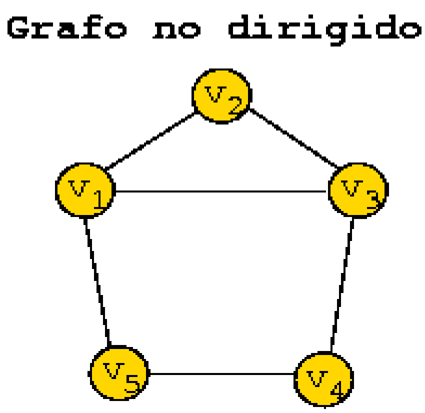
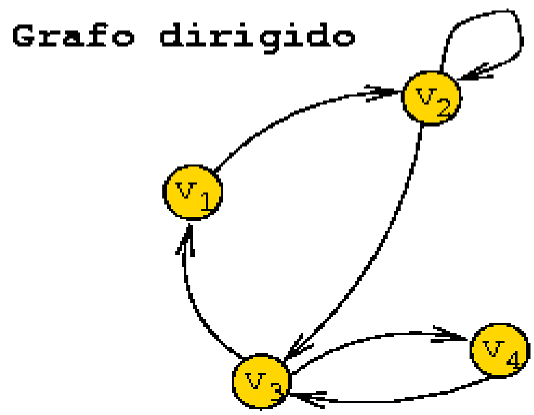
MODELAMIENTO DE REDES

Las redes se modelan con grafos. Un Grafo G(V,E) consiste de un conjunto de vértices V y un conjunto de aristas E que conectan a los vértices. Los grafos pueden ser extendidos mediante la adición de rótulos (labels) a los arcos. Estos rótulos pueden representar costos, longitudes, distancias, pesos, etc.



V = {v1,v2,v3,v4,v5}

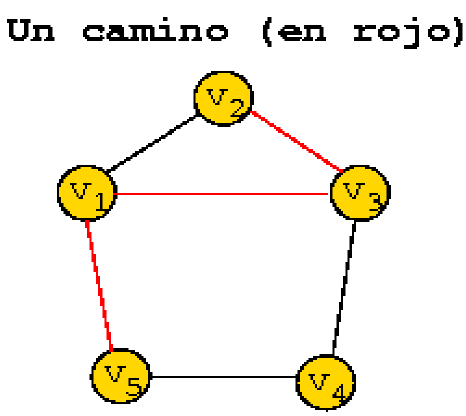
E = { {v1,v2}, {v1,v3}, {v1,v5}, {v2,v3}, {v3,v4}, {v4,v5} }

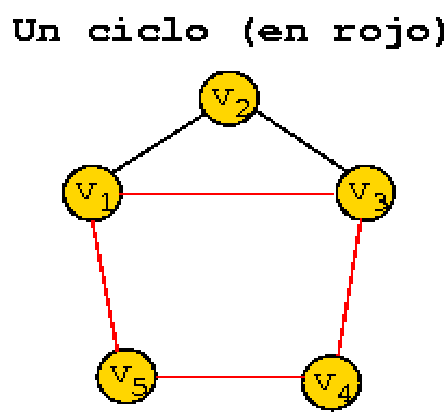


V = {v1,v2,v3,v4}

E = { (v1,v2), (v2,v2), (v2,v3), (v3,v1), (v3,v4), (v4,v3) }

Un camino es una secuencia de arcos en que el extremo final de cada arco coincide con el extremo inicial del siguiente en la secuencia. Un camino es simple si no se repiten vértices, excepto posiblemente el primero y el último. Un ciclo es un camino simple y cerrado.





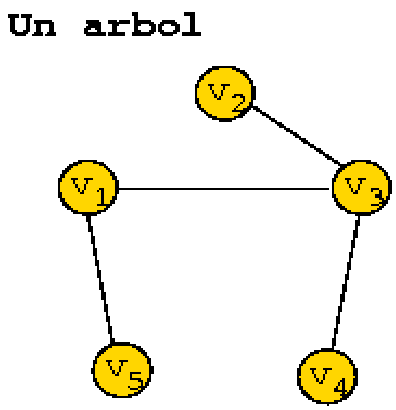
El grado de un punto vi en el grafo G, denotado grad vi es el número de líneas incidentes a vi. El primer teorema de teoría de grafos es (Euler):

Teorema. La suma de los grados de los puntos de un grafo G es dos veces el número de líneas:

$$\sum_{v_i \in V} \text{grad}\, v_i = 2q$$

Un grafo completo Kp tiene cada par de sus p puntos adyacentes. Un grafo es conexo si cada par de puntos están unidos por una trayectoria. Un grafo es acíclico si no tiene ciclos.

ARBOLES:
Un grafo es conexo si desde cualquier vértice existe un camino hasta cualquier otro vértice del grafo.
Se dice que un grafo es un árbol si es conexo y acíclico. Un bosque es un conjunto de árboles

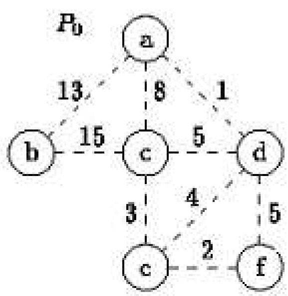


Sea G(V,E) un grafo no dirigido, conexo y con costos asociados a los arcos.
T es un ACM de G si:
T es un árbol
T conecta todos los nodos de G
La suma de los costos de las aristas de T es mínima

CC20A/02 Computación II
Clase Auxiliar 9

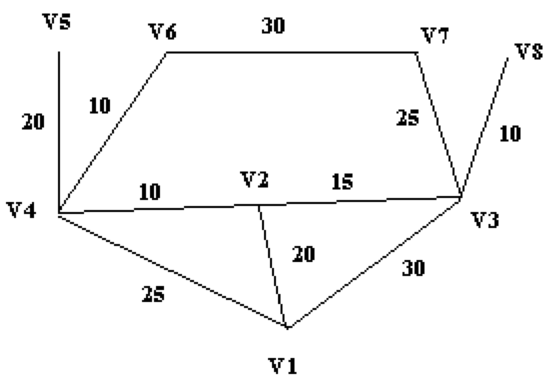
PROBLEMA #1 (basado en P2.a, examen, 2004/01)

a.) Dado el siguiente grafo, encontrar el árbol de recubrimiento mínimo de menor costo. (Debe explicar paso a paso cada uno de los nodos seleccionando justificando su escogencia).

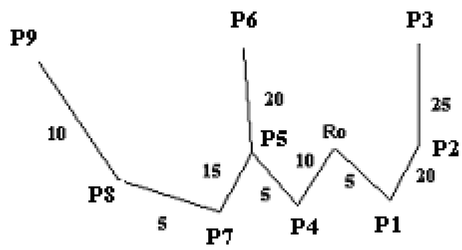


PROBLEMA #2 (basado en P1, examen, 2003/01)

Dado el siguiente grafo con distancias en los arcos:



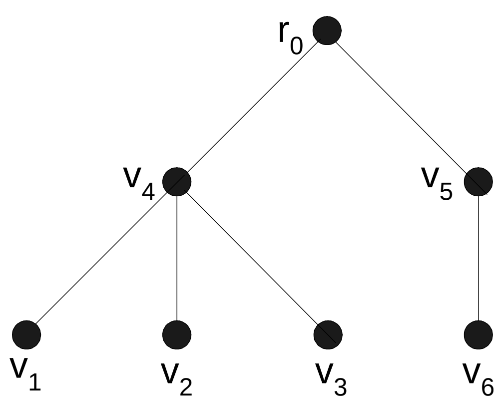
a.) [0.2] Dé un Arbol de recubrimiento cualquiera.
b.) [0.3] Elija un nodo raíz para el árbol obtenido en el punto anterior. Hay algún criterio para elegir el nodo raíz?
c.) [0.5] Haga un recorrido desde arriba de ese árbol (dé la secuencia de vértices que recorre). Si no ha respondido las preguntas previas, use este árbol para responder:



d.) [0.5] Diga la excentricidad de Ro en el Arbol de la pregunta c para un problema de minimización de máximas distancias (similar al problema del local de pizzas visto en clase)

PROBLEMA #3 *(por César A. Collazos)*

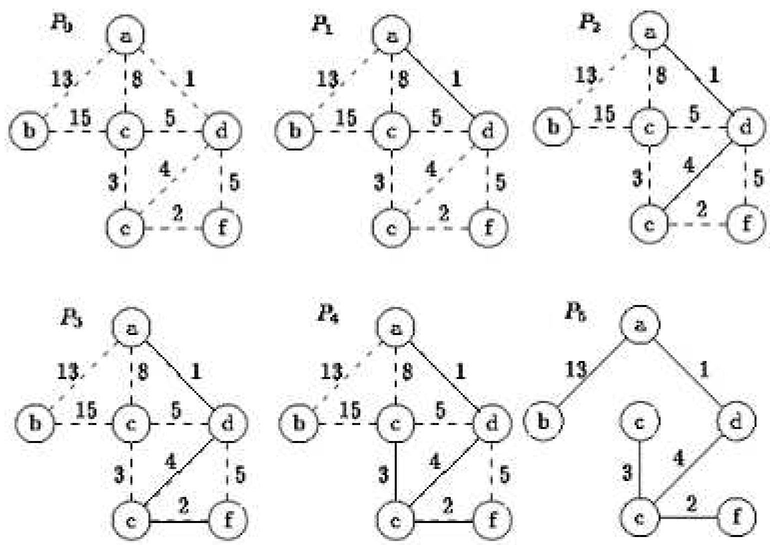
Dado el siguiente árbol, calcule su centro utilizando el Algoritmo de Rosenthal-Pino.



$C(v_1) = 5$
$C(v_2) = 2$
$C(v_3) = 3$
$C(v_4) = 4$
$C(v_5) = 1$
$C(v_6) = 4$
$C(r_0) = 2$

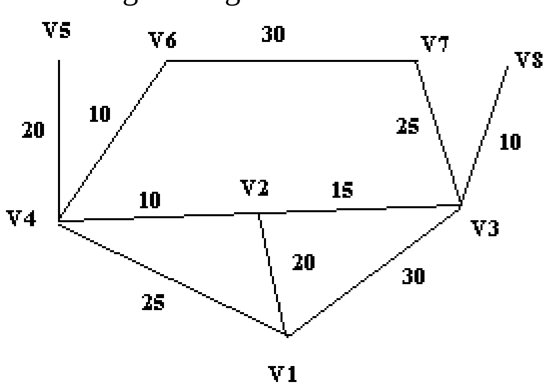
Solución de los Problemas

PROBLEMA #1



PROBLEMA #2

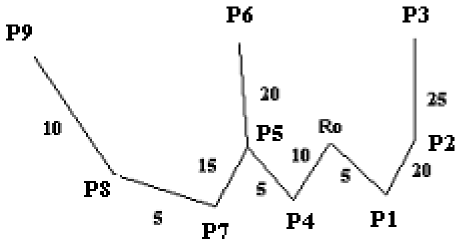
Dado el siguiente grafo con distancias en los arcos:



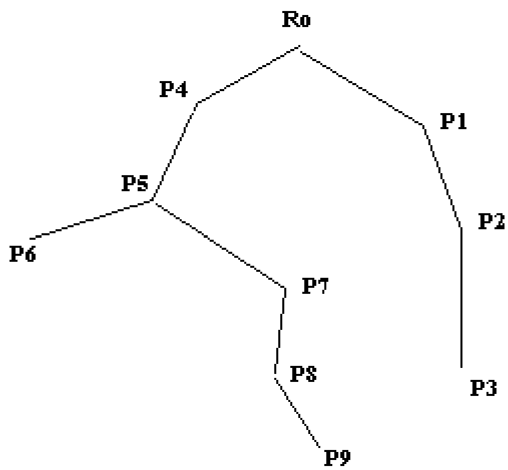
d.) [0.2] Dé un Arbol de recubrimiento cualquiera.
V5, V4, V6, V7, V3, V8, V2, V1

e.) [0.3] Elija un nodo raíz para el árbol obtenido en el punto anterior. Hay algún criterio para elegir el nodo raíz?
Cualquiera se puede elegir

f.) [0.5] Haga un recorrido desde arriba de ese árbol (dé la secuencia de vértices que recorre). Si no ha respondido las preguntas previas, use este árbol para responder:



El dibujo es arbitrario, hemos redibujado para dejar la raíz "arriba"



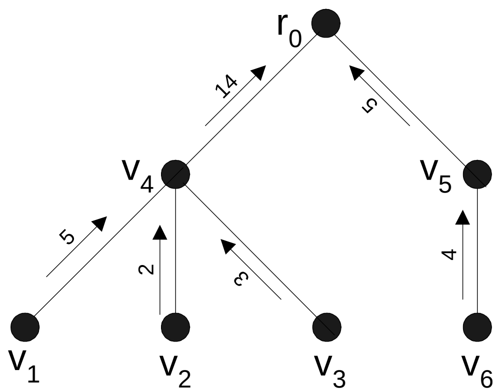
d.) [0.5] Diga la excentricidad de Ro en el Arbol de la pregunta c para un problema de minimización de máximas distancias (similar al problema del local de pizzas visto en clase)

e(Ro) = max {distancia max en rama/todas las ramas incidentes a Ro}
= max {45,50}
= 50

PROBLEMA #3 *(por César A. Collazos)*

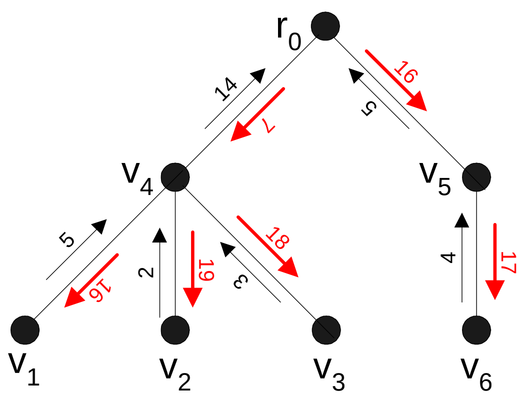
1. Se calculan los pesos ↑

$C(v_4,\ v_1) = C(v_1) + \Sigma(\text{Adj } V_1) = 5 + (0) = 5$
$C(v_4,\ v_2) = C(v_2) + \Sigma(\text{Adj } V_2) = 2 + (0) = 2$
$C(v_4,\ v_3) = C(v_3) + \Sigma(\text{Adj } V_3) = 3 + (0) = 3$
$C(v_5,\ v_6) = C(v_6) + \Sigma(\text{Adj } V_6) = 4 + (0) = 4$
$C(r_0,\ v_4) = C(v_4) + \Sigma(\text{Adj } V_4) = 4 + (5+2+3) = 14$
$C(r_0,\ v_5) = C(v_5) + \Sigma(\text{Adj } V_5) = 1 + (4) = 5$



2. Se calculan los pesos ↓

$C(v_4, r_0) = C(r_0) + \Sigma(\text{Adj } r_0) = 2 + (5) = 7$
$C(v_5, r_0) = C(r_0) + \Sigma(\text{Adj } r_0) = 2 + (14) = 16$
$C(v_1, v_4) = C(v_4) + \Sigma(\text{Adj } V_4) = 4 + (7+3+2) = 16$
$C(v_2, v_4) = C(v_4) + \Sigma(\text{Adj } V_4) = 4 + (7+5+3) = 19$
$C(v_3, v_4) = C(v_4) + \Sigma(\text{Adj } V_4) = 4 + (7+5+2) = 18$
$C(v_6, v_5) = C(v_5) + \Sigma(\text{Adj } V_5) = 1 + (16) = 17$



3. Se calculan Excentricidades

$Exc(r_0) = Max\ \{14, 5\} = 14$
$Exc(V_1) = Max\ \{16\} = 16$
$Exc(V_2) = Max\ \{19\} = 19$
$Exc(V_3) = Max\ \{18\} = 18$
$Exc(V_4) = Max\ \{7,2,5,3\} = 7$
$Exc(V_5) = Max\ \{4,16\} = 16$
$Exc(V_6) = Max\ \{17\} = 17$

Puesto que la mínima excentricidad es 7 => V_4 es el centro.