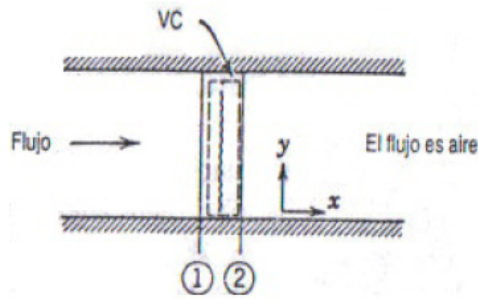


ME33A - Mecánica de Fluidos
Guía Examen
Semestre Primavera 2006

Problema 1

Una onda de choque normal permanece en un ducto. El fluido es aire, el cual puede considerarse un gas ideal. Las propiedades aguas arriba de la onda son $T_1 = 5^\circ\text{C}$, $p_1 = 65 \text{ [kPa]}$ (abs) y $V_1 = 668 \text{ [m/s]}$. La temperatura en la sección ②, aguas abajo de la onda de choque, es $T_2 = 469^\circ\text{K}$. Determine las propiedades en la sección ② y compárelas con las propiedades aguas arriba. Dibuje el proceso en un diagrama T-s.



Solución

Primero se calculan las propiedades de la sección ①. Para un gas ideal,

$$\rho_1 = \frac{p_1}{RT_1} = 6,5 \cdot 10^4 \cdot \frac{\text{N}}{\text{m}^2} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{K}}{287 \text{ N} \cdot \text{m}} \cdot \frac{1}{278 \text{ K}} = 0,815 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

$$c_1 = \sqrt{kRT_1} = \left(1,4 \cdot 287 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 287 \text{ K} \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{N} \cdot \text{s}^2} \right)^{1/2} = 334 \text{ [m/s]}$$

Entonces,

$$M_1 = \frac{V_1}{c_1} = \frac{668}{334} = 2$$

y,

$$T_{0_1} = T_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right) = 287 \text{ K} [1 + 0,2(2)^2] = 500 \text{ K}$$

$$p_{0_1} = p_1 \left(1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right)^{k/(k-1)} = 65 \text{ kPa} [1 + 0,2(2)^2]^{3,5} = 509 \text{ kPa(} abs \text{)}$$

V_2 se puede evaluar aplicando la ecuación de energía al volumen de control mostrado en la figura.

$$\dot{Q} - \dot{W}_s - \dot{W}_{corte} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} e \rho dV + \int_{SC} (e + pv) \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

donde

$$e = u + \frac{V^2}{2} + gz$$

Suposiciones:

1. $\dot{Q} = 0$
2. $\dot{W}_s = 0$
3. $\dot{W}_{corte} = 0$
4. Flujo estable.
5. Flujo uniforme en cada sección.
6. Se desprecia el término de la gravedad.
7. $A_1 = A_2 = A$

Por lo tanto,

$$0 = \left(u_1 + p_1 v_1 + \frac{V_1^2}{2} \right) (-|\rho_1 V_1 A|) + \left(u_2 + p_2 v_2 + \frac{V_2^2}{2} \right) (|\rho_2 V_2 A|)$$

$$0 = \dot{m} \left(u_2 + p_2 v_2 + \frac{V_2^2}{2} - u_1 - p_1 v_1 - \frac{V_1^2}{2} \right)$$

o

$$h_1 + \frac{V_1^2}{2} = h_2 + \frac{V_2^2}{2}$$

Resolviendo para V_2

$$V_2 = [V_1^2 + 2(h_1 - h_2)]^{1/2} = [V_1^2 + 2c_p(T_1 - T_2)]^{1/2} = \left[668^2 \frac{m^2}{s^2} + 2 \cdot 1000 \frac{N \cdot m}{kg \cdot K} \cdot (278 - 469) K \cdot \frac{kg \cdot m}{N \cdot s^2} \right]^{1/2}$$

$$\Rightarrow V_2 = 253 [m/s]$$

Por continuidad, $G = \rho_1 V_1 = \rho_2 V_2$, por lo que

$$\rho_2 = \rho_1 \frac{V_1}{V_2} = 0,815 \frac{kg}{m^3} \left(\frac{668}{253} \right) = 2,15 [kg/m^3]$$

La presión se puede calcular de dos maneras:

1. De la ecuación de estado de gas ideal

$$p_2 = \rho_2 R T_2 = 2,15 \frac{kg}{m^3} \cdot 287 \frac{N \cdot m}{kg \cdot K} \cdot 469 K = 289 [kPa] \text{ (abs)}$$

2. De la ecuación de momento

$$F_{s_x} = \frac{\partial}{\partial t} \int_{VC} V_x \rho d\forall + \int_{SC} V_x \rho \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$$p_1 A - p_2 A = V_1 (-|\rho_1 V_1 A|) + V_2 (|\rho_2 V_2 A|) = \dot{m}(V_2 - V_1)$$

o

$$p_1 - p_2 = \rho_1 V_1 (V_2 - V_1)$$

Resolviendo se obtiene

$$p_2 = p_1 - \rho_1 V_1 (V_2 - V_1) = 6,5 \cdot 10^4 \frac{N}{m^2} - 0,815 \frac{kg}{m^3} \cdot 668 \frac{m}{s} \cdot (253 - 668) \frac{m}{s} \cdot \frac{N \cdot s^2}{kg \cdot m}$$

$$\Rightarrow p_2 = 291 [kPa] \text{ (abs)}$$

(Las diferencias en los resultados se deben a redondeos).

Como el flujo es adiabático, $T_0 = cte$, luego

$$T_{0_2} = T_{0_1} = 500 \text{ K}$$

La presión local de estancamiento isoentrópico en la sección ② es

$$p_{0_2} = p_2 \left(\frac{T_{0_2}}{T_2} \right)^{k/(k-1)} = 289 \text{ kPa} \left(\frac{500}{469} \right)^{3,5} = 362 \text{ [kPa]} \text{ (abs)}$$

Al comparar las condiciones antes y después de la onda de choque, se ve que $T_{0_2} = T_{0_1}$, $p_{0_2} < p_{0_1}$, $T_2 > T_1$, $p_2 > p_1$ y $V_2 < V_1$.

El cambio en la entropía se puede calcular de la ecuación Tds

$$Tds = dh - vdp$$

Para un gas ideal

$$ds = c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p}$$

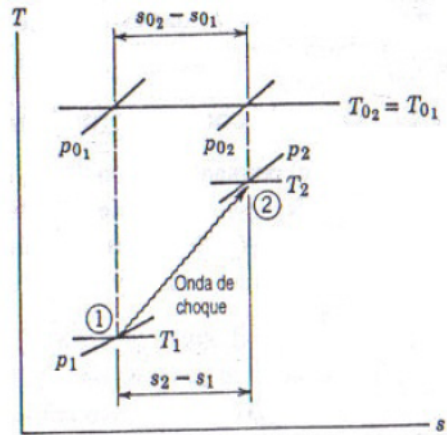
Al integrar (para $c_p = cte$), se produce:

$$s_2 - s_1 = c_p \ln \frac{T_2}{T_1} - R \ln \frac{p_2}{p_1}$$

Dado que $s_{0_2} - s_{0_1} = s_2 - s_1$, se puede evaluar el cambio de entropía en ñas condiciones de estancamiento, que es más fácil ya que $T_{0_2} = T_{0_1}$.

$$s_2 - s_1 = s_{0_2} - s_{0_1} = c_p \ln \frac{T_{0_2}}{T_{0_1}} - R \ln \frac{p_{0_2}}{p_{0_1}} = -287 \frac{\text{N} \cdot \text{m}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \ln \left(\frac{3,62 \cdot 10^5}{5,09 \cdot 10^5} \right) = 0,0978 \text{ [kJ/(kg} \cdot \text{K)]}$$

Finalmente, el diagrama T-s queda como:



Problema 2

Fluye aire isoentrópicamente en un canal. En la sección ①, el número de Mach es 0.3, el área es $0.001 \text{ [m}^2\text{]}$ y la

presión absoluta y la temperatura son 650 [kPa] y 62 °C, respectivamente. En la sección ②, el número de Mach es 0.8. Dibuje la forma del canal, elabore un diagrama T-s para el proceso y evalúe las propiedades en la sección ②.

Solución

Acercar un flujo subsónico requiere una tobera convergente. La forma del canal debe ser entonces como la que se ve en la figura ??.

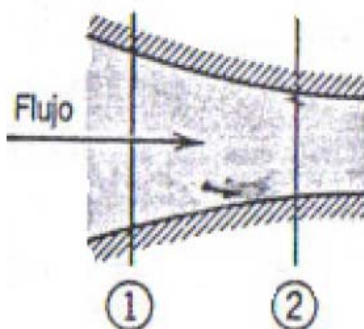


Figura 1: Tobera convergente.

En el plano T-s, el proceso sigue la línea $s = cte$. Las condiciones de estancamiento permanecen fijas para flujo isoentrópico (ver figura ??).

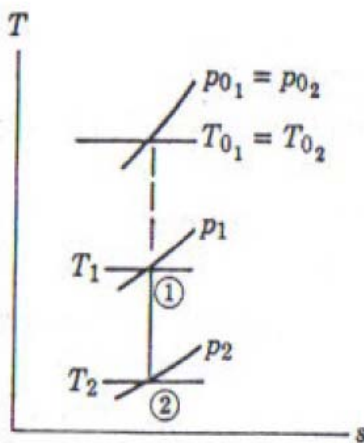


Figura 2: Diagrama T-s.

Luego, se puede calcular la temperatura de estancamiento en la sección ② (para el aire, $k = 1,4$) de

$$T_{0_2} = T_{0_1} = T_1 \left[1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right] = (62 + 273) \text{ K} \left[1 + \frac{1,4-1}{2} 0,3^2 \right]$$

$$\Rightarrow T_{0_2} = T_{0_1} = 341 \text{ K}$$

y

$$T_2 = \frac{T_{0_2}}{1 + \frac{k-1}{2} M_2^2} = \frac{341 \text{ K}}{1 + 0,2(0,8)^2} = 302 \text{ K}$$

Además, para un gas ideal,

$$c_2 = \sqrt{kRT_2} = \left[1,4 \cdot 287 \frac{N \cdot m}{kg \cdot K} \cdot 302 \text{ K} \cdot \frac{kg \cdot m}{N \cdot s^2} \right]^{1/2} = 3,48 \text{ [m/s]}$$

De la definición del número de Mach,

$$V_2 = M_2 c_2 = 0,8 \cdot 348 \text{ m/s} = 278 \text{ [m/s]}$$

Utilizando la relación isentrópica, $p/\rho^k = cte$, y la ecuación de estado de gas ideal, se obtiene

$$\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{k/(k-1)} = \left(\frac{302}{335} \right)^{3,5} = 0,696$$

y

$$p_2 = 0,696 p_1 = 0,696 \cdot 650 \text{ kPa (abs)} = 452 \text{ [kPa] (abs)}$$

Además,

$$\rho_2 = \frac{p_2}{RT_2} = 4,52 \cdot 10^5 \frac{N}{m^2} \cdot \frac{kg \cdot K}{287 \text{ N} \cdot m} \cdot \frac{1}{302 \text{ K}} = 5,21 \text{ [kg/m}^3\text{]}$$

De la ecuación de continuidad,

$$\dot{m} = \rho_1 V_1 A_1 = \rho_2 V_2 A_2 = cte$$

por lo que

$$A_2 = A_1 \frac{M_1}{M_2} \left(\frac{T_1}{T_2} \right)^{(k+1)/(2(k-1))} = 0,001 \text{ m}^2 \cdot \frac{0,3}{0,8} \left(\frac{335}{302} \right)^3 = 5,12 \cdot 10^{-4} \text{ [m}^2\text{]}$$

De tal modo, $A_2 < A_1$, como se esperaba. Por último,

$$p_{0_2} = p_2 \left[1 + \frac{k-1}{2} M_2^2 \right]^{k/(k-1)} = 689 \text{ [kPa] (abs)}$$

La presión de estancamiento debe ser cte. para flujo isentrópico. La verificación produce

$$p_{0_1} = p_1 \left[1 + \frac{k-1}{2} M_1^2 \right]^{k/(k-1)} = 692 \text{ [kPa] (abs)}$$

La discrepancia entre p_{0_1} y p_{0_2} se debe al redondeo de las temperaturas al calcular p_{0_2} .

Problema 3

Encuentre la fuerza total sobre la compuerta AB causada por los fluidos. Encuentre la posición de esta fuerza medida desde el fondo de la compuerta. Suponga que la densidad relativa del aceite es 0.6. La compuerta es de $12 \times 4 \text{ pie}^2$

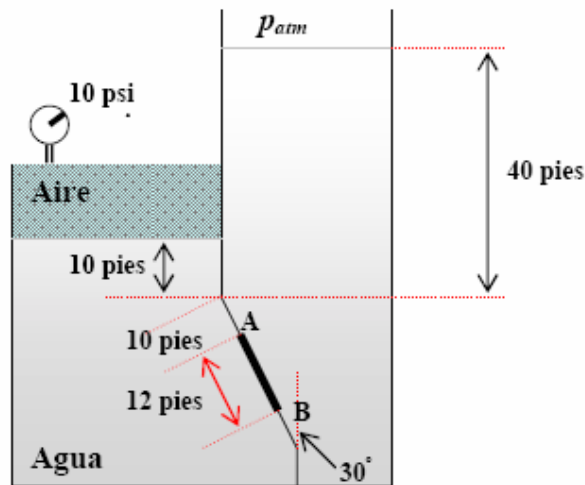


Fig. 1

Solución

Primero compatibilizamos unidades, tomando como base el SI.

$$40 \text{ pies} \approx 12.192 \text{ m}$$

$$12 \text{ pies} \approx 3.658 \text{ m}$$

$$10 \text{ pies} \approx 3.048 \text{ m}$$

$$4 \text{ pies} \approx 1.219 \text{ m}$$

$$10 \text{ psi} \approx 68.948 \text{ kPa}$$

La compuerta AB está sometida a la acción hidrostática del agua y del aceite que se manifiesta, en cada caso, en forma de una presión que varía linealmente con la profundidad

como se muestra en la figura 1:

A esto se suma el efecto de la presión del aire encerrado en la parte superior de compartimiento de la izquierda, la misma que se trasmite sin variación a través del agua, que se muestra en la figura 2.

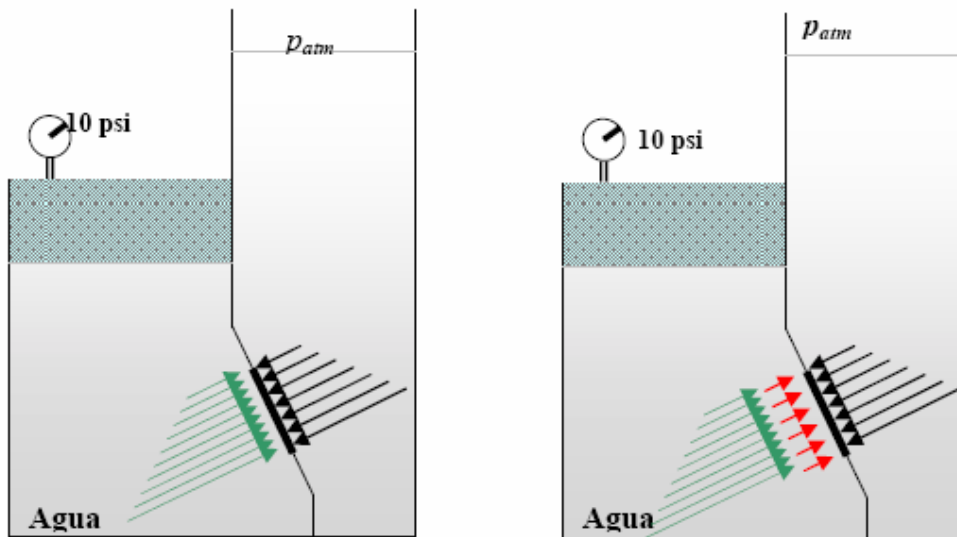


Fig 2

Ambos sistemas de fuerza pueden sustituirse por sendas resultantes actuando sobre la compuerta, como se ve en la figura 3.

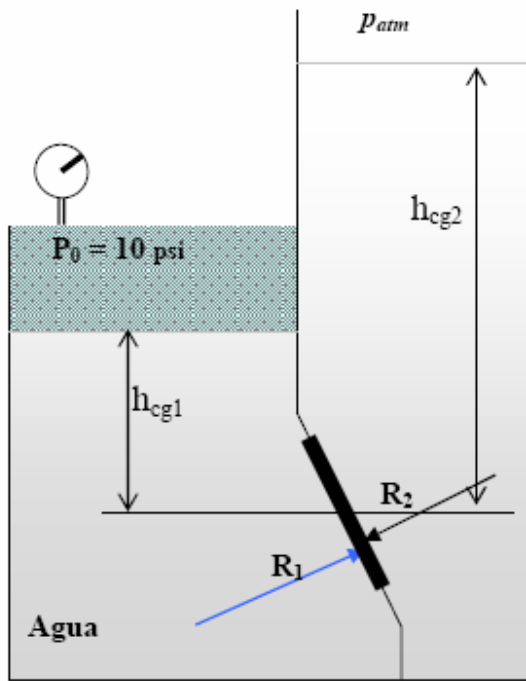


Fig. 3

Donde R_1 , resultante de la acción combinada de la presión del aire y del agua sobre la compuerta esta dada por:

$$R_1 = (p_0 + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg1}) \cdot A \quad (1)$$

y R_2 , resultante de la presión del aceite:

h_{cg1} y h_{cg2} son las alturas del

$$R_2 = DR_{aceite} \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg2} \cdot A \quad (2)$$

baricentro de la compuerta medidas a

$$h_{cg1} = 3.048 + 4.877 \times \cos(30) =$$

$$h_{cg2} = 12.192 + 4.877 \times \cos(30) =$$

$$A = 3.658 \times 1.219 = 4.459 \text{ m}^2$$

partir de la superficie del agua y de aceite respectivamente.

Reemplazando datos en las ecuaciones (1) y (2) se tiene finalmente:

$$R_1 = (p_0 + \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg1}) \cdot A = 625.21 \text{ kN}$$



$$R = R_1 - R_2 = 194.8 \text{ kN (43822 lb)}$$

$$R_2 = DR_{aceite} \rho_{H_2O} \cdot g \cdot h_{cg2} \cdot A = 430.409 \text{ kN}$$

Para calcular el centro de presión de la fuerza R_1 , es conveniente sustituir la presión que ejerce el aire (p_0) sobre el agua, por una altura equivalente, h_e , de agua, como se muestra en la figura 4.

$$h_e = \frac{p_0}{\rho_{H_2O} \cdot g} = \frac{68948}{1000 \times 9.8} = 7.036 \text{ m}$$

Los cálculos que siguen a continuación están referidos a la figura 4.

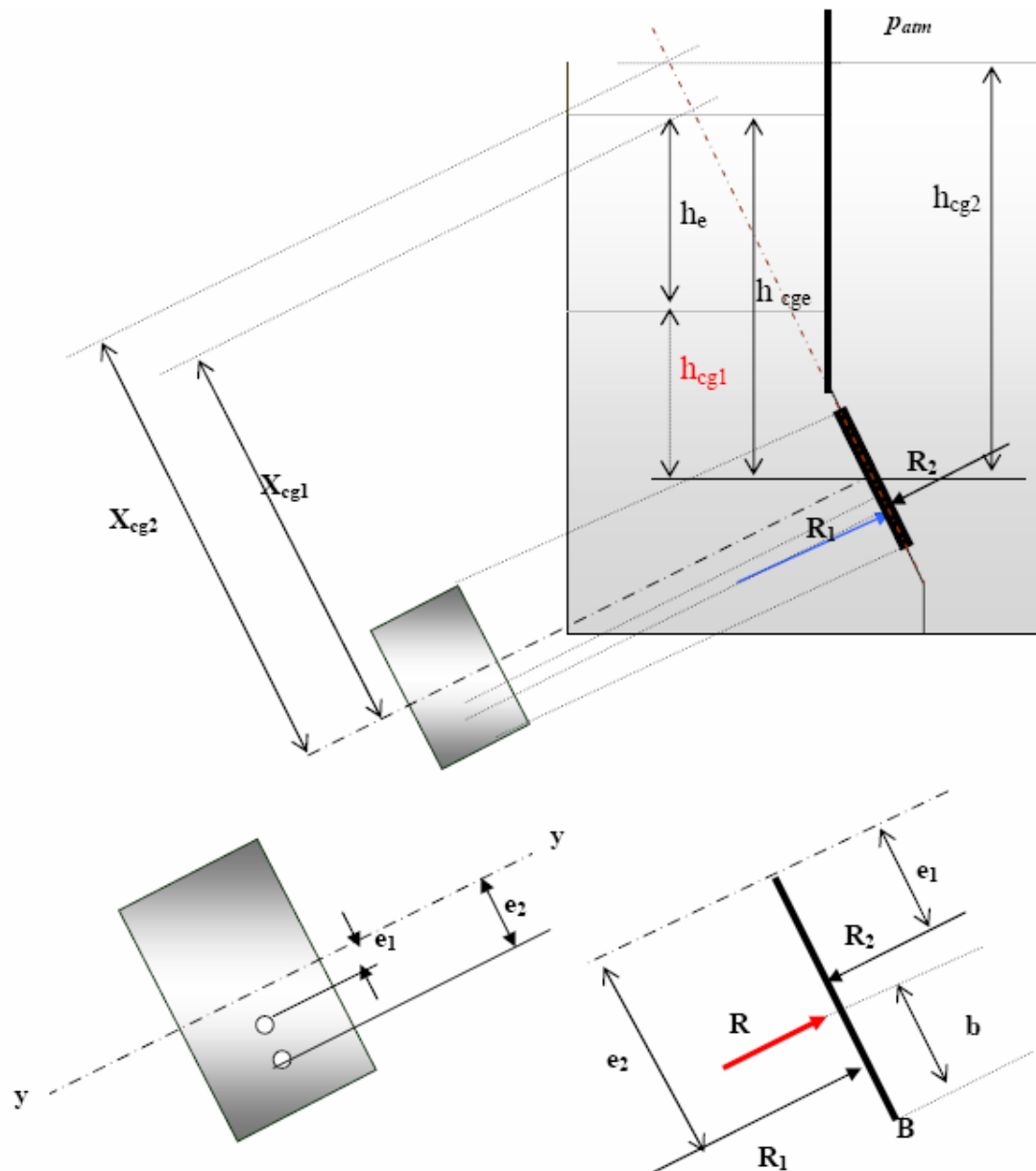
$$X_{cg1} = h_{cg1} / \cos(30) = (h_{cg1} + h_e) / \cos(30) = 16.52 \text{ m}$$

$$X_{cg2} = h_{cg2} / \cos(30) = 18.955 \text{ m}$$

$$I_{yy} = \frac{1.219 \times 3.658^3}{12} = 4.972 \text{ m}^4$$

$$e_1 = \frac{I_{yy}}{X_{cg1} \cdot A} = 0.067 \text{ m}$$

$$e_2 = \frac{I_{yy}}{X_{cg2} \cdot A} = 0.059 \text{ m}$$



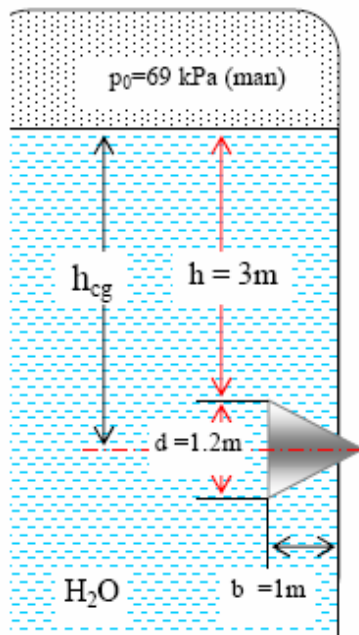
El momento de la resultante R respecto de B , debe ser igual a la suma de los momentos de sus componentes R_1 y R_2 , respecto de B .

$$R \cdot b = R_2 \left(\frac{3.658}{2} - e_2 \right) + R_1 \left(\frac{3.658}{2} - e_1 \right) \quad \Rightarrow \quad b = \frac{R_2 \left(\frac{3.658}{2} - e_2 \right) + R_1 \left(\frac{3.658}{2} - e_1 \right)}{R}$$

$$b = 1.742 \text{ m (5.716 pies)}$$

Problema 4

Encuentre la fuerza horizontal originada por los fluidos que actúan sobre el tapón.



Solución

El tapón está en contacto con el agua por su base y parte de su superficie lateral; y con el aire atmosférico por el vértice. Si trabajamos con presiones manométricas, el efecto de la presión atmosférica se anula.

En la figura (2) se muestra el estado de fuerzas debidas a la presión del agua y del aire sobre el cono.

Al ser la superficie lateral del cono una superficie curva, la componente horizontal se calcula a partir de su proyección en el plano vertical, que resulta ser una superficie anular, figura 2b.

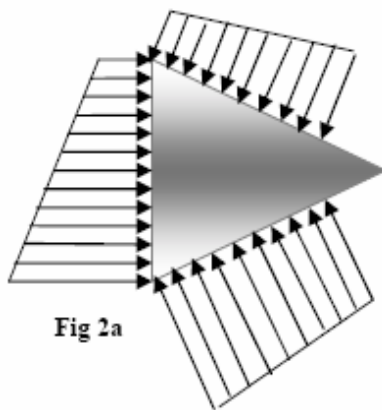


Fig 2a

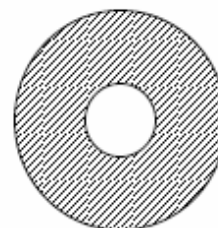
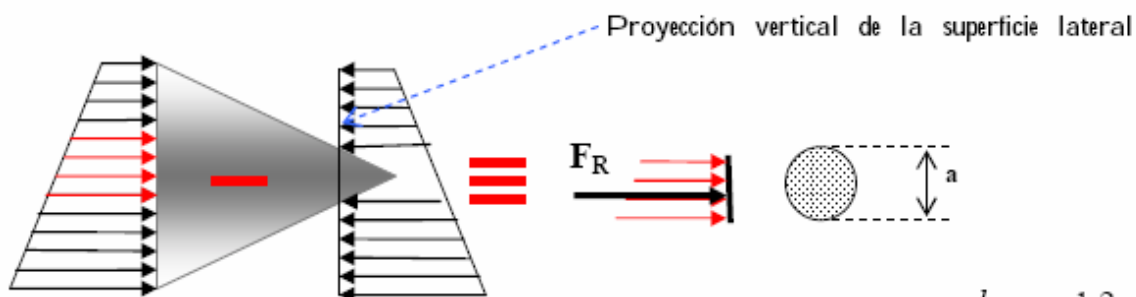


Fig. 2b



$$F_R = (p_0 + \rho_{H_2O} g h_{cg}) A = (p_0 + \rho_{H_2O} g h_{cg}) \frac{\pi}{4} a^2$$

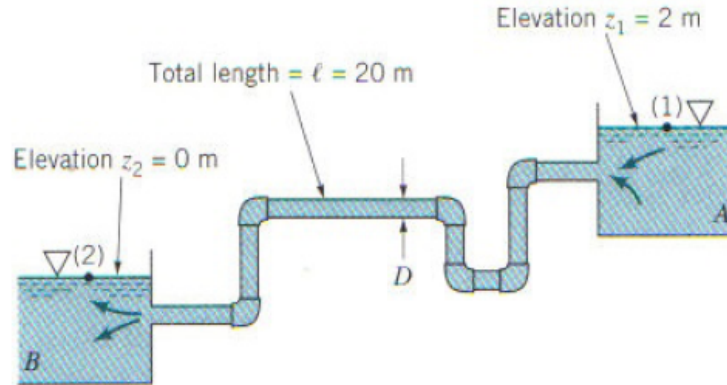
$$h_{cg} = h + \frac{d}{2} = 3 + \frac{1.2}{2} = 3.6m$$

$$a = 1.2 - 1 \cdot \tan 30^\circ = 0.623m$$

$$\rho_{H_2O} = 1000kg \quad g = 9.8m/s^2$$

Problema 5

Agua a 10°C ($\nu = 1,307 \cdot 10^{-6} \text{ [m}^2/\text{s}]$) debe fluir desde una reserva A hasta otra reserva B a través de una tubería de hierro fundido ($\epsilon = 0,26 \text{ [mm]}$) de largo 20 [m] a un caudal $Q = 0,002 \text{ [m}^3/\text{s}]$, como se ve en la figura. El sistema tiene una entradas de bordes rectos ($K_{L_{\text{entrada}}} = 0,5$; $K_{L_{\text{salida}}} = 1$) y 6 codos regulares de 90° ($K_{L_{\text{codo}}} = 1,5$). Determine el diámetro requerido para la tubería.

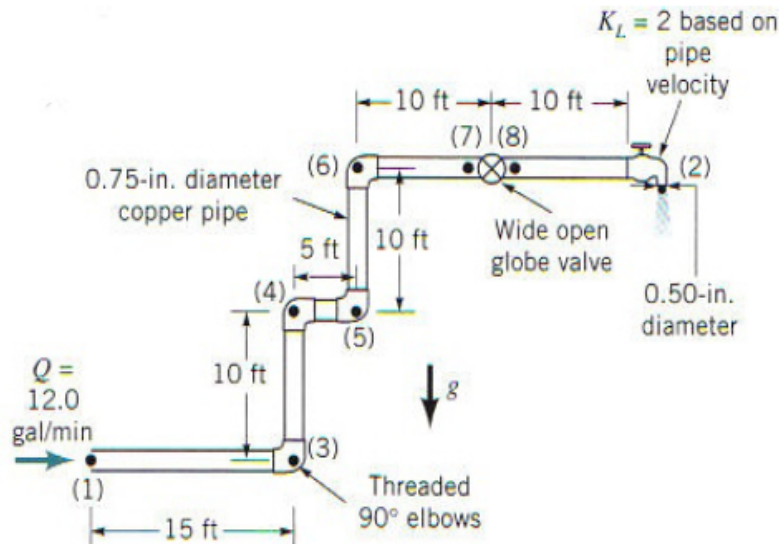


Hint: Suponga un valor para D e itere para f a partir de la ecuación del problema y la de Colebrook.

Problema 6

Agua a 16°C ($\rho = 1,94 \text{ slug/ft}^3$, $\mu = 2,34 \cdot 10^{-5} \text{ lb}\cdot\text{s/ft}^2$) fluye desde el sótano hasta el segundo piso a través de una tubería de cobre ($e = 0,00005 \text{ ft}$) de $0,75 \text{ in}$ de diámetro a razón de $0,0267 \text{ ft}^3/\text{s}$ y sale por un grifo de 0.5 in de diámetro (ver figura). Determine la presión en el punto (1) si: (a) se desprecian todas las pérdidas, (b) solo se incluyen pérdidas mayores y (c) se incluyen todas las pérdidas.

Considere que K_L es 1.5 para los codos, 10 para la válvula abierta (wide-open globe valve), y 2 para la salida del grifo.



Nota:

**Para problemas de flujo en canales abiertos traten de buscar libros de mecánica de fluidos en la biblioteca.
Eso es todo.**

Suerte.