

**Tarea 2, MA46B 2005/2**  
**Prof. Salomé Martínez**  
**Prof. Aux. André De Laire, Hernán Castro y Claudio Muñoz**

1. Ejercicio 14 del apunte (pág. 66).
2. Ejercicio 3 del apunte (pág. 90).
3. Sea  $k : \mathbb{R}^2 \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{R}$  una función homogénea de grado  $-2$ , es decir  $k(\lambda x, \lambda y) = \lambda^{-2}k(x, y)$ . Suponga también que  $\int_0^{2\pi} k(\cos \theta, \sin \theta) d\theta = 0$ . Demuestre que la fórmula:

$$\langle Vp(k), \phi \rangle = \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{|x| \geq \varepsilon} k(x) \phi(x) dx,$$

define una distribución temperada en  $\mathbb{R}^2$ .

4. Sea  $\phi \in \mathcal{S}(\mathbb{R})$ . Demuestre que

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} \phi(t + kT) = \frac{\sqrt{2\pi}}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} e^{\frac{i2\pi kt}{T}} \hat{\phi}\left(\frac{2\pi k}{T}\right).$$

(Hint : Recuerde el ejercicio 10 de la tarea 1.)

5. Encuentre la transformada de Fourier de  $H(t)$ . Pruebe que  $vp(1/x) \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$  y encuentre su transformada de Fourier.
6. Sea  $T \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$ . Para  $a > 0$  definimos  $\tau_a T = \delta_a * T$  traslación de la distribución  $T$ . Para  $U \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$  encuentre  $T_a \in \mathcal{S}'(\mathbb{R})$  solución de la ecuación

$$-\tau_a T_a + (1 + a)T_a = aU.$$

¿Que puede decir de  $\lim_{a \rightarrow 0} T_a$  ?