

Pauta Ejercicio 1 – Semestre Primavera 2006

Problema 1

$$a) \ 150 \ [kg] = \frac{150}{14.59} \ [slug] = 10.28 \ [slug] = 32.2 \cdot 12.159 \ [lbm] = 331.04 \ [lbm].$$

$$b) \ 1 \ [lbf] = 1 \ \left[\frac{slug \cdot ft}{s^2} \right] = 1 \ \left[\frac{14.59 \ kg \cdot 12 \ in}{s^2} \right] = 175.08 \ \left[\frac{kg \cdot 2.54 \ cm}{s^2} \right] = 444.703 \ \left[\frac{kg \cdot 0.01 \ m}{s^2} \right] = 4.447 \ [N].$$

$$c) \ 5 \ [bar] = 5 \cdot 10^5 \ [Pa] = 500000 \ [Pa] = 1.45 \cdot 10^{-4} \cdot 500000 \ [psi] = 72.5 \ [psi].$$

$$d) \ 40 \ [kW] = 40000 \ \left[\frac{kg \cdot m^2}{s^3} \right] = \frac{40000 \cdot 39.37^2}{14.59} \ \left[\frac{slug \cdot in^2}{s^3} \right] = \frac{4161065.503}{12^2} \ \left[\frac{slug \cdot ft^2}{s^3} \right] = 29510.26 \ \left[\frac{slug \cdot ft^2}{s^3} \right].$$

$$e) \ g = 9.8 \ \left[\frac{m}{s^2} \right] = 9.8 \cdot 39.37 \ \left[\frac{in}{s^2} \right] = 385.826 \ \left[\frac{in}{s^2} \right] = \frac{385.826}{12} \ \left[\frac{ft}{s^2} \right] = 32.152 \ \left[\frac{ft}{s^2} \right].$$

$$f) \ 25 \ [kgf] = 25 \cdot 9.8 \ [N] = 245 \ [N].$$

$$g) \ 1.8 \ [bar] + 2.5 \cdot 10^5 \ [Pa] = (1.8 \cdot (10^5) \cdot (1.45 \cdot 10^{-4}) + 2.5 \cdot 10^5 \cdot (1.45 \cdot 10^{-4})) \ [psi] = 62.35 \ [psi].$$

1. ¿Cómo debiera escribirse la Segunda Ley de Newton ($F = m \cdot a$) utilizando las siguientes unidades?

Comenzamos a partir de esto:

$$1 \ [N] = 1 \ \left[\frac{kg \cdot m}{s^2} \right] \quad (1)$$

$$a) \ kgf, kg, m/s^2.$$

$$1 \ [kgf] = 9.8 \ [N] \Rightarrow 1 \ [kgf] = 9.8 \ \left[\frac{kg \cdot m}{s^2} \right]$$

$$b) \ lbf, slug, ft/s^2.$$

Por definición, así como se cumple la relación (1), se cumple también que:

$$1 \ [lbf] = 1 \ \left[\frac{slug \cdot ft}{s^2} \right]$$

Si lo calculaban les daba algo como $1 \ [lbf] = 0.999 \ \left[\frac{slug \cdot ft}{s^2} \right]$, debido a las aproximaciones en los datos dados.

$$c) \ lbf, lbm, ft/s^2.$$

$$1 \ [lbf] = 1 \ \left[\frac{slug \cdot ft}{s^2} \right] = 1 \ \left[\frac{32.2 \ lbm \cdot ft}{s^2} \right] \Rightarrow 1 \ [lbf] = 32.2 \ \left[\frac{lbm \cdot ft}{s^2} \right]$$

Datos:

$$1 \ [in] = 2.54 \ [cm]; \ g = 9.8 \ [m/s^2]; \ 1 \ [slug] = 32.2 \ [lbm] = 14.59 \ [kg]; \ 1 \ [bar] = 10^5 \ [Pa]; \ 1 \ [ft] = 12 \ [in]; \\ 1 \ [Pa] = 1.45 \cdot 10^{-4} \ [psi].$$

Solución Problema 2

Solución:

Se debe aplicar suma de torques más la segunda ley de Newton:

$$\sum T = I \frac{d\omega}{dt} \quad (1)$$

$$\sum F = m \frac{dV}{dt} = mR \frac{d\omega}{dt} \quad (2)$$

Luego considerando la tensión y la gravedad actuando sobre la masa colgante y esa misma tensión haciendo torque en el cilindro junto con el torque debido a la viscosidad se tiene que las ecuaciones 1 y 2 quedan como: (Ver diagramas de cuerpo libre)

$$tR - T_{viscoso} = I \frac{d\omega}{dt} \quad (3)$$

$$mg - t = mR \frac{d\omega}{dt} \quad (4)$$

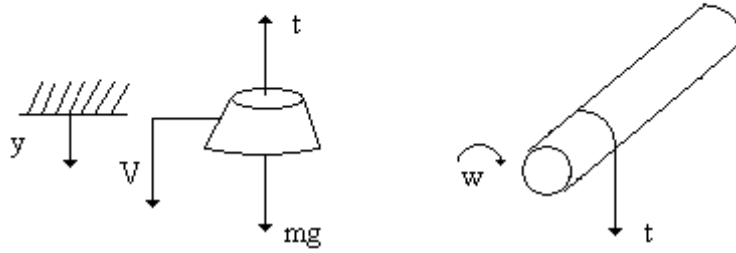


Figura 1: Diagrama de cuerpo libre

Ahora, sabiendo que:

$$T_{viscoso} = \tau RA = \mu \frac{V}{a} R 2\pi RL = \frac{2\pi\mu\omega R^3 L}{a}$$

$$I = \frac{1}{2} M_{cil} R^2$$

y uniendo las ecuaciones 3 y 4 se tiene:

$$mgR - \frac{2\pi\mu R^3 L}{a} \omega = \left(\frac{1}{2} M_{cil} R^2 + mR^2 \right) \frac{d\omega}{dt} \quad (5)$$

Esta última ecuación puede ser escrita como:

$$A - B\omega = C \frac{d\omega}{dt} \quad (6)$$

En donde:

$$A = mgR$$

$$B = \frac{2\pi\mu R^3 L}{a}$$

$$C = \frac{1}{2}M_{cil}R^2 + mR^2$$

La ecuación 6 tiene como solución general:

$$\omega = \frac{A}{B} \left[1 + \exp\left(\frac{-Bt}{C}\right) \right]$$

El máximo valor de esta expresión se obtiene cuando $t \rightarrow \infty$ en donde $\omega_{max} = \frac{A}{B}$. Y evaluando se obtiene:

$$\omega_{max} = 2,63 \text{rad/seg}$$

Ahora, para determinar el tiempo necesario para alcanzar el 95% de la velocidad máxima, se hace $\omega_{95} = 0,95\omega_{max}$ y se despeja el tiempo de la ecuación para ω . Haciendo lo anterior se obtiene $t_{95} = 0,671 \text{seg}$