Fecha / Date:

2

- Como la función de (m, b)

$$\left[\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \vdots \\ 1 & x_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}\right]^t \left[\begin{pmatrix} 1 & x_1 \\ 1 & x_2 \\ \vdots & \\ 1 & x_n \end{pmatrix}\begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}\right]$$

es convexa y se encontró un sólo candi- ($\Rightarrow \exists$ mínimo) dato, dicho $\begin{pmatrix} m \\ b \end{pmatrix}$ es pto. minimizante. (0.2)

Tbn. se puede ver que el hessiano en (m,b) encontrados es def. positivo.

(b) (i) Como antes minimizaremos

$$\sum_{i=1}^{n} e_i^2 \quad , \text{ en que}$$

$$e_i = y_i - (a + bx_i + cx_i^2).$$

(0.2)

Definiendo $Q = \begin{pmatrix} 1 & x_1 & x_1^2 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_n & x_n^2 \end{pmatrix}$, $\vec{x} = \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \end{pmatrix}$, $\vec{d} = \begin{pmatrix} y_1 \\ \vdots \\ y_n \end{pmatrix}$; se tiene que

$$\|Q\vec{x} - \vec{d}\|_2^2 = (Q\vec{x} - \vec{d})^t (Q\vec{x} - \vec{d}) = \sum_{i=1}^{n} e_i^2$$

(0.8)

(ii) Para (i) $\text{Min } \|Q\vec{x} - \vec{d}\|_2^2$

Haciendo $\nabla_{\underbrace{a,b,c}_{\vec{x}}} \|Q\vec{x} - \vec{d}\|_2^2 = \vec{0}$, queda: