

Capítulo 1

Pauta Control 1

1.1. Pregunta 1

Cálculo de esfuerzos principales:

$$\det \begin{pmatrix} T - \sigma & 0 & -40 \\ 0 & 10 - \sigma & 0 \\ -40 & 0 & 0,5T - 40 \end{pmatrix} = 0$$

$$\Rightarrow (T - \sigma)[(10 - \sigma)(0,5T - \sigma)] - 0 + (-40)[-(10 - \sigma)(-40)] = 0$$

$$\Rightarrow (10 - \sigma)[(T - \sigma)(0,5T - \sigma) - 40^2] = 0$$

$$\Rightarrow \sigma_a = 10 \rightarrow \textbf{(0.3 puntos)}$$

$$\sigma_b = 0,25(\sqrt{T^2 + 25600} + 3T) \rightarrow \textbf{(0.3 puntos)}$$

$$\sigma_c = -0,25(\sqrt{T^2 + 25600} - 3T) \rightarrow \textbf{(0.3 puntos)}$$

Suponiendo que $\sigma_b > \sigma_c > \sigma_a$ se aplican los criterios de fluencia. Aquí es válido aplicar sólo un criterio, y el puntaje por aplicarlo correctamente es de **(2.1 puntos)**:

1.1.1. Criterio de Esfuerzo Máximo

$$\Rightarrow \sigma_b = \sigma_o = 400[MPa]$$

$$\Rightarrow 0,25(\sqrt{T^2 + 25600} + 3T = 400[MPa]$$

$$\Rightarrow T_{max} = 392,15[MPa]$$

1.1.2. Criterio de Tresca

$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{\sigma_b - \sigma_a}{2} = \frac{400}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{0,25(\sqrt{T^2 + 25600} + 3T) - 10}{2} = \frac{400}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow T_{max} = 402,33 [MPa]$$

1.1.3. Criterio de Von Mises

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_1 - \sigma_2))^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} = \sigma_o [MPa]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[(0,25(\sqrt{T^2 + 25600} + 3T) - (-0,25(\sqrt{T^2 + 25600} - 3T)))^2 + ((-0,25(\sqrt{T^2 + 25600} - 3T) - 10))^2 + (10 - (0,25(\sqrt{T^2 + 25600} + 3T)))^2]^{\frac{1}{2}} = 400 [MPa]$$

$$\Rightarrow T_{max} = 464,86 [MPa]$$

Con los valores obtenidos para T_{max} se calculan los esfuerzos principales según el criterio:

■ Criterio de Esfuerzo Máximo:

$$\Rightarrow \sigma_1 = 400 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_2 = 188,22 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_3 = 10 [MPa]$$

■ Criterio de Tresca:

$$\Rightarrow \sigma_1 = 409 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_2 = 193,22 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_3 = 10 [MPa]$$

■ Criterio de Von Mises:

$$\Rightarrow \sigma_1 = 471,55 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_2 = 225,73 [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_3 = 10 [MPa]$$

1.1.4. Círculo de Mohr → (1.5 puntos)

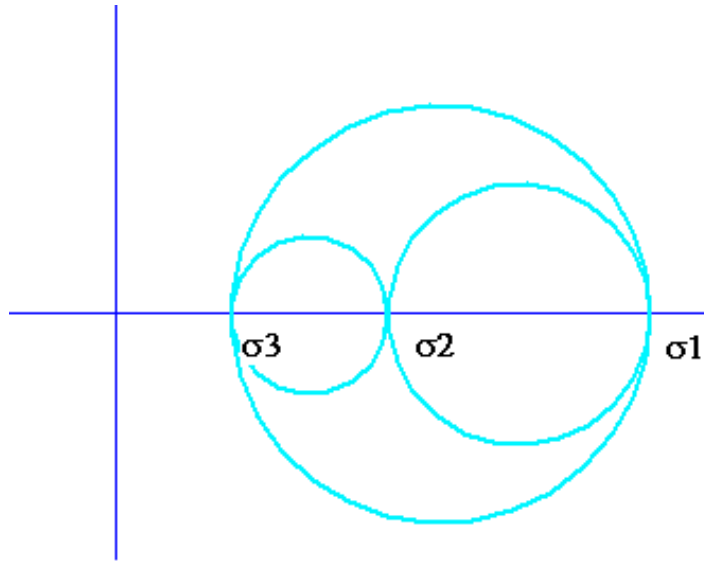


Figura 1.1: Círculo de Mohr.

1.2. Pregunta 2

Del enunciado:

$$\Rightarrow p = 3\sigma_o[MPa]$$

además,

$$\sigma_o = 10[Kg/mm^2] = 98[MPa]$$

(o 100 [MPa], dependiendo si se toma $g=10 [m/s^2]$).

$$\Rightarrow p = 3 * 98[MPa] = 294[MPa] \rightarrow \textbf{(1 punto)}$$

(o 300 [MPa] en el caso de haber considerado $g=10 [m/s^2]$).

Aquí es directo que los esfuerzos σ_{11} , σ_{22} y σ_{33} son esfuerzos principales.

En esta pregunta no tiene sentido usar el criterio de máximo esfuerzo para calcular σ_{11} y σ_{22} , porque el resultado es directo, no se dio puntaje por aplicar ese criterio.

Luego, para calcular σ_{11} y σ_{22} se aplican los criterios de Tresca y Von Mises:

1.2.1. Criterio de Tresca → (2 puntos)

Aquí hay dos posibles soluciones dependiendo de que esfuerzo se considere el mayor:

- Considerando $\sigma_1 = \sigma_{33} = -p$ y $\sigma_3 = \sigma_{11}$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_o}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \frac{-p - \sigma_{11}}{2} = \frac{98}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \frac{-294 - \sigma_{11}}{2} = \frac{98}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_{11} = \sigma_{22} = -392 [MPa]$$

(ó -400 [MPa] en el caso de haber usado $g=10$ [m/s²]).

- Considerando $\sigma_1 = \sigma_{11}$ y $\sigma_3 = \sigma_{33} = -p$

$$\Rightarrow \tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_3}{2} = \frac{\sigma_o}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{11} + p}{2} = \frac{98}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \frac{\sigma_{11} + 294}{2} = \frac{98}{2} [MPa]$$

$$\Rightarrow \sigma_{11} = \sigma_{22} = -196 [MPa]$$

(o -200 [MPa] en el caso de haber usado $g=10$ [m/s²]).

1.2.2. Criterio de Von Mises → (2 puntos)

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2]^{\frac{1}{2}} = \sigma_o[MPa]$$

Considerando $\sigma_{11} = \sigma_{22} = \sigma$:

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma - \sigma)^2 + (\sigma + p)^2 + (-p - \sigma)^2]^{\frac{1}{2}} = \sigma_o[MPa]$$

$$\Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}}[(\sigma + 294)^2 + (-294 - \sigma)^2]^{\frac{1}{2}} = 98[MPa]$$

Resolviendo la ecuacion anterior para σ se obtiene:

$$\Rightarrow \sigma = \sigma_{11} = \sigma_{22} = -196$$

(o -200) [MPa].

$$\Rightarrow \sigma = \sigma_{11} = \sigma_{22} = -392$$

(o -400) [MPa].

Los valores son iguales para ambos criterios pues existe un sólo esfuerzo de corte, y corresponde al esfuerzo de corte máximo, por lo tanto aplicar el criterio de Von Mises equivale a aplicar el criterio de Tresca → **(1 punto)**.