(c)(i) Ocupando Taylor de segundo orden para g,

$$g(t) = g(1) + g'(1)\cdot(t-1) + \frac{1}{2}\cdot g''(1)\,(t-1)^2 + R_2(t)$$

$$= \frac{1}{2} + -1 + 0 \quad + \quad 0 \qquad + \frac{1}{2}(t-1)^2 + R_2(t)$$

$$= -\frac{1}{2} + \frac{(t-1)^2}{2} \qquad + R_2(t).$$

En que

$$\lim_{t\to 1} \frac{|R_2(t)|}{|t-1|^2} = 0.$$

Despejando, obtenemos que:

$$|R_2(t)| = \left| g(t) + \frac{1}{2} - \frac{(t-1)^2}{2} \right| = \left| \frac{t^2}{2} + \frac{1}{2} + h_1(t) + h_2(t) - \frac{(t-1)^2}{2} \right| = \left| h_1(t) + h_2(t) + t \right|.$$

Por lo tanto $\displaystyle\lim_{t\to 1} \frac{|h_1(t) + h_2(t) + t|}{|t-1|^2} = 0$

Es decir, $\forall \varepsilon > 0 \ \exists \delta > 0$ tal que si $t \in [1-\delta, 1+\delta]$ entonces $\dfrac{|h_1(t) + h_2(t) + t|}{|t-1|^2} < \varepsilon$, equivaliendo lo último a que $|h_1(t) + h_2(t) + t| < \varepsilon\,|t-1|^2$.

Para terminar tomando $\varepsilon = 1$, se tiene que $\exists \gamma > 0$ $(\gamma = \delta(1))$ tal que si $t \in [1-\gamma, 1+\gamma]$ entonces $|h_1(t) + h_2(t) + t| < |t-1|^2$.

Como $|h_1(t) + h_2(t) - t + t| \leq |h_1(t) + h_2(t) + t| + |-t|$ se tiene que $|h_1(t) + h_2(t)| - |t| < |h_1(t) + h_2(t) + t|$ con lo que se concluye que:

$\exists \gamma > 0$ tal que si $t \in [1-\gamma, 1+\gamma]$ entonces $|h_1(t) + h_2(t)| - |t| < |t-1|^2$

lo que equivale con lo que se pedía probar.