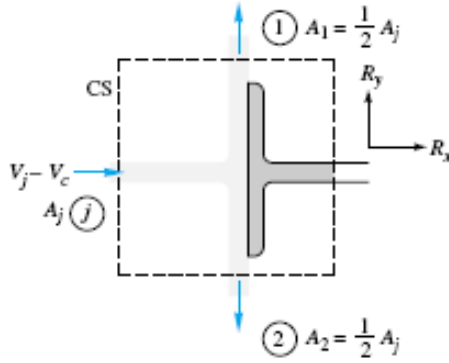


ME33A - Mecánica de Fluidos
Pauta Ejercicio 3
Semestre Primavera 2006

Problema 2

Se sugiere el volumen de control que se muestra en la siguiente figura:



Este volumen de control se mueve a velocidad V_c . Se deben satisfacer la conservación de la masa y del momentum. Para la conservación de la masa se tiene:

$$\dot{m}_{out} = \dot{m}_{in}$$

$$\rho_1 A_1 V_1 + \rho_2 A_2 V_2 = \rho_j A_j (V_j - V_c)$$

Asumiendo $\rho_1 = \rho_2 = \rho_j$ y que $A_1 = A_2 = 0,5A_j$ y que $V_1 = V_2$ (esto último por la geometría y despreciando el peso del agua), se tiene:

$$V_1 = V_2 = V_j - V_c = 20 - 15 [m/s] = 5 [m/s]$$

Ahora de la ecuación de conservación de momentum en la dirección x :

$$\sum F_x = R_x = \dot{m}_1 u_1 + \dot{m}_2 u_2 - \dot{m}_j u_j$$

Como $\dot{m}_1 = \dot{m}_2 = 0,5\dot{m}_j = 0,5\rho_j A_j (V_j - V_c)$ y como $u_1 = u_2 = 0$ y $u_j = V_j - V_c = 5 [m/s]$ se tiene que:

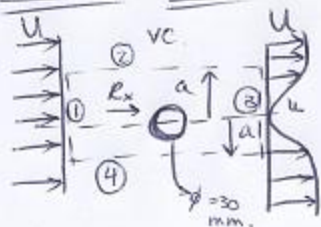
$$R_x = -\dot{m}_j u_j = -[\rho_j A_j (V_j - V_c)](V_j - V_c)$$

y reemplazando los valores se llega a :

$$R_x = -7,5 [N]$$

Esta fuerza actúa hacia la izquierda, entonces se requiere una fuerza de igual magnitud pero hacia la derecha.

PAUTA EJERCICIO #3 P1



$$U = 50 \text{ m/s}$$

$$\rho = 1,2 \text{ kg/m}^3$$

$$D = 30 \text{ mm}$$

$$u = U \sin\left(\frac{\pi y}{2a}\right) \text{ si } 0 \leq y \leq a$$

$$u = U$$

$$\text{si } y > a ; a = 2,2$$

Assumo $u = U$ en secciones 2 y 4.

De continuidad:

$$0 = \frac{d}{dt} \int_{CV} \rho dV + \int_{CS} \rho \vec{v} \cdot d\vec{A}$$

$$0 = -\rho U w 2a + \dot{m}_2 + 2 \int_0^a \rho u w dy + \dot{m}_4$$

; $w \equiv$ profundidad.

$$\Rightarrow \dot{m}_{2+4} = 2 \int_0^a \rho (U - u) w dy.$$

De momentum:

$$R_x = U(-\rho U w 2a) + U \dot{m}_{2+4} + 2 \int_0^a \rho u^2 w dy = U \dot{m}_{2+4} + 2 \int_0^a \rho (u^2 - U^2) w dy$$

$$= 2 \int_0^a \rho [U(U - u) + u^2 - U^2] w dy.$$

$$F_D = -R_x = 2 \int_0^a \rho u (U - u) w dy = 2 \rho w U^2 \int_0^a \frac{u}{U} \left(1 - \frac{u}{U}\right) dy$$

ahora, $\frac{u}{U} = \sin \frac{\pi y}{2a}$, y buscamos $F_D/w \leftarrow$ por unidad de profundidad.

$$\Rightarrow \frac{F_D}{w} = 2 \rho U^2 \left(\frac{2a}{\pi}\right) \int_0^{\pi/2} (\sin \theta - \sin^2 \theta) d\theta$$

$$= \frac{4}{\pi} \rho U^2 a \int_0^{\pi/2} \left(\sin \theta - \left(\frac{1 - \cos 2\theta}{2} \right) \right) d\theta$$

$$= \frac{4}{\pi} \rho U^2 a \left(-\cos \theta - \frac{\theta}{2} + \frac{\sin 2\theta}{4} \right) \Big|_0^{\pi/2}$$

$$= \frac{4}{\pi} \rho U^2 a \left(1 - \pi/4 \right)$$

$$\Rightarrow \frac{F_D}{w} = \frac{4}{\pi} \cdot 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 50^2 (\text{m/s})^2 \cdot 2,2 \cdot 0,03 \left(1 - \frac{\pi}{4}\right) (\text{m}) = 54,1 \text{ N/m}$$