución:

El lenguaje es:

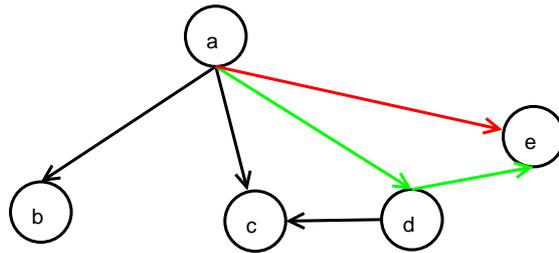
- Todos las palabras en $\{0,1\}^*$ que comienzan o terminan con el mismo símbolo.

Problema 3

- (a) Describa la clausura transitiva R^* de la relación $R = \{(a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e)\}$.
 Dibuje el grafo dirigido que representa la relación R^* . (3 pts.)

Solución:

$R^* = R \cup \{(a, e)\}$ ya que existen las relaciones (o arcos en el grafo) (a, d) y (d, e) , las cuales relacionan transitivamente a con e . La otra relación a agregar es (a, c) ya que existen las relaciones (a, d) y $(d, c) \in R$, pero $(a, c) \notin R$, por lo que $R^* = \{(a, b), (a, c), (a, d), (d, c), (d, e), (a, e)\}$.



El arco en rojo es la relación que se agrega y los arcos en verdes son la razón por lo cual se agregó el nuevo arco.

- (b) Sea M el autómata finito de la figura 1 y considera la cadena $w = 1011001$.
 Escriba en orden todas las configuraciones por las cuales atraviesa M al recibir w como entrada. (3 pts.)

Solución:

$(q_0, 1011001) \vdash_M (q_2, 011001) \vdash_M (q_4, 11001) \vdash_M (q_2, 1001) \vdash_M (q_2, 001) \vdash_M (q_4, 01) \vdash_M (q_4, 1) \vdash_M (q_2, \epsilon)$

Problema 4(BONUS)

Sea $L = \{w \in \{0,1\}^* | w \text{ comienza con } 1 \text{ y representa un número en binario múltiplo de } 5\}$. Dibuje el autómata finito determinista que reconoce el lenguaje L .

Solución:

Para resolver el problema hay que notar que si un número binario x es múltiplo de 5 entonces $x \bmod(5) = 0$, luego la intuición nos dice que los estados del autómata tienen que estar relacionados con con la función módulo 5 del numero binario.

Luego se debe notar que al agregar un bit a la izquierda a x , este se multiplica por 2 y se suma 1 si el bit agregado es 1 (no suma si el bit es 0). Por inspección podemos sacar las siguientes conclusiones.

Sea w una cadena en $\{0,1\}$ representando un número binario. Sea $b \in \{0,1\}$, entonces:

- Si $w \bmod(5) = 0$, entonces $wb \bmod(5) = 0$ si $b = 0$ y $wb \bmod(5) = 1$ si $b = 1$.
- Si $w \bmod(5) = 1$, entonces $wb \bmod(5) = 2$ si $b = 0$ y $wb \bmod(5) = 3$ si $b = 1$.
- Si $w \bmod(5) = 2$, entonces $wb \bmod(5) = 4$ si $b = 0$ y $wb \bmod(5) = 0$ si $b = 1$.
- Si $w \bmod(5) = 3$, entonces $wb \bmod(5) = 1$ si $b = 0$ y $wb \bmod(5) = 2$ si $b = 1$.
- Si $w \bmod(5) = 4$, entonces $wb \bmod(5) = 3$ si $b = 0$ y $wb \bmod(5) = 4$ si $b = 1$.

Las conclusiones antes descritas dejan claro las reglas del autómata si se nombra cada estado como el módulo en base 5 del string leído hasta el momento.

