

## Oligopolio

Todos los problemas de esta guía se propusieron en algún control o examen del curso IN41A

1. El mercado de los gorros de lana de un país muy lejano está formado por dos firmas, Niebla y Corral, cuyas funciones de costo son idénticas e iguales a:

$$C(q) = a + cq$$

La función de demanda por gorros de lana en este mercado es:

$$Q(P) = D - P$$

Donde  $D > a > c > 0$

Dados los siguientes escenarios:

- i. Ambas firmas compiten de acuerdo al modelo de Cournot
  - ii. Las firmas se coluden
  - iii. Niebla se comporta como líder determinado la cantidad a producir
  - iv. Corral se comporta como líder determinando la cantidad a producir
- a. Encuentre el equilibrio (precios y cantidades) en cada escenario y las utilidades de las firmas.

### Cournot:

$$p_i = P(Q)q_i - C(q_i)$$

$$p_i = [D - (q_i + q_{-i})]q_i - cq_i$$

$$\frac{\partial p_i}{\partial q_i} = D - 2q_i - q_{-i} - c = 0$$

$$q_i = \frac{D - q_{-i} - c}{2}$$

Por simetría:

$$q_i = q_{-i} = \frac{D - c}{3}$$

$$Q_{\text{cournot}} = q_i + q_{-i} = \frac{2(D - c)}{3}$$

$$P_{\text{cournot}} = \frac{D + 2c}{3}$$

$$p_i = \frac{(D + 2c)}{3} \frac{(D - c)}{3} - a - c \frac{(D - c)}{3}$$

$$p_{i(\text{cournot})} = \frac{(D - c)^2}{9} - a$$

### Colusión:

$$p_{total} = P(Q)Q - C(Q)$$

$$p_{total} = [D - Q]Q - cQ$$

$$\frac{\partial p_{total}}{\partial Q} = D - 2Q - c = 0$$

$$Q_{colusión} = \frac{D - c}{2}$$

$$q_i = \frac{Q}{2} = \frac{D - c}{4}$$

$$P_{colusión} = \frac{D + c}{2}$$

$p_{total} = \frac{(D - c)^2}{4} - a$ $p_{i(colusión)} = \frac{p_{total}}{2} = \frac{(D - c)^2}{8} - \frac{a}{2}$
---

### **Stackelebrg**

Sea  $q_N$  = cantidad de la No líder

$q_L$  = cantidad de la Líder

Luego, de Cournot tenemos la función de reacción de la firma No líder que calcula la líder para ver cómo reaccionaría la No líder si ella decide producir primero.

$$q_N = \frac{D - q_L - c}{2}$$

$\Rightarrow$  La Líder Maximiza:

$$p_L = (P(q_N + q_L))q_L - C(q_L)$$

$$p_L = (D - (q_N + q_L))q_L - a - cq_L$$

$$p_L = \left( D - \left\{ \left[ \frac{D - q_L - c}{2} \right] + q_L \right\} \right) q_L - a - cq_L$$

$$\frac{\partial p_L}{\partial q_L} = D - \frac{D}{2} + q_L + \frac{c}{2} - 2q_L - c = 0$$

$$q_L = \frac{D - c}{2}$$

$$q_N = \frac{D - c}{4}$$

$$Q_{Stackelberg} = q_L + q_N = \frac{3(D - c)}{4}$$

$$P_{Stackelberg} = \frac{D + 3c}{4}$$

$$p_L = \frac{(D+3c)(D-c)}{4} - a - c \frac{(D-c)}{2}$$

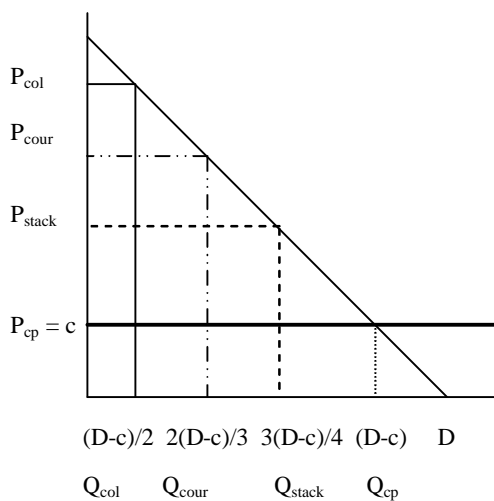
$$p_L = \frac{(D-c)^2}{8} - a$$

$$p_N = \frac{(D+3c)(D-c)}{4} - a - c \frac{(D-c)}{4}$$

$$p_N = \frac{(D-c)^2}{16} - a$$

- b. Calcule y ordene en forma creciente el costo social que tiene cada uno de los escenarios

Gráficamente:



Claramente. no está a escala

Luego, los costos sociales serán: un medio del precio por la diferencia entre la cantidad total y la cantidad de competencia perfecta.

$$CS_{colusión} = \frac{P_{colusión}(Q_{cp} - Q_{colusión})}{2}$$

$$CS_{colusión} = \frac{\frac{(D+c)}{2} \left( (D-c) - \frac{(D-c)}{2} \right)}{2}$$

$$CS_{colusión} = \frac{(D-c)(D+c)}{8} = \frac{D^2 - c^2}{8}$$

$$CS_{cournot} = \frac{P_{cournot}(Q_{cp} - Q_{cournot})}{2}$$

$$CS_{cournot} = \frac{(D+2c)(D-c)}{12}$$

$$CS_{stackelberg} = \frac{P_{stackelberg}(Q_{cp} - Q_{stackelberg})}{2}$$

$$CS_{stackelberg} = \frac{(D+3c)(D-c)}{16}$$

Por lo tanto, dado que  $D > c$ , se puede comprobar que:

$CS_{stackelberg} < CS_{cournot} < CS_{colusión}$
---

- c. Explique intuitivamente qué ocurriría si Niebla y Corral intentan ser líder determinando la cantidad a producir simultáneamente, es decir, ambas intentan maximizar su utilidad antes que su competidora. En particular mencione cuál sería el costo social en este caso.

Se tiene entonces que cada firma va a jugar la cantidad de líder (se eligen cantidades no precio ya que el precio final va a resultar de aquel que "limpie" el mercado a la cantidad total ofrecida). La cantidad de líder en este caso es  $(D-c)/2$ , es decir, en total va haber  $(D-c)$  por lo que el precio resultante de ambas acciones es  $P=c$ . Luego, el costo social es cero.

Ojo que esta situación no es de equilibrio porque ambas firmas tienen pérdidas y no producir es mejor opción.

Si para el futuro, las movidas van a ser simultáneas entonces pueden darse dos casos:

- (1) Las firmas van a jugar Cournot. Lo que es correcto si las utilidades son positivas, es decir, si se cumple que  $(D-c)/9$  es mayor que el costo fijo. Si no se cumple esta condición, entonces, el mercado no es suficientemente grande para que coexistan ambas firmas y una sola va a quedar.
- (2) Si habrá o no, costo social dependerá si el mercado es o no desafiante.

Si lo es, entonces la firma que quede operará con utilidades igual a cero.

Una opción es  $P=CMe$  en el punto donde se iguala a la demanda (por lo tanto el costo social es positivo) o cobra una tarifa en dos partes donde el costo variable es  $c$  y el fijo es  $a/S$  donde  $S$  es el tamaño del mercado(en este caso  $CS=0$ )

En conclusión, el espacio de acciones disponibles para los jugadores es  $q$  y no  $P$ , por lo tanto, decir que el juego será Bertrand está malo. Segundo,  $Q=(D-c)$ ,  $P=c$  y  $CS=0$  va a ser el resultado de esta vuelta pero NO va a ser de equilibrio de este juego. En equilibrio la respuesta c/r a la magnitud del  $CS$  es ambigua.

2. Suponga que hay dos empresas de telefonía celular en un mercado que actúan como duopolistas, suponga que los consumidores pueden cambiarse sin costos entre ambas firmas. La demanda por llamadas telefónicas es:

$$P = 60 - Q.$$

Los costos marginales de ambas firmas son cero, este no es un supuesto demasiado fuerte para telefonía celular ya que la mayor parte de los costos son fijos.

(i) Determine las funciones de reacción de cada una de las firmas y el equilibrio de Cournot. Si cada firma tienen costos fijos de 50, ¿cuántas utilidades tienen cada firma?

(ii) Si ambas firmas se fusionan, ¿cuál es el precio y la cantidad de equilibrio en el mercado? ¿Cuántas son las utilidades? Si usted trabajara en la comisión antimonopolio ¿recomendaría esta fusión? Justifique su respuesta utilizando un análisis de excedentes.

### Respuesta:

(i) La función de reacción de la firma 1 es:  $q_1 = (60-q_2)/2$

La función de reacción de la firma 2 es:  $q_2 = (60-q_1)/2$

$$q_1 = q_2 = 20; P = 20$$

$$\pi_1 = \pi_2 = 20 \times 20 - 50 = 350$$

(ii) Al fusionarse actúan como un monopolista. El equilibrio de maximización de utilidades es:

$$Img = CMg$$

$$60 - 2Q = 0 \Rightarrow Q = 30 \text{ y } P = 30$$

$\pi = 30 \times 30 - 50 = 850$  (los costos fijos declinan porque la firma fusionada ahora sólo operará en una sola planta)

Tenemos que la cantidad total producida decrece y el precio aumenta.

El excedente de los consumidores decrece en:  $(40 \times 40)/2 - (30 \times 30)/2 = 350$

El excedente de los productores aumenta en:  $30 \times 30 - 2(20 \times 20) = 100$

El excedente total disminuye en 250, lo que no compensa los 50 que se ahorraron en costos fijos al consolidarse las plantas.

La fusión hace que la sociedad este peor y no debe ser permitido.

La explicación de este resultado es que el excedente total en un mercado que se comporta como un duopolio de Cournot es mayor que en un mercado monopolístico, esto se explica porque la cantidad producida por ambos duopolios es mayor que la

que produce el monopolista. Recordar que el monto del excedente depende de la cantidad producida en el mercado.

3. Un producto que se vende bastante en la localidad de Peumo para las fiestas dieciocheras son los volantines. Don Pepe y Don Chuma son los únicos que tienen acceso al papel volantín traído desde la capital y “por lo tanto”, son los únicos productores de volantines para el pueblo. Todos los años Don Pepe vende 700 volantines, mientras que Don Chuma vende solo 300 unidades. Los costos para Don Pepe son \$50 por unidad y los de su competencia alcanzan a \$60 por unidad. El precio de los volantines es fijado por el alcalde de Peumo y alcanza a los \$100 por unidad.

Don Pepe que se prepara para las ventas de este año, tiene la posibilidad de realizar una campaña de publicidad agresiva. Si la implementa verá que sus ventas aumentan a 850 unidades. Si Don Chuma no hace nada al respecto, verá que sus ventas bajarán a 250 unidades. El costo de la campaña publicitaria que tiene pensada Don Pepe es de \$4000.

Por su parte Don Chuma también tiene la posibilidad de realizar una campaña publicitaria con un costo de \$3000. Si Don Pepe no hace nada, Don Chuma elevaría sus ventas a 400 unidades y bajaría las de Don Pepe a 650 unidades.

Si los dos deciden realizar su publicidad, por separado, las ventas de Don Pepe llegarían a 800 y las de Don Chuma a 350.

En estas condiciones:

- ¿Qué prevé usted que ocurrirá en el mercado? Justifique.
- ¿Le conviene a las empresas gastar recursos en publicidad? Justifique.
- ¿La solución que se alcanzará, es eficiente desde el punto de vista de la economía? Justifique.

### Respuesta:

Si Don Pepe hace publicidad y Don Chuma no, entonces las utilidades son:

- Don Pepe  $850(100 - 50) - 4000 = 38.500$
- Don Chuma  $250(100 - 60) = 10.000$

Si Don Chuma hace publicidad y Don Pepe no, entonces las utilidades son:

- Don Chuma  $400(100 - 60) - 3000 = 13.000$
- Don Pepe  $650(100 - 50) = 32.500$

Si ambos no hacen publicidad, entonces las utilidades son:

- Don Chuma  $300(100 - 60) = 12.000$
- Don Pepe  $700(100 - 50) = 35.000$

Si ambos hacen publicidad entonces las utilidades son:

- Don Pepe recibe  $800(100 - 50) - 4000 = 36.000$
- Don Chuma  $350(100 - 60) - 3000 = 11.000$

		<b>Don Pepe</b>	
		P	NP
<b>Don Chuma</b>	P	36000 9000	32500 13000
	NP	38500 10000	35000 12000

Luego es un equilibrio de Nash que Don Pepe Haga Publicidad y Don Chuma no, por lo que se esperaría que esto suceda.

A las empresas les conviene siempre y cuando el aumento de la demanda compense los costos de la campaña publicitaria (El movimiento unilateral lleve a un estado mejor)

La solución no es eficiente desde el punto de vista de la economía ya que existe otro estado en el cual se producirá más y este es que ambos hagan publicidad.

4. Las dos principales cadenas de tiendas de Santiago están preparando su mejor estrategia para realizar la liquidación de término de temporada de invierno. Estas empresas deben decidir qué semana del mes de julio es la más conveniente para realizar su liquidación. En la siguiente matriz se indican las posibles estrategias y los resultados que obtienen cada empresa en términos de las utilidades netas de la temporada.

Cadena 2

Cadena 1		1ª Semana	2ª Semana	3ª Semana
	1ª Semana	30	15	35
	2ª Semana	40	25	35
	3ª Semana	65	35	60

De acuerdo a los datos responda justificando claramente:

- a) ¿Tiene la cadena 1 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?

**Respuesta:** Una estrategia es dominante si independiente de la estrategia del otro jugador, siempre es la estrategia que maximiza su utilidad (es decir, domina a todas las demás estrategias). En este caso, la cadena 1 no tiene estrategia dominante.

Una estrategia es dominada si existe otra estrategia que siempre es preferida, independiente de la estrategia del otro jugador. En este caso, la estrategia 2ª semana es dominada por la estrategia 1ª semana ( $30 > 15$ ;  $40 > 25$ ;  $65 > 35$ ) y también por la estrategia 3ª semana ( $35 > 15$ ;  $35 > 25$ ;  $60 > 35$ ). Luego, la cadena 1 tiene una estrategia dominada (2ª semana).

- b) ¿Tiene la cadena 2 una estrategia dominante? ¿Tiene alguna estrategia dominada?

**Respuesta:** La cadena 2 no tiene estrategia dominante y tiene una estrategia dominada (2ª semana). La justificación es igual a la parte a).

- c) ¿Existe algún equilibrio de Nash? (1 pto)

**Respuesta:**

Eliminando las estrategias dominadas:

		Cadena 2		
		1ª Semana	2ª Semana	3ª Semana
Cadena 1	1ª Semana	30 30	40 15	65 35 *
	2ª Semana	15 40	25 25	35 35
	3ª Semana	35 65 *	35 35	60 60

Existen dos equilibrios de Nash (indicados con \*). Son equilibrios de Nash por que ninguna cadena tiene incentivos por sí sola a cambiar de estrategia. Es decir, cada cadena está eligiendo la estrategia que maximiza su utilidad dada la estrategia de la otra cadena.

d) ¿Cuál es el equilibrio cooperativo? ¿Es estable?

**Respuesta:** El equilibrio cooperativo es el que maximiza la utilidad neta total. En este caso el equilibrio cooperativo es que ambas cadenas elijan como estrategia 3ª semana (utilidad neta total =  $60+60=120$ ). El equilibrio no es estable ya que existen incentivos para desviarse (i.e. no es equilibrio de Nash); a las cadenas les convendría salirse del acuerdo y llevar a cabo la liquidación en la 1ª semana (ya que 65 es mayor que 60).

e) Suponga ahora que ha transcurrido la primera semana de julio y ninguna de las empresas ha dado inicio a su liquidación. Responda nuevamente a), b), c) y d) (2 pto)

**Respuesta:** La matriz relevante es (eliminamos la primera semana):

		Cadena 2	
		2ª Semana	3ª Semana
Cadena 1	2ª Semana	25 25	35 35
	3ª Semana	35 35	60 60

Ambas cadenas tienen una estrategia dominante (3ª semana) y una estrategia dominada (2ª semana).

Hay un solo equilibrio de Nash: que ambas cadenas elijan la estrategia 3ª semana.

El equilibrio cooperativo (3ª semana- 3ª semana) es estable ya que no existen incentivos a desviarse (es Nash).



5. Considere una industria, de un país pequeño, en la que existen 3 firmas con una estructura de costos modelada por la siguiente función:

$$C(q) = 2 + 2q^2$$

La demanda puede ser modelada por:

$$Q_D = 120 - P/2$$

- a) Calcule el equilibrio de mercado ( precio y cantidad producida por cada firma ) considerando que las firmas compiten de acuerdo al modelo de Cournot. Calcule y grafique los excedentes de los agentes económicos.

**Resp:**

Cada firma maximizará:

$$\Pi_i = P(Q_t) \cdot q_i - C(q_i)$$

$$\Pi_i = [240 - 2 \cdot (q_1 + q_2 + q_3)] \cdot q_i - (2 + 2q_i^2)$$

$$\text{luego } d\Pi_i/dq_i = 0$$

$$d\Pi_i/dq_i = 240 - 4q_1 - 2q_2 - 2q_3 - 4q_1 = 0$$

$$\text{por simetría: } q_1 = q_2 = q_3 = q$$

$$\text{Luego } 240 - 12q = 0 \Rightarrow q = 20$$

$$Q = 20 \cdot 3 = 60$$

$$P_d = 240 - 2 \cdot 60 = 120$$

Oferta:

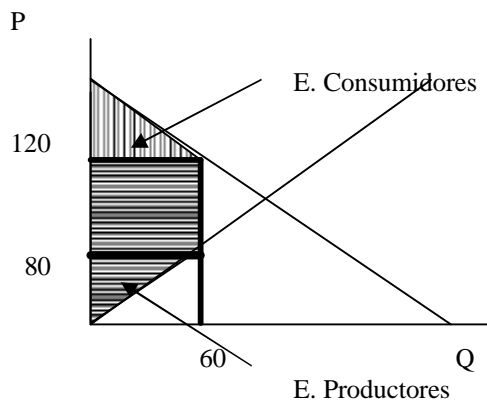
$$\text{Individual: } P = C_{mg} = 4q$$

$$\text{Agregada: } Q = 3q = 3P/4 \Rightarrow P = 4Q/3$$

$$\text{E. Consumidor} = (240 - 120) \cdot 60/2 = 3600$$

$$\text{E. Productores} = 40 \cdot 60 + 80 \cdot 60/2 = 4800$$

$$\text{E. Total} = 8400$$



- b) ¿Cómo cambia su respuesta ante la aplicación de un impuesto de (\$12) por unidad transada?. Determine la variación del excedente total con respecto a la situación de la parte a).

(calcule y grafique)

**Resp:**

Con impuesto:

$$\Pi_i = (P_c - t) \cdot q_i - (2 - 2 \cdot q_i) \quad \text{con } P_c = 240 - 2 \cdot Q$$

$$\text{Luego } \max \Pi \Rightarrow d\Pi_i/dq_i = 0$$

$$\Rightarrow 240 - 4 \cdot q_1 - 2 \cdot q_2 - 2 \cdot q_3 - t - 4 \cdot q_i = 0$$

Por simetría:

$$240 - t = 12 \cdot q \Rightarrow q = 19$$

$$\Rightarrow Q = 3 \cdot q = 57$$

$$\Rightarrow P_c = 240 - 2 \cdot 57 = 126$$

$$\Rightarrow P_p = P_c - t = 126 - 12 = 114$$

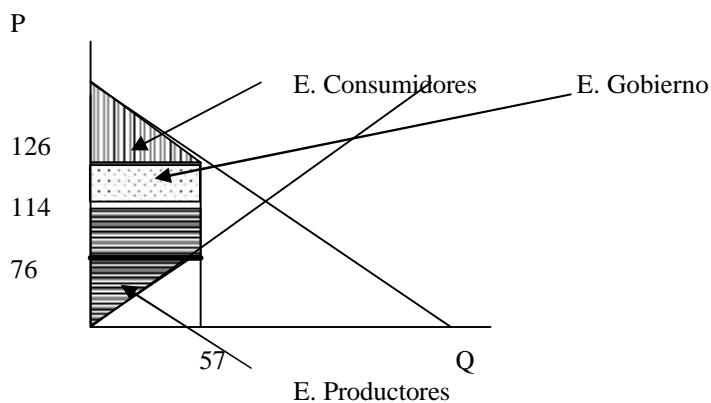
$$P \text{ ofertado: } P = 4 \cdot Q/3 = 4 \cdot 57/3 = 76$$

$$E. \text{ Consumidores: } (240 - 126) \cdot 57/2 = 3249$$

$$E. \text{ Gobierno (recaudación): } 57 \cdot 12 = 684$$

$$E. \text{ Productores: } (114 - 76) \cdot 57 + 76 \cdot 57/2 = 4332$$

$$E. \text{ Total: } 8265$$



c) Suponga que la economía se abre al mercado exterior, en donde se transan los bienes a \$80 por unidad. Calcule el nuevo equilibrio. Determine la variación del excedente total con respecto a la situación de la parte b).

**Resp:**

$$P_{int} = 80 = P_p$$

$$P_c = 80 + 12 = 92 \Rightarrow 240 - 2 \cdot Q = 92 \Rightarrow Q = 74$$

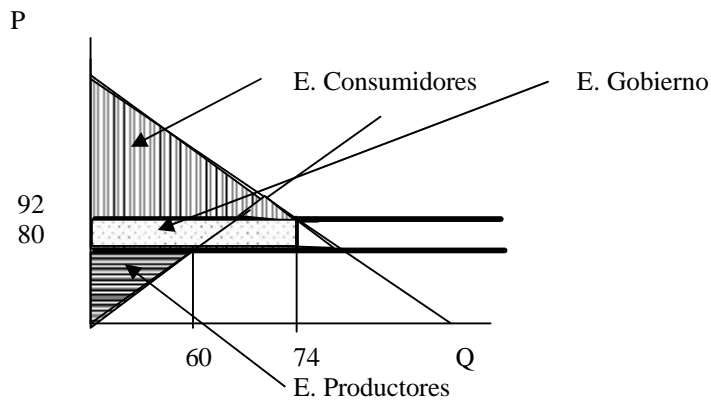
$$\text{Oferta Agregada nacional: } Q_{nac} = 3 \cdot P_p/4 = 3 \cdot 80/4 = 60$$

$$E. \text{ Consumidores: } (240 - 92) \cdot 74/2 = 5476$$

$$E. \text{ Productores: } 80 \cdot 60/2 = 2400$$

$$E. \text{ Gobierno (Recaudación): } 12 \cdot 74 = 888$$

$$E. \text{ Total: } 8764$$



6. Pedro y Pablo comparten un departamento. Ellos tienen visiones decididamente diferentes sobre la limpieza y, por lo tanto, en si están o no dispuestos a dedicar las horas de trabajo necesarias para limpiar el departamento. Suponga que toma 12 horas de trabajo semanales mantener el departamento limpio (más de 12 hrs. de trabajo no van a hacer que el departamento esté mas limpio), 9 horas para hacerlo habitable y menos de 9 horas deja el departamento sucio. Suponga que cada persona tiene disponible tres acciones posibles: puede dedicar 3, 6 ó 9 hrs. a limpiar. El costo de oportunidad, para ambos, de 1hr de limpieza es \$10.

Tanto Pedro como Pablo valoran en \$20 un departamento habitable; sin embargo están en desacuerdo en el valor de un departamento limpio: Pedro le asigna un valor igual a \$100 mientras que Pablo \$50. También están en desacuerdo en cuán desagradable es un departamento sucio: A Pedro le produce una Utilidad de \$-100 y a Pablo de \$-50.

El pago de cada persona es el valor (en pesos) que tiene para esa persona la limpieza del departamento, menos el costo de horas trabajadas en limpiar por esa persona.

- Construya la matriz de pagos de este juego, con las estrategias de Pedro en las filas y Pablo en las columnas.
- Encuentre el (o los) equilibrio (s) de Nash de este juego. Justifique.

**Respuesta:****(a)** La matriz de pagos para este juego es la siguiente:

<b>Pablo</b>	3 horas	6 horas	9 horas
<b>Pedro</b>			
3 horas	-130	-10	<b>-40</b>
6 horas	-40	<b>40</b>	-40
9 horas	<b>10</b>	10	-40

Para mayor claridad, calculemos los pagos de cada uno cuando Pedro dedica 6 horas a limpiar y Pablo 3 horas a limpiar. Esto significa que el departamento está *habitable* (6 horas de Pedro mas 3 horas de Pablo = 9 horas, por lo que el departamento está habitable). Un departamento habitable vale \$20 para Pedro y Pablo. Por lo tanto, el pago para Pedro será -\$40 (\$20 - \$10\*6hrs.) y el pago de Pablo será -\$10 (\$20 - \$10\*3hrs.). Todos los pagos se determinan siguiendo la metodología anterior.

$$U_{\text{Pedro}}(3,3) = (-100 - 10 \cdot 3) = -130$$

$$U_{\text{Pedro}}(3,6) = (20 - 10 \cdot 3) = -10$$

$$U_{\text{Pedro}}(3,9) = (100 - 10 \cdot 3) = 70$$

$$U_{\text{Pedro}}(6,3) = (20 - 10 \cdot 6) = -40$$

$$U_{\text{Pedro}}(6,6) = (100 - 10 \cdot 6) = 40$$

$$U_{\text{Pedro}}(6,9) = (100 - 10 \cdot 6) = 40$$

$$U_{\text{Pedro}}(9,3) = (100 - 10 \cdot 9) = 10$$

$$U_{\text{Pedro}}(9,6) = (100 - 10 \cdot 9) = 10$$

$$U_{\text{Pedro}}(9,9) = (100 - 10 \cdot 9) = 10$$

$$U_{\text{Pablo}}(3,3) = (-50 - 10 \cdot 3) = -80$$

$$U_{\text{Pablo}}(3,6) = (20 - 10 \cdot 3) = -10$$

$$U_{\text{Pablo}}(3,9) = (50 - 10 \cdot 3) = 20$$

$$U_{\text{Pablo}}(6,3) = (20 - 10 \cdot 6) = -40$$

$$U_{\text{Pablo}}(6,6) = (50 - 10 \cdot 6) = -10$$

$$U_{\text{Pablo}}(6,9) = (50 - 10 \cdot 6) = -10$$

$$U_{\text{Pablo}}(9,3) = (50 - 10 \cdot 9) = -40$$

$$U_{\text{Pablo}}(9,6) = (50 - 10 \cdot 9) = -40$$

$$U_{\text{Pablo}}(9,9) = (50 - 10 \cdot 9) = -40$$

(a) Los equilibrios de Nash de este juego aparecen en **negrita** en la matriz de pagos. Se encuentran probando si cada una de las combinaciones de estrategias satisface la definición de Equilibrio de Nash. En un juego con dos jugadores, como es el caso, esta forma de hallar los equilibrios comienza del modo siguiente: para cada jugador y para cada estrategia posible con la que cuenta cada jugador se determina la mejor respuesta del otro jugador a esa estrategia. En nuestro caso representaremos lo anterior subrayando la utilidad de la mejor respuesta del jugador j a cada una de las posibles estrategias del jugador i. Si Pablo juega 3hrs, por ejemplo, la mejor respuesta de Pedro sería 9hrs, puesto que \$10 es mayor que -\$130 y -\$40; por ello, la utilidad que \$10 le proporciona a Pedro en la casilla (9hrs.,3hrs) de la matriz está subrayada. Un par de estrategias satisface la condición de Equilibrio de Nash si la estrategia de cada jugador es la mejor respuesta a la del otro, es decir, si ambas utilidades están subrayadas en la casilla correspondiente de la matriz. Por ello, en este juego tenemos tres Equilibrios de Nash:

$$(\text{estrategia de Pedro, estrategia de Pablo}) = \{(9,3), (6,6), (3,9)\}$$

Note que independientemente de cuál sea el equilibrio en que nos encontremos, el departamento estará *limpio* (las tres estrategias implican que el número de horas dedicadas a limpiar en conjunto es de 12hrs).

7. KOMPAQ ha decidido introducir un computador portátil revolucionario al mercado. Con la tecnología que dispone para este efecto, sus costos serán de la forma:

$$C_K(q) = 9q$$

Su archirrival HIBM, al conocer la decisión de KOMPAQ, lanzará un PC portátil con características similares al anterior, pero su función de costos es de la forma

$$C_H(q) = 6q + 0.5 q^2$$

La demanda por este tipo de computadoras viene dada por:

$$P = 150 - Q.$$

- a) Suponiendo que ambas empresas entran al mercado separadamente y sin acuerdos previos, ¿cuál sería el equilibrio de Nash? Determine el precio y la cantidad transada.

**Rpta:**

Las utilidades de las firmas son:

$$\pi_K = (150 - q_K - q_H)q_K - 9q_K$$

$$\pi_K = (150 - q_H - q_K)q_H - 6q_H - 0.5q_H^2$$

Luego, las CPO's son:

$$\text{KOMPAQ: } 2q_K = 141 - q_H$$

$$\text{HIBM: } 3q_H = 146 - 2q_K$$

Luego, las cantidades óptimas producidas por cada firma son:

$$\text{KOMPAQ: } 55,8$$

$$\text{HIBM: } 29,4$$

De lo que la situación en el mercado es:

$$Q = 85,2 \quad P = 64,8$$

- b) Si ambas empresas deciden coludirse, ¿cuál sería el precio de equilibrio y cuánto produciría cada empresa?

**Rpta:**

Si las empresas se coluden, entonces maximizan la utilidad conjunta dada por:

$$\pi = (150 - q_K - q_H)(q_K + q_H) - 9q_K - 6q_H - 0.5q_H^2$$

Las CPO's son:

$$144 - 2q_K - 3q_H = 0$$

$$141 - 2q_K - 2q_H = 0$$

Luego:

$$q_K = 67.5$$

$$q_H = 3$$

Con lo que la situación del mercado será:

$$P = 79,5 \quad Q = 70.5$$

- c) Suponga que HIBM sale del mercado (pues ha sido sorprendida en prácticas fraudulentas) y que ahora el abre el mercado y compiten  $N$  empresas con la misma función de costos que KOMPAQ. ¿Cuál será el nuevo equilibrio de mercado (precio, cantidad producida por cada firma, cantidad total) como función de  $N$ ? ¿Qué ocurre con el precio y la cantidad transada si  $N \rightarrow \infty$ ? Compare sus resultados con el caso en que las empresas se comportan como tomadoras de precio.

**Rpta:**

Las utilidades de una cualquiera de las firmas (cuando todas las demás producen una cantidad  $Q_{-i}$ ) es:

$$\pi_i = (150 - Q_{-i} - q_i)q_i - 9q_i$$

Luego, la CPO es:

$$141 - Q_{-i} = 2q_i$$

En el equilibrio de Nash, todas las firmas producen (debido a que tienen los mismos costos) la misma cantidad  $q^*$ , luego,  $q_i = q^*$  y  $Q_{-i} = (n-1)q^*$

Por lo tanto,  $q^* = 141/(n+1)$ .

Entonces, la cantidad total ofrecida es :

$$Q = (Q_{-i} + q_i) = 141n/(n+1)$$

y el precio es:

$$P = 150 - 141n/(n+1)$$

Por lo tanto, cuando se toma el límite cuando  $n \rightarrow \infty$  se tiene que:

$$Q = 141$$

$$q \rightarrow 0$$

$$P = 9$$

En resumen, como es esperable, se recuperan los resultados de competencia perfecta.

8. En el país Mecano existe una única fábrica productora de Pernos, llamada *Pernos El Espiral*, sus costos marginales de producción son constantes e iguales a  $c_p$ . Por otro lado, existe una única firma productora de tuercas, llamada *Tuercas El Apriete*; sus costos marginales de producción son  $c_T$ . Como ya se habrá imaginado, pernos y tuercas son bienes complementarios perfectos, por lo tanto la curva de demanda por un par tuercas-perno viene dada por:

$$Q = 1 - P \quad \text{Donde} \quad P = P_p + P_T$$

$P_T$  es el precio de un perno y  $P_p$  es el precio de una tuerca.

Suponga que las dos empresas eligen sus precios simultáneamente.

- a. Determine el equilibrio en este mercado, es decir:  $P_p$ ,  $P_T$ ,  $P$ ,  $Q$  y las utilidades de las firmas.

**Respuesta:**

$$p_p = Q_p (P_p - c_p)$$

$$p_p = (1 - P_p - P_T)(P_p - c_p)$$

$$\frac{\partial p_p}{\partial P_p} = -(P_p - c_p) + 1 - P_p - P_T = 0$$

$$P_p = \frac{1 - P_T + c_p}{2}$$

Análogamente

$$p_T = Q_T (P_T - c_T)$$

$$p_T = (1 - P_p - P_T)(P_T - c_T)$$

$$\frac{\partial p_T}{\partial P_T} = -(P_T - c_T) + 1 - P_p - P_T = 0$$

$$P_T = \frac{1 - P_p + c_T}{2}$$

En equilibrio:

$$P_T = \frac{1 - \left( \frac{1 - P_T + c_P}{2} \right) + c_T}{2}$$

$$4P_T = 2 - 1 + P_T - c_P + 2c_T$$

$$P_T = \frac{1 + 2c_T - c_P}{3}$$

Análogamente :

$$P_P = \frac{1 + 2c_P - c_T}{3}$$

$$P = P_P + P_T = \frac{2 + c_T + c_P}{3}$$

En la demanda :

$$Q = 1 - \frac{1 + 2c_P - c_T}{3} - \frac{1 + 2c_T - c_P}{3}$$

$$Q = \frac{1 - c_P - c_T}{3}$$

La utilidad de cada firma es :

$$p_T = \left( \frac{1 - c_P - c_T}{3} \right) \left( \frac{1 + 2c_T - c_P}{3} - c_T \right) = \left( \frac{1 - c_P - c_T}{3} \right) \left( \frac{1 - c_T - c_P}{3} \right) = \left( \frac{1 - c_P - c_T}{3} \right)^2$$

$$p_P = \left( \frac{1 - c_P - c_T}{3} \right) \left( \frac{1 + 2c_P - c_T}{3} - c_P \right) = \left( \frac{1 - c_P - c_T}{3} \right) \left( \frac{1 - c_T - c_P}{3} \right) = \left( \frac{1 - c_P - c_T}{3} \right)^2$$

Suponga ahora que, después de arduas negociaciones entre *La Espiral* y la *El Apriete*, ambas deciden integrarse (es decir, actuar cooperativamente) de manera que las utilidades se repartirían en partes iguales.

- b. Determine cuál sería el nuevo equilibrio (esto es:  $P^P$ ,  $P^T$ ,  $P$ ,  $Q$  y las utilidades de cada una de las firmas) si la fusión se lleva a cabo. ¿A las firmas les conviene estar integradas? Dé una intuición al respecto.

**Respuesta:** Ahora el problema que resuelven las firmas coludidas es:

$$p = Q(P_T - c_T) + Q(P_p - c_p) = Q(P_T + P_p - c_T - c_p) = (1 - P_T - P_p)(P_T + P_p - c_T - c_p)$$

CPO

$$p_{P_T} = -(P_T + P_p - c_T - c_p) + (1 - P_T - P_p) = 0$$

$$p_{P_p} = 1 - 2P_T - 2P_p + c_T + c_p = 0$$

$$P = P_T + P_p = \frac{1 + c_T + c_p}{2}$$

En la demanda :

$$Q = 1 - \frac{1 + c_T + c_p}{2} = \frac{1 - c_T - c_p}{2}$$

$$p = \left( \frac{1 - c_T - c_p}{2} \right) \left( \frac{1 + c_T + c_p}{2} - c_T - c_p \right) = \left( \frac{1 - c_T - c_p}{2} \right) \left( \frac{1 - c_T - c_p}{2} \right) = \left( \frac{1 - c_T - c_p}{2} \right)^2$$

$$p_i = \frac{1}{2} \left( \frac{1 - c_T - c_p}{2} \right)^2$$

- c. Ante la amenaza de integración de ambas firmas, un Diputado reclama insistentemente que este hecho, al aumentar el poder monopólico de las firmas, atenta contra el bienestar de los consumidores. Usted, como miembro de la Comisión Antimonopolios de Mecano, ¿permitiría la fusión de las firmas? ¿Porqué?

**Respuesta:** Comparemos las utilidades de las firmas cuando actúan con y sin colusión, se puede ver que las firmas prefieren estar coludidas:

$$p_{\text{sin colusión}} = \left( \frac{1 - c_T - c_p}{3} \right)^2 < \frac{1}{2} \left( \frac{1 - c_T - c_p}{2} \right)^2 = p_{\text{con colusión}}$$

Por lo tanto, no es conveniente permitir la fusión porque, al ser el precio más alto, la pérdida social es mayor.

La intuición al respecto es que, a estar las firmas coludidas, se maximiza el excedente total, cosa que no se hacía antes, porque cada firma veía su propio beneficio.

9. Suponga que Arabia Saudita y Kuwait pretenden formar un cartel. Cuando hay cooperación, Kuwait produce 1 millón de barriles diarios y Arabia Saudita produce 4 millones de barriles diarios. Romper el acuerdo consiste en producir 1 millón más de barriles diarios. El costo de producir 1 millón de barriles diarios es de 4 u.m.. El precio de venta de cada millón de barriles diarios viene dado por  $P = 40 - 4Q$  donde  $Q$  denota la producción conjunta de ambos países.

- i. Determine la matriz de pagos resultante de un juego simultáneo, donde las estrategias son cooperar o no cooperar.

Respuesta: Para determinar la matriz de pagos del juego, analizamos cada uno de los casos:

- Si ambos Cooperan:

$q_K = 1$ ;  $q_{AS} = 4$ ;  $Q = q_K + q_{AS} = 5$ ; Por lo tanto el precio de venta es  $P = 40 - 4 \cdot 5 = 20$

Luego las utilidades de cada uno de los países son:

$$\pi_K = 20 \cdot 1 - 4 = 16$$

$$\pi_{AS} = 20 \cdot 4 - 4 \cdot 4 = 64$$



- Si ninguno coopera:

$$q_K = 2; q_{AS} = 5; Q = 7; P = 12$$

Luego las utilidades de cada uno de los países son:

$$\pi_K = 16$$

$$\pi_{AS} = 40$$

- Si Arabia Saudita coopera y Kuwait no coopera

$$q_K = 2; q_{AS} = 4; Q = 6; P = 16$$

Luego las utilidades de cada uno de los países son:

$$\pi_K = 24$$

$$\pi_{AS} = 48$$

- Si Kuwait coopera y Arabia Saudita no coopera

$$q_K = 1; q_{AS} = 5; Q = 6; P = 16$$

Luego las utilidades de cada uno de los países son:

$$\pi_K = 12$$

$$\pi_{AS} = 60$$

Con la información anterior se tiene la matriz de pagos:

Con la información anterior se tiene la matriz de pagos:

		Arabia Saudita	
		Coopera	No Coopera
Kuwait	Coopera	16                      64	12                      60
	No Coopera	24                      48	16                      40

ii. ¿Tiene Arabia Saudita y/o Kuwait una estrategia dominante?. Justifique.

Respuesta:

Para Arabia Saudita, cooperar es una estrategia dominante, ya que independiente de lo que haga Kuwait (cooperar o no) siempre va a tener mayor utilidad cooperando.

En cambio para Kuwait la estrategia dominante es no cooperar, ya que tanto si Arabia Saudita coopera como si no coopera, va a tener mayor utilidad no cooperando.

iii. Determine el o los equilibrios de Nash.

Respuesta:

Dado que ambos países tiene estrategias dominantes, el equilibrio que se alcanza es que Kuwait no coopera y Arabia Saudita si coopera. Y este equilibrio es de Nash ya ninguno de los países le conviene salirse dada la estrategia que está siguiendo el otro.

iv. ¿La situación descrita corresponde a un dilema del prisionero?, ¿corresponde a un cartel? Justifique.

Así si se quitan todos los impuestos, los productos con externalidad negativa se saldrían del óptimo social y no se producirían bienes públicos, con lo cual hay pérdida social y no se llega al punto Pareto óptimo.

**Nota de corrección:** Si mencionan ambas justificaciones (externalidades – bienes públicos), todo el puntaje. Si se refieren a una de ellas exclusivamente 2 puntos.

### **Problema de Desarrollo 1 (9 puntos)**

En *Minelandia* existen 3 productores de cobre, cada uno con una función de costos distinta, estas son:

$$C_1 = \frac{3}{2}q^2 + 30$$

$$C_2 = 15q + 10$$

$$C_3 = 25q + 20$$

La demanda de mercado viene dada por:  $P = 30 - Q$ , donde  $Q = q_1 + q_2 + q_3$

- a) (3 puntos) Encuentre el equilibrio de mercado si las firmas compiten de acuerdo al modelo de Cournot.

*(Hint, considere que las firmas no producen unidades negativas de un bien)*

Equilibrio de Cournot:

Para la firma 1:

$$\Pi_1 = (30 - (q_1 + q_2 + q_3))q_1 - 3q_1^2/2 - 30$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 30 - 2q_1 - q_2 - q_3 - 3q_1 = 0$$

$$30 - 5q_1 - q_2 - q_3 = 0$$

Para la firma 2:

$$\Pi_2 = (30 - (q_1 + q_2 + q_3))q_2 - 15q_2 - 10$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 30 - q_1 - 2q_2 - q_3 - 15 = 0$$

$$15 - q_1 - 2q_2 - q_3 = 0$$

Para la firma 3:

$$\Pi_3 = (30 - (q_1 + q_2 + q_3))q_3 - 24q_3 - 20$$

$$\frac{\partial \Pi_3}{\partial q_3} = 30 - q_1 - q_2 - 2q_3 - 24 = 0$$

$$5 - q_1 - q_2 - 2q_3 = 0$$

Así obtenemos el siguiente equilibrio:

$$q_1 = 5$$

$$q_2 = 20/3 = 6.67$$

$$q_3 = -10/3 = -3.33$$

Luego la firma 3 no puede producir cantidad negativa, por lo que no produce. Así el problema a resolver es:

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 30 - 2q_1 - q_2 - 3q_3 = 0$$

$$30 - 5q_1 - q_2 - q_3 = 0$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 30 - q_1 - 2q_2 - q_3 - 15 = 0$$

$$15 - q_1 - 2q_2 - q_3 = 0$$

con  $q_3 = 0$ , nos queda:

$$q_1 = 5$$

$$q_2 = 5$$

$$q_3 = 0$$

$$P = 20$$

Entonces:

$$\Pi_1 = 5 \cdot 20 - 1.5 \cdot 25 - 30 = 32.5$$

$$\Pi_2 = 5 \cdot 20 - 15 \cdot 5 - 10 = 15$$

$$\Pi_3 = -20$$

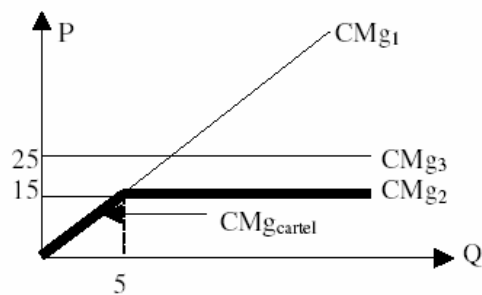
- b) (3 puntos) Si las empresas forman un cartel, ¿Cuál es el equilibrio de mercado? ¿Qué tiene que ocurrir para que las firmas estén dispuestas a conformar el Cartel?  
(Hint, considere que las firmas no producen unidades negativas de un bien)

Las funciones de costos marginales son:

$$CMg_1 = 3q$$

$$CMg_2 = 15$$

$$CMg_3 = 25$$



Luego, la función de costo marginal del cartel queda:

$$CMg_{\text{cartel}} = 3q \quad 0 \leq q \leq 5$$

$$15 \quad q \geq 5$$

El ingreso marginal es:

$$I_{mg} = 30 - 2q$$

Igualando obtenemos:

$$30 - 2q = 3q \Rightarrow q = 30 > 5$$

Luego  $q = 5$  con esta tecnología.

$$30 - 2q = 15 \Rightarrow q = 15/2 = 7.5$$

Así se produce  $q = 2.5$  con esta tecnología, siendo la producción total 7.5

$$\text{El precio es } P = 30 - 7.5 = 22.5$$

La utilidad total del cartel es:

$$\Pi = 22.5 \cdot 7.5 - 1.5 \cdot 25 - 30 - 15 \cdot 2.5 - 10 = 168.75 - 115 = 53.75$$

Para mantener el cartel hay que entregar a la firma 1 una cantidad mayor a 32.5, a la firma 2 hay que entregarle una cantidad mayor a 15 y a la 3 una cantidad mayor a 0, lo cual es posible ya que  $32.5 + 15 = 47.5 < 53.75$

- c) (3 puntos) Se sabe que si rompen el acuerdo colusivo la empresa que primero salga actuará como líder en un oligopolio de Stackelber. ¿Si se quiere minimizar la pérdida social, qué empresa conviene que se salga primero del acuerdo colusivo?

Dado que no se indican externalidades se asume que el costo social solo viene por la pérdida social que provoca el no ubicarse en el equilibrio de competencia perfecta. Además, si el precio de Cournot no permite producir a la firma 3, el precio de Stackelberg menos lo permitirá, ya que éste es menor que Cournot. Luego solo basta ver si la firma 1 o 2 debe ser líder para producir más bienes en el mercado:

- Caso 1: firma 1 es líder

Las seguidoras actuarán bajo la función de reacción respectiva, luego:

$$\Pi_1 = (30 - (q_1 + 7.5 - 0.5q_1))q_1 - 3q_1^2/2 - 30$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 30 - 7.5 - q_1 - 3q_1 = 0$$

$$q_1 = \frac{22.5}{4} = \frac{50}{4} = 12.5$$

$$q_2 = 7.5 - 0.5 \cdot 12.5 = 7.5 - 6.25 = 1.25$$

$$Q_{\text{total}} = 13.75$$

$$P = 30 - 13.75 = 16.25$$

- Caso 2: firma 2 es líder

$$\Pi_2 = (30 - (6 - 0.2q_2 + q_2))q_2 - 15q_2 - 10$$

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial q_2} = 30 - 6 - 1.6q_2 - 15 = 0$$

$$q_2 = \frac{9}{1.6} = \frac{45}{8} = 5.625$$

$$q_1 = 6 - 0.2 \cdot 5.625 = 39/8 = 4.875$$

$$Q_{\text{total}} = 10.5$$

$$P = 30 - 10.5 = 19.5$$

Luego conviene que sea líder la firma 1, para obtener menor pérdida social.

6

## Parte II: Problemas Cortos. (25%)

(15%) 1. Imagine el mercado de duraznos en un pequeño pueblo. Cada día los granjeros cosechan una cierta cantidad de duraznos y los envían al mercado del pueblo. Cada día el precio de los duraznos se determina de acuerdo a la cantidad de duraznos enviada por todos los granjeros. Específicamente, asuma que la demanda diaria de duraznos es  $P = 100 - q$  donde  $P$  es el precio de un Kg. de duraznos y  $q$  la cantidad de duraznos, medida en Kg., ofertada por todos los granjeros. Asuma que el costo de producir duraznos es cero.

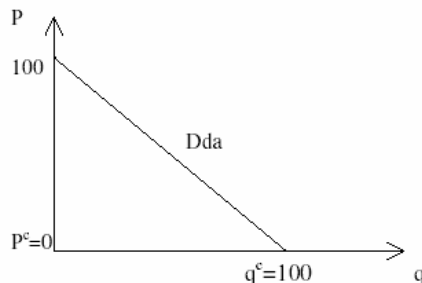
- Determine precio y cantidad de equilibrio si:
  - El mercado es competitivo. Grafique y explique.
  - El mercado está dominado por un monopolio de precio único. Grafique y explique.
- Suponga que dos granjeros son los únicos proveedores de duraznos en este mercado y cada uno de ellos puede producir 50, 25 o 100/3 Kg. de duraznos diarios. Cada granjero no sabe cuánto está produciendo su competidor realmente hasta que llegan al mercado y es muy tarde para cambiar la decisión de producción de ese día. Construya la matriz de pago adecuada y encuentre el (los) equilibrio(s) de Nash de este juego. Explique.

### Respuesta:

a)

i. Mercado competitivo:

Sabemos que el costo total de la producción de duraznos es 0, por lo tanto, el costo marginal de la producción de duraznos también es 0. Una firma en una industria perfectamente competitiva maximiza sus utilidades cuando  $P = CMg$ , por lo tanto  $P = 0$ . Reemplazando en la demanda diaria de duraznos ( $P = 100 - q$ ) tenemos que  $q^c = 100$ .



ii. Mercado monopolístico:

Una forma de resolver este problema es la siguiente: A diferencia del caso de competencia perfecta, la función de ingreso marginal no será una línea horizontal igual al precio. Ahora será una línea con el doble de la pendiente de la demanda y cortará al eje de las abscisas en el punto medio entre el intercepto de la función de demanda y el origen (0,0), por lo tanto, la función de ingreso marginal corta al eje de las abscisas en  $q = 50$ .

Otra forma de hacerlo es calcular directamente la función de ingreso marginal:

$$I = P(q)q = 100q - q^2$$

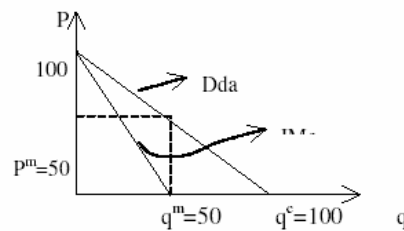
$$\Rightarrow IMg = \frac{\partial I}{\partial q} = 100 - 2q$$

El monopolista maximiza sus utilidades cuando  $Img = CMg$ . Como  $CMg = 0$  tenemos que  $q^m = 50$  (directo según la primera forma de resolver el problema; igualando  $Img = 0$  y despejando  $q^m$  según

la segunda forma). Para obtener el precio que cobra el monopolista, evaluamos la función de demanda en la cantidad de producción del monopolio, por lo tanto:

$$P(q^m) = 100 - 50 = 50$$

$$\Rightarrow P^m = 50$$



b) En este caso, nos encontramos en presencia de un duopolio donde las decisiones sobre el precio y producción se producen bajo comportamiento estratégico. Cada productor tiene disponible tres estrategias de cuanto producir: 50, 25 o 100/3 unidades de duraznos. Por lo tanto, tendremos una matriz de pagos 3x3 que mostrará las 9 combinaciones de producción de ambos (o total) que podrían ocurrir.

Los pagos asociados a cada jugador (productor 1 y productor 2) se calculan de la siguiente manera: Supongamos que el jugador 1 y el jugador 2 producen 25 unidades de duraznos. En este caso, la producción total de duraznos será 50 (25+25). Evaluando esta cantidad en la función de demanda obtenemos  $P=50$ . Por lo tanto, el ingreso total es  $I = Pq = 50 \cdot 50 = 2500$ . Como cada jugador produjo 25 unidades (es decir, la mitad de la producción total) cada uno recibe un pago de 1250. Por lo tanto, la primera casilla de la matriz de pagos asigna 1250 al jugador 1 y 1250 al jugador 2. Usted puede repetir esto para los ocho escenarios restantes, primero determinando la producción total del mercado de duraznos ( $q$ ) sumando la producción individual de los dos productores, luego reemplazando la cantidad anterior en la función de demanda de mercado para determinar el precio  $P$ , y finalmente dividiendo el ingreso total acorde a la proporción de mercado de cada productor.

Por lo tanto, la matriz de pagos de este juego queda determinada por:

Productor 1	Productor 2		
	50 unidades	25 unidades	100/3 unidades
50 unidades	0	1250	833
25 unidades	1250	1250	1042
100/3 unidades	833	1042	1111

El equilibrio de Nash de este juego aparece en **negrita** en la matriz de pagos. Se encuentra probando si cada una de las combinaciones de estrategias satisface la definición de Equilibrio de Nash. En un juego con dos jugadores, como es el caso, esta forma de hallar los equilibrios comienza del modo siguiente: para cada jugador y para cada estrategia posible con la que cuenta cada jugador se determina la mejor respuesta del otro jugador a esa estrategia. En nuestro caso representaremos lo anterior subrayando la utilidad de la mejor respuesta del jugador  $j$  a cada una de las posibles estrategias del jugador  $i$ . Si el productor 1 produce 50, por ejemplo, la mejor respuesta del productor 2 sería producir 25, puesto que \$625 es mayor que \$556 y \$0; por ello, la utilidad que \$625 le proporciona al productor 2 en la casilla (50,25) de la matriz está subrayada. Un par de estrategias satisface la condición de Equilibrio de Nash si la estrategia de cada jugador es la mejor respuesta a la del otro, es decir, si ambas utilidades están subrayadas en la casilla correspondiente de la matriz. Por ello, en este juego tenemos un único Equilibrio de Nash:

$$(\text{estrategia productor 1, estrategia productor 2}) = \{100/3, 100/3\}$$

Por lo tanto, la producción de equilibrio total del mercado será  $q = 100/3 + 100/3 = 66.7$

El precio de equilibrio de mercado será  $P = 100 - 66.7 = 33.3$ .

Puntuación: (a) 1.5 por cada parte, es decir, i) 1.5 y ii) 1.5. (b) 0.5 por definir bien la matriz (identificando las estrategias de cada productor); 1.5 por llenarla con las utilidades correctas; 0.5 por encontrar el Equilibrio de Nash y 0.5 por explicar como lo encontró.

10. Suponga un mercado donde existen dos firmas que actúan según el modelo de Cournot, las cuales pueden invertir en publicidad para aumentar sus ventas. La demanda es afectada por la publicidad de modo tal que:

$$q_1 = \frac{d}{2} + t\mathbf{a} - \frac{P}{2} \qquad q_2 = \frac{d}{2} + f(1-\mathbf{a}) - \frac{P}{2}$$

La demanda de mercado será:  $Q^D = q_1 + q_2 = d + t\mathbf{a} + f(1-\mathbf{a}) - P$

El costo de cada firma depende del nivel de producción y la publicidad ( $\mathbf{A}_i$ ) efectuada;

$$C_i = cq_i + A_i$$

Finalmente se define el coeficiente  $\alpha$  como el nivel de publicidad relativo efectuado por

la primera firma, expresado por  $\mathbf{a} = \frac{A_1}{A_1 + A_2}$

Utilice  $\frac{d}{2} = 30$ ;  $t = 30$ ;  $f = 20$ ;  $c = 10$

a. Para un  $\mathbf{a}$  fijo, encuentre las funciones de reacción.

**Respuesta:**

De la ecuación de demanda

$$Q^D = d + t\mathbf{a} + f(1-\mathbf{a}) - P$$

$$P = d + t\mathbf{a} + f(1-\mathbf{a}) - Q = d + t\mathbf{a} + f(1-\mathbf{a}) - q_1 - q_2$$

$$P = 80 + 10\mathbf{a} - q_1 - q_2$$

En la función de utilidad:

$$\Pi_1 = Pq_1 - C_1(q_1)$$

$$\frac{\partial \Pi_1}{\partial q_1} = 0 \Rightarrow 80 + 10\mathbf{a} - 2q_1 - q_2 - 10 = 0$$

$$q_1 = \frac{70 + 10\mathbf{a} - q_2}{2} \wedge q_2 = \frac{70 + 10\mathbf{a} - q_1}{2}$$

b. Para un  $\mathbf{a}$  fijo, encuentre el equilibrio de mercado y las utilidades de las firmas.

**Respuesta:**

Interceptando ambas funciones de reacción, se encuentra que:

$$q_1 = \frac{70 + 10\mathbf{a}}{3} \wedge q_2 = \frac{70 + 10\mathbf{a}}{3}$$

$$Q^T = q_1 + q_2 = 2\left(\frac{70 + 10\mathbf{a}}{3}\right)$$

En la demanda

$$P = 80 + 10\mathbf{a} - 2\left(\frac{70 + 10\mathbf{a}}{3}\right) = \frac{100 - 10\mathbf{a}}{3}$$

Las utilidades:

$$\Pi_1 = Pq_1 - C_1(q_1) = q_1(P - 10) - A1$$

$$\Pi_1 = q_1(70 + 10a - q_1 - q_2) - A1 = q_1(3q_1 - q_1 - q_2) - A1$$

Como  $q_1 = q_2$

$$\Pi_1 = q_1^2 - A1 = \left( \frac{70 + 10a}{3} \right)^2 - A1$$

$$\Pi_2 = \left( \frac{70 + 10a}{3} \right)^2 - A1$$

Suponga que las firmas poseen dos niveles de publicidad; Alto ( $A=200$ ) y Bajo ( $A=100$ ).

- c. Construya la matriz de pago para estas dos estrategias y encuentre el equilibrio de Nash y el equilibrio cooperativo.

Respuesta:

**CASO1:**

$$A1=100 ; A2=100 \Rightarrow \alpha=0,5$$

$$\Pi_1=525$$

$$\Pi_2=525$$

**CASO2:**

$$A1=100 ; A2=200 \Rightarrow \alpha=0,33$$

$$\Pi_1=497$$

$$\Pi_2=397$$

**CASO3:**

$$A1=200 ; A2=100 \Rightarrow \alpha=0,66$$

$$\Pi_1=453$$

$$\Pi_2=553$$

**CASO4:**

$$A1=200 ; A2=200 \Rightarrow \alpha=1/2$$

$$\Pi_1=425$$

$$\Pi_2=425$$

EMPRESA1	A1=100	A1=200
EMPRESA2		
A2=100	525	453
	525	553
A2=200	497	425
	397	425

En este caso la estrategias ( $A1=100, A2=100$ ) corresponde tanto a Nash como equilibrio Cooperativo.

11. Cuentan que la idea del equilibrio de Nash, surgió cuando John Nash (autor de la teoría) se encontraba en un bar junto a tres compañeros. De pronto, entraron un grupo de mujeres, una de ellas considerada por todos como la más atractiva. Había un problema, todos intentarían conquistar a la más atractiva, por lo que tres de los cuatro amigos se quedarían sin ninguna mujer (perderían la opción con las otras). Fue en ese instante cuando Nash les dijo a los demás: "Cada uno de nosotros debe ir hacia una mujer distinta, pero dejando sola a la más bella, de esa forma cada uno tendrá una oportunidad segura." Sus compañeros lo *miraron feo*, pues claro, él iría donde la más bella y los dejaría a ellos con las otras.
- Intentar conquistar a la mujer más atractiva, ¿Es un equilibrio de Nash?
  - Defina estrategia dominante. En este caso, ¿cuál es?

**Respuesta:**

Dado que un amigo puede estar dispuesto a tener como sea a la más atractiva o conformarse con otra. El problema se puede analizar de dos formas:



La más atractiva a como de lugar:

- i. Intentar conquistar a la mujer más atractiva corresponderá a un equilibrio de Nash, dado que ningún amigo tiene incentivos por sí solo para intentar conquistar a otra. Para analizarlo se puede ver del siguiente modo: si un amigo de John eligiera la estrategia "conquistar otra", John elige "conquistar atractiva" pues le reporta más utilidades, si el amigo escoge "conquistar atractiva", John escoge también "conquistar atractiva" (va a dar la pelea para que le reporte mayores utilidades aun con el riesgo de quedarse solo). El equilibrio cooperativo (que cada uno fuera a una distinta) en este caso no es estable, aunque todos hubieran asegurado una conquista, tienen incentivos para intentarlo con a la más atractiva (tres se quedan solos).
- ii. Una estrategia dominante es aquella estrategia que es elegida, independientemente de lo que haga cualquier otro jugador. En este caso, la estrategia dominante es intentar conquistar a la más atractiva, debido a que independiente de lo que decida el resto, cada amigo obtiene mayor bienestar conquistando a la más atractiva.

A falta de pan buenas son las tortas:

- i. En este caso no existe un equilibrio de Nash. Se puede analizar de forma análoga a la primera posibilidad. Si un amigo de John eligiera la estrategia "conquistar otra", John elige "conquistar atractiva" pues le reporta más bienestar, si el amigo escoge "conquistar atractiva", John escoge "conquistar otra" (no va a dar la pelea ya que prefiere quedarse con alguien frente a la posibilidad de no tener a ninguna). Por lo tanto, conquistar a la más atractiva no corresponde a un eq. de Nash pues existen incentivos para conquistar a las otras (riesgo de quedarse solo).
- ii. Una estrategia dominante es aquella estrategia que es elegida, independientemente de lo que haga cualquier otro jugador. En este caso, no existe una estrategia dominante pues la estrategia de cada amigo es dependiente de lo que decida el resto, cada amigo intentará conquistar a la más atractiva sólo si el otro eligió conquistar a otra y decidirá conquistar a otra en el caso contrario.