

Clase Auxiliar 13 ¹

Grafos:

Componentes de un Grafo: Son las partes de un grafo (no conectadas entre sí).

Conectividad de Puntos: Es el mínimo número de vértices que debemos remover para que el grafo aumente su cantidad de componentes. Se suele denotar por K .

Conectividad de Líneas: Es el mínimo número de arcos que debemos remover para que el grafo aumente su cantidad de componentes. Se denota por λ .

Grado de un Vértice: Es la cantidad de arcos incidentes sobre un nodo o vértice. Se suele denotar $\text{grad}(V)$, donde V es el vértice. El grado mínimo de los nodos de un grafo se denota por δ .

Puntos de Corte: Es aquel vértice que, al ser removido, aumenta las componentes del grafo.

Grafos No Separables: Son aquellos que no tienen puntos de corte.

Bloques de un Grafo: Son subgrafos maximales no separables.

Grafo Hamiltoniano: Es aquel en que se puede encontrar un ciclo que recorra todos sus vértices. Un grafo no-hamiltoniano es aquel en que no.

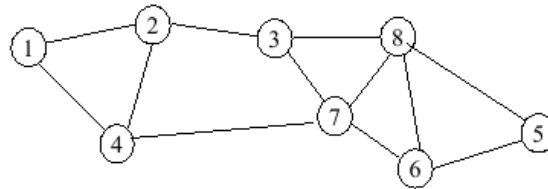
Grafo Euleriano: Es aquel en que se puede encontrar un camino que recorra todos sus arcos (sin repetirlos) y que vuelva al punto de partida.

¹ Basada en clase auxiliar por Felipe Aguilera V.

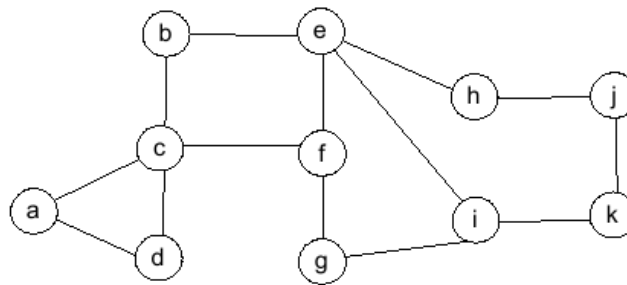
Problema #1 (basado en P2.b, examen, 2004/01)

Para los siguientes grafos calcular K (conectividad), λ (conectividad de líneas), δ (grado mínimo).

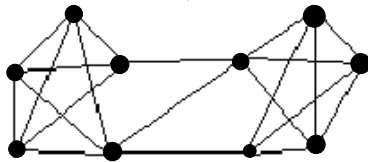
a)



b)



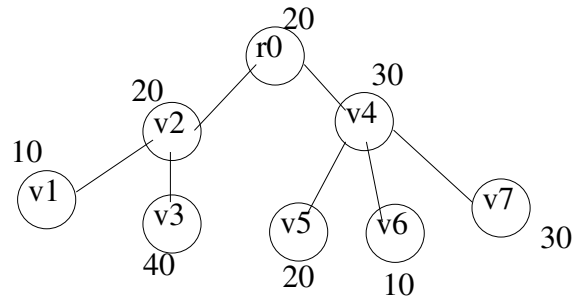
Problema #2 (basado en P4, examen recuperativo, 2003/01)



- (a) Cuáles son los valores de k , λ y δ para este grafo? (0.6 Puntos)
- (b) Es Hamiltoniano este grafo? (justifique respuesta) (0.5 Puntos)
- (c) Dibuje los bloques del grafo anterior (0.4 Puntos)

Problema #3

La Empresa Eléctrica de Pelotillehue, necesita ubicar una planta de energía en el grafo de la ciudad, dado a continuación.



Además del grafo con los consumos, la Empresa Eléctrica de Pelotillehue entrega una tabla con la función g , de gasto energético en cada arco.

| v_i | v_j | $g(x)$ |
|-------|-------|--------|
| v_1 | v_2 | $1.1x$ |
| v_2 | v_3 | $1.1x$ |
| v_2 | r_0 | $1.1x$ |
| r_0 | v_4 | $1.1x$ |
| v_4 | v_5 | $1.1x$ |
| v_4 | v_6 | $1.1x$ |
| v_4 | v_7 | $1.2x$ |

Para esto, contrata a los brillantes alumnos de CC20, a quienes se les pide que digan cuál es la mejor ubicación (justificando apropiadamente).

Solución

Problema #1

- a) $K=2$; $\lambda=2$; $\delta=2$.
- b) $K=1$; $\lambda=2$; $\delta=2$.

Problema #2

- a) $k=2$, $\lambda=3$, $\delta=4$.
- b) Sí, ya que se pueden recorrer los vértices cíclicamente por el camino exterior.
- c) El grafo está compuesto por un sólo bloque.

Problema #3

Usaremos el algoritmo Rosenthal-Pino.

Primero pongamos los pesos desde abajo hacia arriba (haciendo un recorrido bottom-up):

$wt(x,y)$ es el peso del arco que va desde el vértice y hacia el x .

Pesos \uparrow

$$\begin{aligned}wt(v_2, v_1) &= 1,1 * 10 = 11 \\wt(v_2, v_3) &= 1,1 * 40 = 44 \\wt(r_0, v_2) &= 1,1 * (20 + 11 + 44) = 82 \\wt(v_4, v_5) &= 1,1 * 20 = 22 \\wt(v_4, v_6) &= 1,1 * 10 = 11 \\wt(v_4, v_7) &= 1,2 * 30 = 36 \\wt(r_0, v_4) &= 1,1 * (30 + 22 + 11 + 36) = 109\end{aligned}$$

Ahora los pesos desde arriba hacia abajo (haciendo un recorrido top-down):

Pesos \downarrow

$$\begin{aligned}wt(v_2, r_0) &= 1,1 * (20 + 109) = 142 \\wt(v_1, v_2) &= 1,1 * (20 + 142 + 44) = 227 \\wt(v_3, v_2) &= 1,1 * (20 + 142 + 11) = 190 \\wt(v_4, r_0) &= 1,1 * (82 + 20) = 112 \\wt(v_5, v_4) &= 1,1 * (112 + 11 + 30 + 36) = 208 \\wt(v_6, v_4) &= 1,1 * (112 + 22 + 36 + 30) = 220 \\wt(v_7, v_4) &= 1,2 * (22 + 11 + 112 + 30) = 210\end{aligned}$$

Como ya tenemos todos los pesos, calcularemos las excentricidades en cada vértice, para encontrar la mínima excentricidad. En este caso, la excentricidad será igual a la suma de los pesos incidentes en cada vértice, más, en este caso, el consumo del vértice. Esto es ya que estamos viendo el consumo total eléctrico, y necesitamos el punto de menor consumo. Si fuera un problema de distancias, como por ejemplo, ubicar un local de pizzas, ahí la excentricidad sería igual al peso máximo de los arcos incidentes.

$$e(v1) = 227 + 10 = 237$$

$$e(v2) = 11 + 44 + 142 + 20 = 217$$

$$e(v3) = 190 + 40 = 230$$

$$e(v4) = 22 + 11 + 36 + 112 + 30 = 211$$

$$e(v5) = 208 + 20 = 228$$

$$e(v6) = 220 + 10 = 230$$

$$e(v7) = 210 + 30 = 240$$

$$e(r0) = 82 + 109 + 20 = 211$$

por lo tanto conviene poner la central en v4 o en r0.