

MA37A Optimización. Semestre 2005-2

Profesor: Héctor Ramírez C. Auxiliares: Francisco Jara, Oscar Peredo.

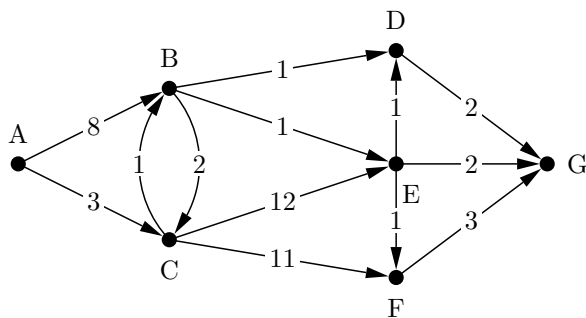
Ejercicio Dijkstra y Branch & Bound

2 de noviembre de 2005

1. (a) *Repartidor de gas*

Un camión repartidor de gas desea minimizar la cantidad de gasolina que gasta en un cierto día. Las posibles rutas que puede seguir y la cantidad de litros que gasta desde un punto de entrega a otro se detallan en el grafo de la figura.

Encuentre la ruta que minimiza el gasto de gasolina y recorre todos los puntos de entrega, usando el algoritmo de Dijkstra.



(b) Resolver el siguiente problema:

$$\begin{array}{rcll}
 \max & 9x_1 & + & 5x_2 \\
 \text{s.a} & 4x_1 & + & 9x_2 \leq 35 \\
 & x_1 & & \leq 6 \\
 & x_1 & - & 3x_2 \geq 1 \\
 & 3x_1 & + & 2x_2 \leq 19 \\
 & x_1, x_2 & \geq & 0 \\
 & x_1, x_2 & \in & \mathbb{Z}
 \end{array}$$

Solución (a) La idea era que utilizaran el algoritmo como lo vimos en auxiliar. Los pasos simplemente eran:

- Inicializar con $y[A] = 0, y[X] = \infty, X \in \{B, C, D, E, F, G\}$
- Iterar y actualizar los valores del arreglo y según Dijkstra hasta llegar a todos los nodos.

```
# graph
# vertices
A B C D E F G
# edges
A B 8
A C 3
B C 2
B D 1
B E 1
C E 12
C F 11
E D 1
E F 1
D G 2
E G 2
F G 3
C B 1
```

Adjacency matrix :

```
0 1 1 0 0 0 0
1 0 1 1 1 0 0
1 1 0 0 1 1 0
0 1 0 0 1 0 1
0 1 1 1 0 1 1
0 0 1 0 1 0 1
0 0 0 1 1 1 0
```

Values :

```
-----
* 8 3 * * * *
8 * 1 1 1 * *
3 1 * * 12 11 *
* 1 * * 1 * 2
* 1 12 1 * 1 2
* * 11 * 1 * 3
* * * 2 2 3 *
```

Origin : A

End value chain

```
C 3 (A C)
B 4 (A C B)
D 5 (A C B D)
E 5 (A C B E)
F 6 (A C B E F)
G 7 (A C B D G) (A C B E G)
```

- (b) Hay dos formas de resolver este problema: usando el método gráfico visto en cátedra o con fase I-II de simplex. La forma gráfica consistía en dibujar la región factible y encontrar el punto óptimo (utilizando la dirección del gradiente o de alguna otra forma). Luego se verifica si ese punto es entero, si no, se aplica la ramificación.

La otra forma era utilizar simplex fase I-II. Luego de aplicar simplex fase I, se obtiene como resultado que la base esta compuesta por las columnas asociadas a x_1, x_3, x_4 y x_6 (x_3, x_4, x_5, x_6 son variables de holgura).

Para cualquiera de estas dos formas, el primer punto óptimo es:

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6) = (6 \quad 0,5 \quad 6,5 \quad 0 \quad 4,5)$$

Como $x_2 = 0,5$, se debe cortar de la forma $(P_1) : x_2 \leq 0$ y $(P_2) : x_2 \geq 1$.

Al resolver (P_1) se obtiene como solución el vector

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (6 \quad 0 \quad 11 \quad 0 \quad 5 \quad 1 \quad 0)$$

que satisface la condición de $x_i \in \mathbb{Z}$. Se detiene la ramificación por este nodo.

Al resolver (P_2) se obtiene como solución el vector

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (5,666... \quad 1 \quad 3,333... \quad 0,333... \quad 3,666... \quad 0 \quad 0)$$

Como $x_1 = 5,666...$, se debe cortar de la forma $(P_3) : x_1 \leq 5$ y $(P_4) : x_1 \geq 6$.

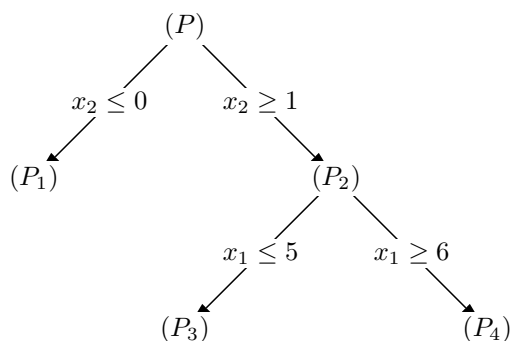
Al resolver (P_3) se obtiene

$$(x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7) = (5 \quad 1,666... \quad 0 \quad 1 \quad 2,333... \quad 0,666... \quad 0,666...)$$

Sin embargo, el valor de la función objetivo es $z = 53,333...$, pero como el valor en (P_2) es $z = 56$ y deseamos maximizar, no nos sirve seguir ramificando por este camino. Se detiene la ramificación por este nodo.

Al resolver (P_4) se obtiene (en base a simplex-dual o ver el dibujo) que el problema es infactible. Se detiene la ramificación por este nodo.

El árbol queda de la forma



El único nodo que sirve es (P_1) , cuyo valor objetivo es $z = 54$.