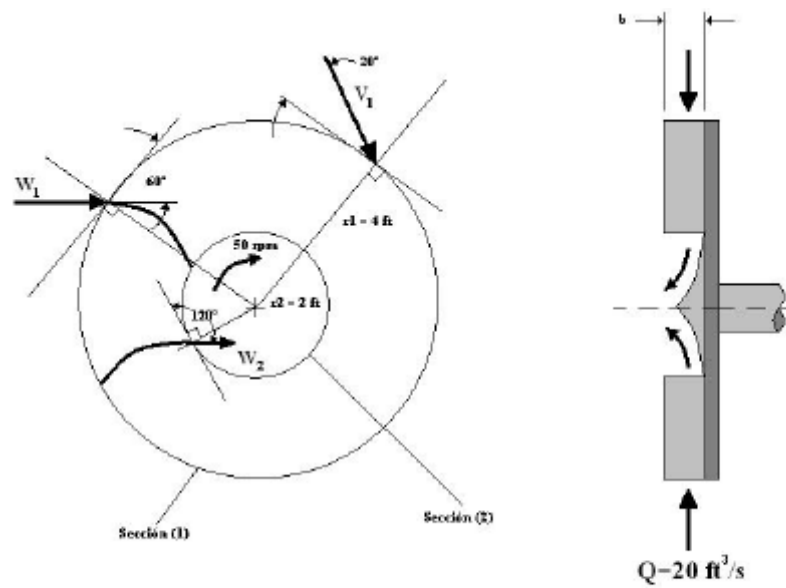


Pauta Ejercicio 4

Problema 1



Ecuaciones básicas:

$$\vec{V} = \vec{U} + \vec{W}$$

$$Q = \int \vec{V} \cdot d\vec{A}$$

$$\dot{m}_e = \rho \cdot Q$$

Además:

$$\dot{W}_{eje} = -\dot{m}_e (\pm U_e V_{1,s}) + \dot{m}_s (\pm U_s V_{2,s}) \quad U_e = \omega \cdot r_1 \quad U_s = \omega \cdot r_2$$

donde el subíndice e corresponde a la entrada y s a la salida.

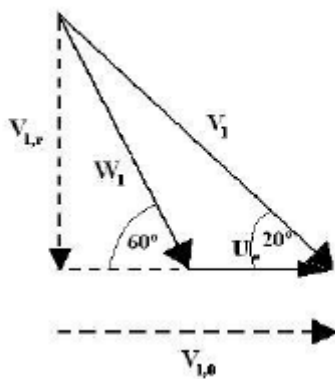
Supuesto:

Toda la cantidad de movimiento angular del flujo es transformada en torque en el eje de la turbina $\Rightarrow V_{2,\theta} = 0$

$$\therefore \dot{W}_{eje} = -\dot{m}_e (\pm U_e V_{1,s})$$

Forma 1:

Para la entrada se tendrá el siguiente triángulo de velocidades:



$$1) \quad V_{1,r} = V_1 \cdot \sin(20^\circ) = W_1 \cdot \sin(60^\circ)$$

$$2) \quad V_{1,s} = V_1 \cdot \cos(20^\circ) = W_1 \cdot \cos(60^\circ) + U_e$$

Además:

$$U_e = \omega \cdot r_1 = 6.38372[m/s] = 20.944[ft/s]$$

Combinado 1) y 2)

$$\Rightarrow W_1 = \frac{U_e}{\left(\frac{\sin(60^\circ)}{\tan(20^\circ)} - \cos(60^\circ) \right)} = 3.3967[m/s] = 11.144[ft/s]$$

$$\Rightarrow V_1 = \frac{W_1 \cdot \sin(60^\circ)}{\sin(20^\circ)} = 8.60075[m/s] = 28.2177[ft/s]$$

$$\Rightarrow V_{1,r} = V_1 \cdot \sin(20^\circ) = 2.94163[m/s] = 9.65102[ft/s]$$

$$\Rightarrow V_{1,\theta} = V_1 \cdot \cos(20^\circ) = 8.08207[m/s] = 26.516[ft/s]$$

A medida que el flujo avanza hacia el centro de la turbina se encuentra de frente con un área, con lo que el producto $Q = \int \vec{V} \cdot d\vec{A}$ elimina la componente tangencial de velocidad:

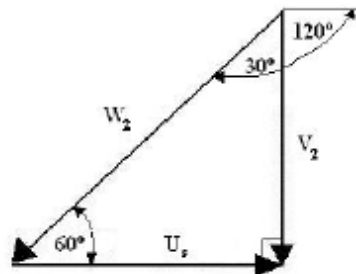
$$\Rightarrow Q = V_{1,r} \cdot 2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot b$$

Luego:

$$b = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot V_{1,r}} = \frac{20[ft^3/s]}{2 \cdot \pi \cdot 4[ft] \cdot 9.65102[ft/s]} = 0.025132[m] = 0.082455[ft] = 0.98946[in]$$

Forma 2:

Para la salida se tendrá el siguiente triángulo de velocidades:



$$3) \quad V_2 = W_2 + U_s$$

$$4) \quad U_s = \omega \cdot r_2 = W_2 \cdot \sin(30^\circ)$$

de 4)

$$\Rightarrow W_1 = \frac{\omega \cdot r_2}{\sin(30^\circ)} = 6.38372[m/s] = 20.944[ft/s]$$

$$\therefore b = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r_2 \cdot W_2 \cdot \sin(60^\circ)} = 0.026745[m] = 0.087747[ft] = 1.05296[in]$$

(Existe una pequeña variación en el b de la forma 1)

Cálculo de la potencia en el eje:

$$\dot{m}_e = \rho \cdot Q = 1000 [kg/m^3] \cdot 20 [ft^3/s] = 566.337 [kg/s] = 38.8064 [slug/ft^3]$$

Como U_e y $V_{1,s}$ están en el mismo sentido

$$\Rightarrow \dot{W}_{eje} = \dot{m}_e (U_e V_{1,s}) = 38.8064 [slug/ft^3] \cdot (20.944 [ft/s] \cdot 26.516 [ft/s]) = -29.2194 [kW]$$

ME33A - Mecánica de Fluidos
Pauta Ejercicio 4
Semestre Primavera 2006

Problema 2

Se parte de la siguiente ecuación:

$$(p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g z)_s = (p + \frac{1}{2}\rho V^2 + \rho g z)_e + \frac{\dot{W}}{Q} - \Delta P_R$$

Si se asume que $p_s = p_e = P_{atm}$ y que $V_e = V_s = 0$, la ecuación queda como:

$$Q(\rho g(z_s - z_e) + \Delta P_r) = \dot{W}$$

El caudal se transforma a unidades del SI:

$$Q = 2,5 [ft^3/s] = 0,707 [m^3/s]$$

Luego la velocidad media se escribe como:

$$\bar{V} = \frac{Q}{A} = \frac{0,707 [m^3/s]}{\frac{\pi(8 \cdot 0,0254)^2}{4}} = 2,18 [m/s] = 7,16 [ft/s]$$

Las pérdidas en unidades de presión quedan como:

$$\Delta P_r = 61 \frac{\bar{V}}{2} [ft^2/s^2] \rho = 61 \frac{\bar{V}}{2} \cdot 0,0929 [m^2/s^2] \cdot 1000 [kg/m^3] = 20288,16 [Pa]$$

La potencia se obtiene como:

$$\dot{W} = 0,707 [m^3/s] (1000 [kg/m^3] 9,8 [m/s^2] (50 \cdot 0,3043 [m]) + 20288,16 [Pa])$$

$$\dot{W} = 119762,3 [W] \approx 120 [kW]$$