Clase Auxiliar 4

1.- Descripción Formal de un Modelo

Un modelo se pude describir formalmente como un autómata finito descrito por la cuádrupla:

(ESTADOS, SALIDAS, δ, λ)

donde:

ESTADOS = $\{(e_1, ..., e_n) \in$ ESTADO_1x...xESTADO_n | $(e_1, ..., e_n)$ es un estado del sistema$\}$, donde ESTADO_i es el rango de la variable de estado i.

SALIDAS = $\{(s_1, ..., s_n) \in$ SALIDA_1x...xSALIDA_n | $(s_1, ..., s_n)$ es la salida en un instante dado$\}$, donde SALIDA_i es el rango de la variable de salida i.

δ: ESTADOS $\rightarrow$ ESTADOS; es la *función de transición de estados*
λ: ESTADOS $\rightarrow$ SALIDAS; es la *función de salida*

Esto es en el caso de los modelos (de tiempo discreto) autónomos. Si el modelo es no-autónomo, entonces el autómata queda descrito por la quíntupla:

(ENTRADAS, ESTADOS, SALIDAS, δ, λ)

donde ESTADOS y SALIDAS se definen igual que arriba y:

ENTRADAS = ENTRADA_1 x...x ENTRADA_n, donde ENTRADA_i es el rango de la variable de entrada i.

δ: ESTADOS x ENTRADAS $\rightarrow$ ESTADOS; es la *función de transición de estados*
λ: ESTADOS x ENTRADAS $\rightarrow$ SALIDAS; es la *función de salida*

Es importante notar que ENTRADAS se define como el producto cruz de todos los rangos de entrada, mientras que ESTADOS y SALIDAS son sólo subconjuntos de los productos cruces de los rangos de entrada y salida, respectivamente. ¿Por qué? Porque hay estados y salidas que son imposibles.

Ejemplo: un semáforo, con variables de estado LUZ_ROJA, con rango {ON, OFF} y LUZ_VERDE con el mismo rango.

LUZ_ROJA x LUZ_VERDE = {(ON, OFF), (OFF, ON), (OFF, OFF), (ON, ON)}

Sin embargo, ESTADOS = {(ON, OFF), (OFF, ON)} $\subseteq$ LUZ_ROJA x LUZ_VERDE, ya que nunca estarán apagadas ambas luces al mismo tiempo o prendidas al mismo tiempo.

Función de Transición (δ)

Esta función, a partir de las entradas y estados en el instante de tiempo **t**, nos da los estados en el siguiente instante de tiempo, **t'**. Se puede representar como diagrama o tabla, de manera equivalente. O sea que es posible pasar de una forma de representación a la otra.

Función de Salida (λ)

Esta función, a partir de las entradas y estados en el instante de tiempo **t**, nos entrega las variables de salida del mismo instante **t**.

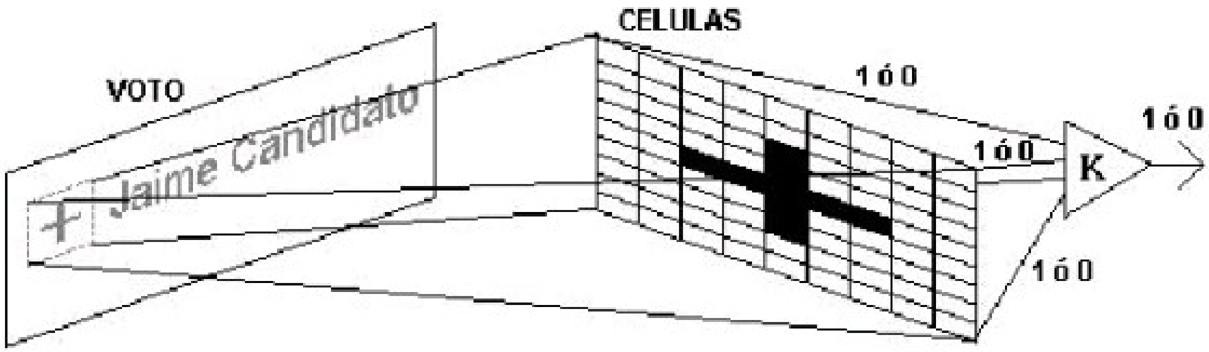
Nota:

Las variables de salida se pueden elegir arbitrariamente entre todas las variables descriptivas. O sea que una variable de estado también puede ser de salida, así como una variable descriptiva puede que no pertenezca a la salida.

Problemas

Problema #1

Suponga que existe el siguiente dispositivo de conteo de votos denominado Votómetro. C onsiste en una matriz de 9×9 células fotoeléctricas que detectan si en un sector hay luz o no hay luz, y envía respectivamente un 1 ó un 0 a la componente K. La componente K pondera la cifra que recibe cada célula con un “peso” y en seguida, suma los valores obtenidos. Si la suma ponderada es mayor que 40, el dispositivo entrega un 1 (“sí”), mientras que si es menor o igual, entrega un 0 (“no”). Los pesos son 4 para todas las células que están en la columna central (Nº 5) y/o en la fila central (Nº 5), y son –1 para las otras.



La lectura de las células es instantánea y su trasmisión a K también.. K demora una unidad de tiempo en generar su respuesta.

Usted debe hacer la descripción formal del modelo descrito anteriormente.

Problema #2

Suponga que la función de transición δ: ESTADO x ENTRADA $\rightarrow$ ESTADO de un modelo está representado en la siguiente tabla. Si el estado inicial es E0, especifique:

- dos secuencias de entrada distintas que hagan que el modelo quede en estado E4, en exactamente cuatro instantes de tiempo más, y
- dos secuencias que haganlo mismo, pero transcurridos exactamente cinco instantes de tiempo.

No es necesario especificar la tupla del sistema, ni justificar las secuencias escogidas.

ENTRADAS = {0,1}

ESTADOS = {E0, E1, E2, E3, E4}

ESTADO	ENTRADA	ESTADO (δ)
E0	0	E1
E0	1	E2
E1	0	E1
E1	1	E2
E2	0	E1
E2	1	E3
E3	0	E3
E3	1	E4
E4	0,1	E4

Problema #3

En la ciudad de Pelotillehue, el Departamento de Tránsito se encuentra preocupado por la serie de accidentes que se producen en las calles de la ciudad. Es por ello que ha diseñado un nuevo sistema que permitirá controlar y castigar a los conduvtores que cometen infracciones en forma reiterada.

Para ello:
– Si un conductor comete una infracción se le suman puntos negativos a su historial de acuerdo a la gravedad de la infracción: 1 punto si es leve, 5 si es grave y 3 en el resto de los casos.
– Si un condutor acumula más de 10 puntos negativos al final del año, entonces no se le renueva la licencia de conducir durante 1 año (la renovación se efectúa al final de cada año).
– Si un conductor no acumula puntos negativos en un año, entonces se le borran los puntos acumulados hasta el momento.
– Si un conductor no acumula puntos negativos en dos años consecutivos, entonces se incrementa su límite de infracciones en un 20% para los siguientes años.
– Si a un conductor le han negado la renovación de su licencia de conducir en más de 3 ocasiones (por sumar muchos puntos negativos), entonces no se le permite conducir de por vida.

Haga el la descripción formal del modelo del nuevo sistema para el Departamento de Tránsito de Pelotillehue. Considere variable a observar la renovación (o no) de la licencia.

Solución de los Problemas

Problema #1

La descripción forma es la quintupla (ENTRADAS, ESTADOS, SALIDAS, δ, λ) donde:

ENTRADAS: $C = \{0,1\}^{81}$
(que interpretamos como una matriz tal que Cij = 1 si hay luz o Cij = 0 si no hay luz).
ESTADOS: d = {0,1}
(Corresponde a la decisión tomada por K)
SALIDAS: d = {0,1}

δ: ENTRADAS x ESTADOS $\rightarrow$ ESTADOS

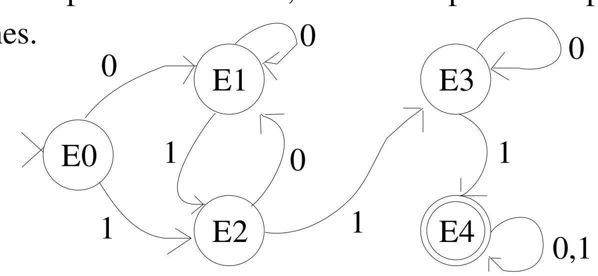
$$\delta(C, d)= \begin{cases} 0 \text{ si } \sum_i \sum_j C_{ij} * W_{ij} \geq 40 \\ 1 \text{ si no} \end{cases}$$

$$\text{donde } W_{ij} = \begin{cases} 4 \text{ si } i=5 \text{ o } j=5 \\ -1 \text{ si no} \end{cases}$$

λ: ENTRADAS x ESTADOS $\rightarrow$ SALIDAS
$\lambda(C,d) = d$

Problema #2

Hacemos el diagrama de estados (grafo), pues este nos permitirá ver la solución al problema en forma más simple. En todo caso, también es posible responder sin hacerlo, sólo mirando la tabla de transiciones.



Entonces se proponen las siguientes secuencias:
– 1101 y 0111
– 00111 y 11001

Problema #3

-Componentes:
CONDUCTOR_i con i

Variables Descriptivas:
CONDUCTOR_i:
- PUNTOS_ACUMULADOS_i: con rango $\{x \,/\, x \in \mathbb{N}\}$
- LIMITE_i: con rango $\{ x \in \mathbb{N} \,/\, x \geq 10\}$
- RENUEVA_i: con rango {SI, NO}
- CASTIGADO_i: con rango $\{x \,/\, x \in \mathbb{N}\}$

-Variables de Entrada: INFRACCION_i_j = {1,3,5} con $i,j \in \mathbb{N}$ (que corresponde a la infracción j del CONDUCTOR_i) $\Rightarrow$ ENTRADAS=$\{1,3,5\}^j$

-Variables de Estado: {PUNTOS_ACUMULADOS_i, LIMITE_i, CASTIGADO_i}
$\Rightarrow$ ESTADOS $\subseteq \{x \,/\, x \in \mathbb{N}\} \times \{ x \in \mathbb{N} \,/\, x \geq 10\}$ x CASTIGADO_i

Variables de Salida: {RENUEVA_i} $\Rightarrow$ SALIDAS = {SI, NO}

δ: ENTRADAS x ESTADOS $\rightarrow$ ESTADOS

(PUNTOS_ACUMULADOS_i’, LIMITE_i’, CASTIGADO_i’) =

- **(0, LIMITE_i, CASTIGADO_i)** si $\sum$j INFRACCION_i_j=0
- **(PUNTOS_ACUMULADOS_i + $\sum$j INFRACCION_i_j, LIMITE_i*1.2, CASTIGADO_i)** si $\sum$j INFRACCION_i_j=0 y PUNTOS_ACUMULADOS_i=0
- **(PUNTOS_ACUMULADOS_i + $\sum$j INFRACCION_i_j, LIMITE_i, CASTIGADO_i + 1)** si PUNTOS_ACUMULADOS_i + $\sum$j INFRACCION_i_j > LIMITE_i
- **(LIMITE_i+1, LIMITE_i, CASTIGADO_i)** Si CASTIGADO_i > 3
- **(PUNTOS_ACUMULADOS_i + $\sum$j INFRACCION_i_j, LIMITE_i, CASTIGADO_i)** en el resto de los casos.

λ: ENTRADAS x ESTADOS $\rightarrow$ SALIDAS

(RENUEVA_i) = **(NO)** si $\sum$j INFRACCION_i_j + PUNTOS_ACUMULADOS_i > LIMITE_i
(SI) si $\sum$j INFRACCION_i_j = 0 (si no, no funciona bien cuando está suspendido)
(SI) en el resto de los casos

Y asi definimos la quíntupla (ENTRADAS, ESTADOS, SALIDAS, δ, λ).