Descripción formal de un modelo (estructura)[1]

- **DEFINICIÓN**

  La especificación formal de sistemas autónomos de tiempo discreto se realiza a través de la especificación de la cuádrupla (autómata finito o máquina secuencial)

  (ESTADOS, SALIDAS, δ, λ) , donde:

  ESTADOS : conjunto de rangos de las variables de estado
  SALIDAS : conjunto de rangos de las variables de salida
  δ : función de transición de estados
  λ : función de salida

  Para sistemas no-autónomos, el autómata será la quíntupla:
  (ENTRADAS, ESTADOS, SALIDAS, δ, λ) , donde:
  ENTRADAS : conjunto de rangos de las variables de entrada del sistema

Estados

Las variables de estados fueron vistas con detalle en la auxiliar pasada.
Ahora bien, los valores que toma la componente ESTADOS de la descripción formal de un modelo, viene dada por el producto cruz (×) entre todos los rangos de las variables de estado identificadas en el modelo.

Entonces, sean, por ejemplo, las siguientes variables de estado para un sistema X:

ESTADO_1 – con rango {0,1}
ESTADO_2 – con rango {ABIERTO, CERRADO}

entonces:

$$\begin{aligned} \text{ESTADOS} &\subseteq \text{ESTADO\_1} \times \text{ESTADO\_2} \\ &\subseteq \{(0, \text{ABIERTO}),(0, \text{CERRADO}),(1,\text{ABIERTO}),(1,\text{CERRADO})\} \end{aligned}$$

La razón por la cual es un subconjunto propio es que pueden darse estados imposibles, por ejemplo, en el caso de un ascensor, si la variable PUERTA, con rango {ABIERTA, CERRADA} está en ABIERTA, la variable MOVIMIENTO, con rango {SI, NO} no puede estar en SI, pues sería una inconsistencia con el sistema real que se quiere modelar.

Entradas

Son aquellos valores que no son manejados por el sistema, pero que lo afectan y que vienen del exterior. Estas variables caracterizan a los modelos no-autónomos.

Los valores que toma la componente ENTRADAS de la descripción formal de un modelo, viene

[1] Basada en clase auxiliar 2002 por Tania Gallardo

dada por el producto cruz ($\times$) entre todas las variables de entrada identificadas en el modelo.

Entonces, sean, por ejemplo, las siguientes variables de entrada para un sistema X:

ENTRADA_1 – con rango {1,2}
ENTRADA_2 – con rango {A,B}
ENTRADA_3 – con rango {SI, NO}

entonces:

$$\begin{aligned}\text{ENTRADAS} &= \text{ENTRADA\_1} \times \text{ENTRADA\_2} \times \text{ENTRADA\_3} \\ &= \{(1,A,SI),(1,A,NO), (1,B,SI),(1,B,NO), (2,A,SI),(2,A,NO), (2,B,SI),(2,B,NO)\}\end{aligned}$$

Salidas

Las variables de salida, se pueden elegir en forma arbitraria de entre las variables de no-entrada. Estas pueden mostrar el estado parcial de un sistema en un momento dado. Las variables de salida pueden ser variables de estado.
Al igual que la componente ESTADOS, SALIDAS toma los valores del producto cruz entre los rangos de las variables de salida (o un subconjunto de este).

Función de transición de estados (δ)

La función de transición de estados muestra justamente como el sistema pasa de un estado a otro. Está definida de la siguiente forma:

$$\delta : \text{ESTADOS} \times \text{ENTRADAS} \rightarrow \text{ESTADOS}$$

La función de transición puede denotarse de dos formas: como un diagrama (grafo) o como una tabla. Ambas representaciones son equivalentes y es posible pasar de una a otra en forma relativamente simple.

- Diagrama (grafo)
- Tabla.

Función de salida (λ)

La función de salida muestra el estado parcial del sistema en un momento dado. La completitud de la información que entrega esta función depende de cuales son las variables elegidas. Está definida de la siguiente forma:

$$\lambda : \text{ESTADOS} \times \text{ENTRADAS} \rightarrow \text{SALIDAS}$$

La función de salida se denota con los valores que toman las variables de salida, dependiendo de los valores que tienen las variables de estado en ese instante.
Por ejemplo, sean x e y variables de estado con rangos {0,1} y {SI, NO} respectivamente. Sean además las variables descriptivas w, z con rangos {ARRIBA, ABAJO} y {INICIO, FIN}, entonces un función de salida podría ser (depende del problema, por supuesto):

$$\lambda(x,y,w,z) = \begin{array}{l} (x,y,\text{ARRIBA, FIN}) \text{ si } x=0,\ y=SI \\ (x,y,\text{ABAJO, INICIO}) \text{ si } x=1,\ y=NO \\ (x,y,\text{ABAJO, FIN}) \text{ en otros casos} \end{array}$$

CC20A/02 Computación 2
Clase Auxiliar 3

PROBLEMA #1

Suponga que la función de transición δ: ESTADO x ENTRADA → ESTADO de un modelo está representada en le siguiente tabla. Si el estado inicial es E_0, especifique:

- dos secuencias de entrada distintas que hagan que el modelo quede en estado E_4, en exactamente cuatro instantes de tiempo más, y
- dos secuencias que hagan lo mismo, pero transcurridos exactamente cinco instantes de tiempo.

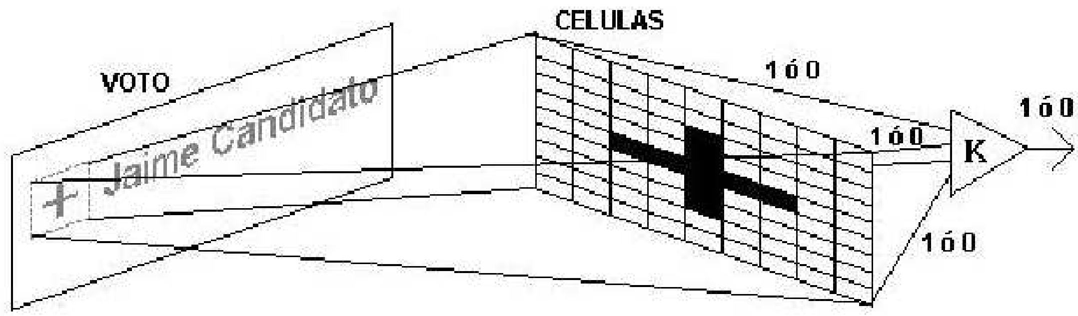
No es necesario especificar la tupla del sistema, ni justificar las secuencias escogidas.

ENTRADAS = {0,1}
ESTADOS = {E_0, E_1, E_2, E_3, E_4}

ESTADO	ENTRADA	ESTADO (δ)
E_0	0	E_1
E_0	1	E_2
E_1	0	E_1
E_1	1	E_2
E_2	0	E_1
E_2	1	E_3
E_3	0	E_3
E_3	1	E_4

PROBLEMA #2

Suponga que existe el siguiente dispositivo de conteo de votos denominado Votómetro®. Consiste en una matriz de 9×9 células fotoeléctricas que detectan si en un sector hay luz o no hay luz, y envía respectivamente un 1 ó un 0 a la componente K. La componente K pondera la cifra que recibe cada célula con un "peso" y en seguida, suma los valores obtenidos. Si la suma ponderada es mayor que 40, el dispositivo entrega un 1 ("sí"), mientras que si es menor o igual, entrega un 0 ("no"). Los pesos son 4 para todas las células que están en la columna central (Nº 5) y/o en la fila central (Nº 5), y son –1 para las otras.



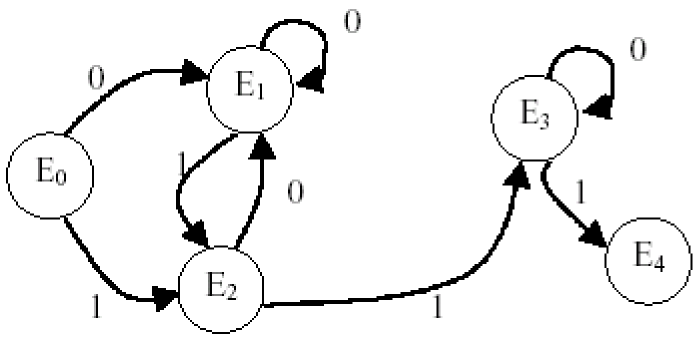
La lectura de las células es instantánea y su trasmisión a K también.. K demora una unidad de tiempo en generar su respuesta.

Usted debe hacer la descripción formal del modelo descrito anteriormente.

Solución de los Problemas

PROBLEMA #1

Hacemos el diagrama de estados (grafo), pues este nos permitirá ver la solución al problema en forma más simple. En todo caso, también es posible responder sin hacerlo, sólo mirando la tabla de transiciones.



Entonces, se proponen las siguientes secuencias:

- 1101 y 0111
- 00111 y 11001

PROBLEMA #2

La descripción formal es la quintupla (ENTRADAS, ESTADOS, SALIDAS, δ, λ) donde:
ENTRADAS: $C = \{0,1\}^{81}$
(el vector de 81 valores correspondiente a una instancia específica se interpreta como una matriz C, tal que $\mathbf{C}_{ij} = 1$ (si hay luz) o $\mathbf{C}_{ij} = 0$ (si no hay luz).
ESTADOS: d = {0,1}
(Corresponde a la decisión tomada por K).
SALIDAS: d = {0,1}.
δ : ENTRADAS $\times$ ESTADOS $\rightarrow$ ESTADOS

$$\delta(\mathrm{C}, \mathrm{d}) = \begin{cases} 0 \text{ si } & \sum_{i=1}^{9}\sum_{j=1}^{9} c_{ij} \times w_{ij} \le 40 \\ 1 \text{ en caso contrario} & \end{cases}$$

(Los pesos w_{ij} son parámetros tal que $w_{ij} = \begin{cases} 4 & \text{si } i=5 \text{ ó } j=5 \\ -1 & \text{en otros casos} \end{cases}$

λ : ENTRADAS $\times$ ESTADOS $\rightarrow$ SALIDAS
$\lambda(\mathrm{C},\mathrm{d}) = \mathrm{d}$