Universidad de Chile **Facultad de Ciencias Físicas y Matemáticas**

Tarea 1 MA34A

Diciembre, 2006

Profesor: Fernando Lema
Auxiliar: Francisco Silva

P1. Tenemos dos urnas. La primera urna contiene dos bolas blancas y tres azules. La segunda urna contiene tres blancas y cuatro azules. Se escoge aleoriamente una bola de la primera urna y se coloca en la segunda. Posteriormente se extrae aleatoriamente una bola de la segunda urna. Calcule la probabilidad de que ésta sea sea azul.

P2. Seis copas y seis platos vienen de a pares, hay un par de copas y platillos que son rojos, otro par son blancos y el último par de copas y platillos están adornados con una estrella. Si las copas se colocan aleatoriamente sobre los platos , encuentre la probabilidad de que ninguna copa este sobre un platillo del mismo tipo que la copa.

P3. Supongamos que tenemos m cartas etiquetadas del 1 al m y que éstas se dan una a una aleatoriamente. Dado que la etiqueta de la k-ésima carta dada es la más alta de las etiquetas dadas por las primeras k cartas, calcule la probabilidad de que esta etiqueta sea la más alta de todo el pack.

P4. Considere un conjunto S de n elementos y suponga que extrae aleatoriamente y de manera independiente 2 subconjuntos de S. Suponga que cada extracción es equiprobable, en el sentido de que todos los subconjuntos de S tienen la misma probabilidad de ser extraídos. Calcule la probabilidad de que el primer conjunto extraído sea un subconjunto del segundo conjunto extraído.

P5. a)Pruebe que la probabilidad de que exactamente uno de los eventos A y B ocurra es $\mathbb{P}(A) + \mathbb{P}(B) - 2\mathbb{P}(A \cap B)$.
b)Pruebe que $\mathbb{P}(A \cup B \cup C) = 1 - \mathbb{P}(A^c|B^c \cap C^c)\mathbb{P}(B^c|C^c)\mathbb{P}(C^c)$

P6. Un hombre posee 5 monedas, dos de las cuales son del tipo "doble cara", una es del tipo "doble sello" y las otras dos son normales. El cierra los ojos, escoge una una moneda aleatoriamente y la lanza.
a)¿Cual es la probabilidad de que el lado no visto de la moneda sea cara?
b)El abre los ojos y nota que la moneda cae en cara, ¿cuál es la probabilidad de que sea cara también por el otro lado de la moneda?
c)El cierra los ojos nuevamente y lanza la misma moneda nuevamente. ¿Cual es la probabilidad de que el lado no visto de la moneda sea cara?
d)Nuevamente abre los ojos y ve que la moneda cayo en cara. ¿Cuál es la probabilidad de que sea cara el lado no visto de la moneda?
e)El desecha esta moneda y escoge otra, aleatoriamente, y la lanza. ¿Cuál es la probabilidad de que salga cara?

P7. Sean X_1 y X_2 v.a independientes. Asuma que X_1 sigue una distribución binomial de parámetros n y p con $0 < p < 1$. Suponga que X_2 sigue una distribución binomial de parámetros m y p (el mismo p que antes). Calcule $\mathbb{P}(X_1 = j \,|X_1 + X_2 = k)$ e interprete el resultado intuitivamente.(Le puede servir que $\binom{n+m}{k} = \sum_{i=0}^{k} \binom{n}{i}\binom{m}{k-i}$).

P8. Sean X, Y v.a independientes donde cada una sigue una distribución geométrica de parámetro p. Pruebe que si $m, n \in \mathbb{N}\backslash\{0\}$ $\;m < n$, entonces $\mathbb{P}(X = m|\; X + Y = n) = \frac{1}{n-1}$.