MA 56C ECUACIONES NO LINEALES

(10 U.D.)

DISTRIBUCION HORARIA:

4.5 hrs. clases
1.5 hrs. ejercicios
4.0 hrs. trabajo personal

REQUISITOS. MA 48B Análisis III o A.D.

PROGRAMA.

I. Métodos de Convergencia Débil

1. Compacidad por compensación.
2. El Principio de Concentración-Compacidad.
3. Método de Monotonía.

II. Ecuaciones Elípticas

II.1 Métodos de Minimax.

1. Lema de Deformaciones.
2. Teorema del Paso de la Montaña y Punto Silla
3. Aplicación a problemas semi-lineales.
4. Estudio del problema modelo $f(u) = |u|^{p-2}u$. Caso subcrítico y crítico.

II.2 Método de Schauder.

1. Teorema de Punto Fijo de Schauder.
2. Aplicaciones a problemas semi-lineales.

III. Ecuaciones Hiperbólicas

1. Generalidades sobre sistemas de leyes de conservación. Ejemplos.
2. Soluciones débiles de sistemas de leyes de conservación. Condición de Rankine-Hugoniot.
3. Noción matemática de solución entrópica.
4. Caso escalar: Introducción al método de la viscosidad. Existencia de una solución entrópica. Teorema de unicidad de Kruzkov. Un resultado de existencia y unicidad. Problema de Riemann unidimensional, (diversos enfoques). Decaimiento de las soluciones cuando $t \to \infty$.
5. Sistemas hiperbólicos: definición y ejemplos (El p-sistema, las ecuaciones de la dinámica de gases en coordenadas de Lagrange y de Euler). Noción de onda simple,

de rarefacción y amortiguada. Ondas de choque y discontinuidades de contacto. Condiciones de entropía. Resolución del problema de Riemann (en el caso del p-sistema).

IV. Ecuación de Boltzmann

1. Motivación Física: Deducción de la ecuación en teoría cinética de gases. Casos clásicos: Broadwell (Maxwell), Carleman.
2. Teorema de existencia local: Estudio de las ecuaciones linearizadas (método de las características). Existencia en $L^\infty(\mathbb{R}^N)$.
3. Resultados de validación física del modelo: Teoremas de los signos, de velocidad finita de propagación, de convervación de la masa, de la cantidad de movimiento, y de la energía cinética. Teorema de decrecimiento de la entropía y de no concentración de la masa.
4. Teoremas de existencia global: Teoremas de Minura-Nishida y de Crandall-Tartar. Aplicación a los modelos de Broadwell y de Carleman.
5. Resultados de unicidad y regularidad L^∞.
6. Comportamiento asintótico cuando $t \to \pm\infty$.

BIBLIOGRAFIA

- Dautray R. & Lions J.L. (1988). Analyse Mathématique et Calcul Numérique pour les Sciences et les Techniques, Masson, Paris.
- Evans, L. (1988). Weak Convergence Methods in P.D.E., Am. Math. Soc. CBMS
- Godlewski E. & Raviart P.A. (1991). Hyperbolic Sistems of Conservation Laws, Ellipses, Paris.
- Lax P. (1973) Hyperbolic Systems of Conservation Laws and the Mathematical Theory of Schock Waves, SIAM Regional Conference Series in Applied Mathematics **11**, SIAM, Philadelphia & Pennsylvania.
- Smoller J. (1983) Schock Waves and Reaction Diffusion Equations, Springer Verlag, New York.
- Struwe, (1990) Variational Methods, Springer-Verlag.