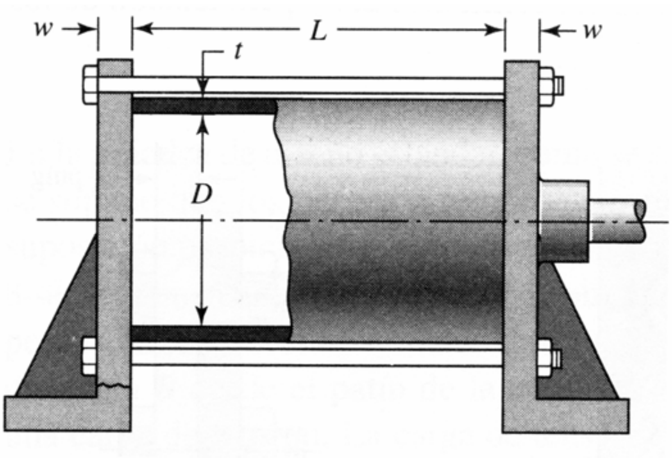
ME56A – Diseño de Elementos de Máquinas
Dpto. Ingeniería Mecánica
Prof. Roberto Corvalán
12 de Abril de 2006

Auxiliar Nº3: Uniones Apernadas

En la figura se muestra un cilindro hidráulico de diámetro interior D=5[in], espesor de pared t=3/8[in], largo L=12[in]. El espesor de las ménsulas (tapas del cilindro) es de w=3/4[in] ambas. Se utilizan 12 pernos UNC de 3/8" SAE grado 5, apretados a un 75% de la carga de prueba (precarga). Los pernos se distribuyen en la instalación de tal manera que la carga sobre cada uno de ellos es igual. La presión máxima al interior del cilindro es de P_0=1.5[kpsi].

a. Calcule el largo necesario de cada tornillo suponiendo que se usan 2 arandelas de la serie W y un tuerca hexagonal regular (redondee el valor final para el largo). Calcule la rigidez de un perno, K_b y la rigidez de los elementos unidos, K_m.
b. Calcule la carga externa P sobre cada perno, la precarga F_i, la fuerza resultante en el tornillo F_b y la fuerza resultante sobre los elementos, F_m.
c. Utilizando los criterios de falla de Goodman y ASME elíptico, calcule los factores de seguridad para la falla por fatiga en los pernos, suponiendo que el valor máximo que alcanza la presión dentro del cilindro es P_0 y el mínimo es cero.



INDICACIÓN:

- Recuerde que para *N* resortes conectados en serie, la rigidez del conjunto está dada por:

$$k_{total} = \left(\sum_{i=1}^{N} \frac{1}{k_i} \right)^{-1}$$

- Recuerde que para *N* resortes conectados en paralelo, la rigidez del conjunto está dada por:

$$k_{total} = \sum_{i=1}^{N} k_i$$

a) Largo mínimo:

$$L_{min} = L + 2w + \underset{\text{hex. reg.}}{H_T} + 2\underbrace{A}_{\text{wide}} = 12 + 3/2 + 21/64 + 2\cdot 0{,}083 = 14\,[in]$$

$$L_T = 2d + 1/2 = 2\cdot 3/8 + 1/2 = 1{,}25\,[in]$$

$$L_D = 14 - 1{,}25 = 12{,}75\,[in]$$

$$3/8'' - UNC \Rightarrow A_T = 0{,}0775\,[in^2]$$

$$A_D = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{\pi \cdot (3/8)^2}{4} = 0{,}1105\,[in^2]$$

Rigidez del Perno:

$$K_B = \frac{A_D \cdot A_T \cdot E}{A_D \cdot L_T + A_T \cdot L_D} = 220566{,}8\left[\frac{lbf}{in}\right]$$

Rigidez de los elementos:

$$\frac{1}{K_m} = \frac{1}{K_1} + \frac{1}{K_2} + \frac{1}{K_3}$$

1, 3: ménsulas
2: cilindro

$$K_1 = K_3 = \frac{0{,}577 \cdot \pi \cdot E \cdot d}{L_N\left[\frac{(1{,}15t + D_w - d)(D_w + d)}{(1{,}15t + D_w + d)(D_w - d)}\right]} = 1{,}842 \cdot 10^7\left[\frac{lbf}{in}\right]$$

t es el agarre $= w = 3/4\,[in]$

D_w es el diam. ext. de la golilla $= 1\,[in]$

d es el diam. nominal del perno $= 3/8\,[in]$

LA RIGIDEZ DEL CILINDRO ES:

$$K_c = \frac{AE}{L} \quad ; \quad A = \frac{\pi}{4}\left[(D+2t)^2 - D^2\right] = \pi t(t+D) = 6{,}3323\,[in^2]$$

$$K_c = \frac{6{,}3323\,[in^2]\cdot 200\,[GPa]}{12\,[in]} = 1{,}531\cdot 10^7 \left[\frac{lbf}{in}\right]$$

LA RIGIDEZ EQUIVALENTE DEL CILINDRO QUE AFECTA A UN PERNO, SUPONIENDO QUE LA CARGA SE DISTRIBUYE HOMOGENEAMENTE:

$$K_2 = \frac{K_c}{12} = 1{,}276\cdot 10^6 \left[\frac{lbf}{in}\right]$$

$$\Rightarrow K_M = \left(\frac{2}{1{,}842\cdot 10^7} + \frac{1}{1{,}276\cdot 10^6}\right)^{-1} = 1{,}121\cdot 10^6 \left[\frac{lbf}{in}\right]$$

— · —

b) $$P = \frac{P_0 \cdot 2A}{12} = \frac{1{,}5\,[kpsi]\cdot 2\cdot\left[\pi(5[in])^2/4\right]}{12} = 4908{,}74\,[lbf]$$

$$F_i = \xi_1 \cdot A_T \cdot S_p = 0{,}75 \cdot 0{,}0775\,[in^2]\cdot 85\,[kpsi] = 4940{,}62\,[lbf]$$

$$C = \frac{K_B}{K_B + K_M} = 0{,}16441$$

$$\Rightarrow F_B = CP + F_i = 0{,}16441 \cdot 4908{,}74 + 4940{,}62 = 5747{,}67\ [\text{lbf}]$$

$$F_M = (1-C)\cdot P - F_i = (1-0{,}16441)\,4908{,}74 - 4940{,}62 = -838{,}926\ [\text{lbf}]$$

c) $$\sigma_A = \frac{CP}{2A_T} = \frac{0{,}16441 \cdot 4908{,}74\ [\text{lbf}]}{2 \cdot 0{,}0775\ [\text{in}^2]} = 5{,}21\ [\text{kpsi}]$$

$$\sigma_M = \frac{CP}{2A_T} + \frac{F_i}{A_T} = 5{,}21\ [\text{kpsi}] + \frac{4940{,}62\ [\text{lbf}]}{0{,}0775\ [\text{in}^2]} = 68{,}96\ [\text{kpsi}]$$

GOODMAN:

$$\frac{S_A}{S_E} + \frac{S_M}{S_{UT}} = 1 \qquad S_A = n\,\sigma_A \quad S_M = n\,\sigma_M$$

SAE GRADO 5 $\Rightarrow S_{UT} = 120\ [\text{kpsi}]$

$S_E = 18{,}6\ [\text{kpsi}]$

$$\Rightarrow n = \frac{S_E \cdot S_{UT}}{S_{UT}\,\sigma_A + \sigma_M\,S_E} = 1{,}17$$

ASME ELÍPTICO:

$$\left(\frac{S_A}{S_E}\right)^2 + \left(\frac{S_M}{S_{UT}}\right)^2 = 1$$

$$n = \frac{S_E \cdot S_{UT}}{\sqrt{(\sigma_A \cdot S_{UT})^2 + (\sigma_M \cdot S_E)^2}} = 1{,}56$$