

PROFESOR: CLAUDIO ROMERO

AUX: KIM HADSER

Pauta P2 Control 2

- (i) Denotamos S' el sistema donde el pión está en reposo (centro de momentum), luego:

$$\boxed{\begin{array}{l} E_i = E_f \\ \vec{p}_i = \vec{p}_f \end{array}} \Leftrightarrow \begin{array}{l} E'_\pi = E'_{\gamma 1} + E'_{\gamma 2} \\ 0 = \vec{p}'_{\gamma 1} + \vec{p}'_{\gamma 2} \Rightarrow |\vec{p}'_{\gamma 1}| = |\vec{p}'_{\gamma 2}| \\ \Rightarrow E'_{\gamma 1} = E'_{\gamma 2} \equiv E'_\gamma \end{array}$$

Luego: $E'_\pi = m_\pi c^2 = 2E'_\gamma$

$$\Rightarrow \boxed{E'_\gamma = \frac{m_\pi c^2}{2}} \quad y$$

$$\boxed{p'_\gamma = \frac{E'_\gamma}{c} = \frac{m_\pi c}{2}}$$

- (ii) Tenemos que en el sistema de laboratorio (S):

$$T_\pi \equiv E_\pi - \underset{\substack{\uparrow \\ \text{enunciado}}}{m_\pi c^2} = m_\pi c^2 \Rightarrow E_\pi = 2m_\pi c^2$$

Además, la energía del pión está dada por:

$$E_\pi = \frac{m_\pi c^2}{\sqrt{1 - v^2/c^2}}$$

$$\Rightarrow \sqrt{1 - v^2/c^2} = \frac{1}{2} \Rightarrow$$

$$\boxed{v = \frac{\sqrt{3}}{2} c}$$

(iii) Conocemos la energía de cada fotón en el sistema centro de momentum, que se desplaza con velocidad $v = \frac{\sqrt{3}}{2}c$ c/r a S (lab). Luego, por transformaciones de Lorentz:

$$\frac{E'_\gamma}{c} = \frac{\frac{E_\gamma}{c} - \frac{v}{c} p_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

o equivalentemente:
$$\frac{E_\gamma}{c} = \frac{\frac{E'_\gamma}{c} + \frac{v}{c} p'_x}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

pero $p'_x = 0$ para ambos fotones, y $\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} = 2$ entonces:

$$E_\gamma = 2E'_\gamma = m_\pi c^2$$

∴ La energía de cada fotón es $E_\gamma = m_\pi c^2$

Este resultado concuerda con la Ley de Conservación de Energía.

(iv) El ángulo de la dirección de propagación de cada fotón con respecto al eje x de S lo podemos definir por:

$$\sin \theta = \frac{p_{ry}}{|\vec{p}_r|}$$



Ahora, dado que el desplazamiento relativo entre S y S' ocurre en la dirección del eje x, entonces $p_{ry} = p'_{ry}$.

pero $p'_{xy} = \pm \frac{m\pi c}{2}$, de la parte (i), y además:

$$|\vec{p}_x| = \frac{E_x}{c} = m\pi c$$

Así: $\sin\theta = \pm \frac{1}{2}$, según cuál fotón consideramos.

$$\Rightarrow \boxed{\theta = \pm \pi/6}$$

por lo tanto, el ángulo $\alpha \equiv 2\theta$ entre ambos fotones es $\alpha = \pi/3$.



$\cdot / k \cdot h \cdot \nu$